



СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РАДИОЛОКАЦИИ И РАДИОНАВИГАЦИИ. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Учебник

Министерство
обороны РФ



Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирский федеральный университет

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РАДИОЛОКАЦИИ И РАДИОНАВИГАЦИИ. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Под общей редакцией А.Н. Фомина

Рекомендовано ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж) в качестве учебника для курсантов (студентов) учебных военных центров (военных кафедр, факультетов военного обучения) при высших учебных заведениях Министерства образования и науки Российской Федерации, обучающихся по специальностям: 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»; 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»; 11.05.03 «Применение и эксплуатация средств и систем специального мониторинга», рег. № 31 от 28 июня 2017 г.

Красноярск
СФУ
2017

УДК 621.396.96(073)

ББК 32.95я73

О-280

Авторы:

А.Н. Фомин, В.А. Копылов, А.А. Филонов, А.В. Андронов

О-280 **Общая теория радиолокации и радионавигации. Распространение радиоволн** : учебник / А.Н. Фомин, В.А. Копылов, А.А. Филонов, А.В. Андронов ; под общ. ред. А.Н. Фомина. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2017. – 318 с.
ISBN 978-5-7638-3738-4

В данном учебнике рассмотрены физические процессы, происходящие при распространении радиоволн вблизи поверхности и в атмосфере Земли.

Особое внимание уделено описанию физических процессов, происходящих в линиях передачи энергии СВЧ-диапазона.

Подробно изложены в теоретическом и практическом плане конкретные типы согласующих устройств, которые применяются в прямоугольных волноводах, коаксиальных линиях для обеспечения передачи максимальной мощности в нагрузку.

Предназначен для курсантов учебных военных центров (факультетов военного обучения, военных кафедр) при вузах Министерства образования и науки, обучающихся по специальностям: 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»; 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»; 11.05.03 «Применение и эксплуатация средств и систем специального мониторинга».

Электронный вариант издания см.:
<http://catalog.sfu-kras.ru>

УДК 621.396.96(073)
ББК 32.95я73

ISBN 978-5-7638-3738-4

© Сибирский федеральный университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

Список сокращений	7
Принятые обозначения	8
Предисловие	10
ЧАСТЬ I. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН	13
Глава 1. Область, существенная для распространения радиоволн	14
1.1. Модели и методы расчета радиотрасс	14
1.2. Принцип Гюйгенса – Френеля	15
1.3. Зоны френеля. Область, существенная для распространения радиоволн	18
1.4. Амплитуда поля за препятствием (дифракционным экраном)	24
Глава 2. Распространение электромагнитных волн вблизи поверхности земли	26
2.1. Влияние сферичности земли на тактико-технические характеристики радиолокационных станций. Дальность прямой видимости	26
2.2. Отражение радиоволн от плоской земной поверхности	29
2.2.1. Участок, существенный для отражения радиоволн	29
2.2.2. Анализ коэффициентов Френеля	31
2.3. Поле излучателя, поднятого над плоской земной поверхностью	34
Глава 3. Отражение радиоволн от земной поверхности	38
3.1. Интерференционный множитель	38
3.2. Поле излучателя при малых углах возвышения	42
3.3. Учет сферической земной поверхности в интерференционных формулах	43
3.4. Распространение радиоволн в условиях пересеченной местности и при наличии препятствий	44
3.4.1. Критерий Рэлея	44
3.4.2. Уклон или подъем местности в сторону излучения	46
3.4.3. Склон, обращенный в сторону излучения	47
3.4.4. Обрыв, обращенный в сторону излучения	48
3.4.5. Высокий холм или горный кряж	48
Глава 4. Рефракция радиоволн в тропосфере	50
4.1. Состав, состояние и электрические параметры тропосферы	50
4.2. Рефракция радиоволн в тропосфере. Уравнение траектории и радиус кривизны луча электромагнитных волн	53
4.3. Учет тропосферной рефракции при распространении радиоволн над земной поверхностью	57
4.4. Виды тропосферной рефракции	59

Глава 5. Тропосферное распространение радиоволн	63
5.1. Учет тропосферной рефракции при определении угловых координат объектов радиоэлектронными средствами	63
5.2. Рассеяние радиоволн неоднородностями тропосферы. Дальнее тропосферное распространение	65
5.3. Ослабление (затухание) радиоволн в тропосфере. Влияние атмосферы на тактико-технические характеристики РЛС	68
Глава 6. Зоны обнаружения радиоэлектронных средств	71
6.1. Максимальная дальность радиолокационного обнаружения. Максимальная дальность радиосвязи	71
6.2. Понятие о зоне радиолокационного обнаружения	75
6.3. Учет отражения радиоволн от гладкой земной поверхности при определении зоны радиолокационного обнаружения	76
6.3.1. Учет интерференционного множителя земли при определении зоны радиолокационного обнаружения	76
6.3.2. Влияние неровностей земной поверхности на дальность и зону обнаружения	79
6.3.3. Влияние тропосферы на дальность и зону обнаружения	80
ЧАСТЬ II. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ДИАПАЗОНА СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ	85
Глава 7. Общая теория регулярных линий передачи	86
7.1. Электромагнитные волны в направляющих системах	86
7.2. Решение уравнений максвелла для однородных направляющих систем без потерь	88
7.2.1. Волновые уравнения	88
7.2.2. Выражение поперечных составляющих поля через продольные составляющие	93
7.2.3. Алгоритм расчета электромагнитного поля в направляющих системах	95
Глава 8. Параметры электромагнитных волн в регулярном однородном волноводе без потерь	98
8.1. Анализ условий распространения волн в волноводах. Критическая длина волны. Постоянная распространения	98
8.2. Длина волны в волноводе. Фазовая и групповая скорости. Волновое сопротивление	102
8.3. Мощность, переносимая волной по волноводу	105
Глава 9. Прямоугольные волноводы	107
9.1. Прямоугольный волновод. Общие сведения о полых волноводах	107
9.2. Волны типа «E» и «H» в прямоугольном волноводе	108
9.2.1. Определение продольных составляющих поля электрических («E») и магнитных («H») волн	108

9.2.2. Определение поперечных составляющих поля электрических (« E ») и магнитных (« H ») волн	113
9.2.3. Анализ компонент поля в волноводе	115
9.3. Диаграмма типов волн в прямоугольном волноводе	116
9.3.1. Методика построения структуры поля в волноводе	118
9.3.2. Структура поля основной волны прямоугольного волновода.....	121
9.4. Структуры полей высших типов волн прямоугольного волновода....	127
Глава 10. Энергетические соотношения в прямоугольном волноводе	131
10.1. Способы возбуждения волноводов и отбора энергии из них.....	131
10.2. Предельная и допустимая мощности, передаваемые по волноводу	133
10.3. Учёт потерь в стенках волновода	136
10.4. Конструкции прямоугольных волноводов	141
10.5. Выбор размеров прямоугольного волновода	142
10.6. Волноводы П- и Н-образных сечений.....	143
Глава 11. Круглые волноводы	147
11.1. Расчет электромагнитного поля в круглом волноводе.....	147
11.1.1. Определение продольных составляющих поля электрических и магнитных волн	148
11.1.2. Определение поперечных составляющих поля электрических и магнитных волн	152
11.2. Диаграмма типов волн в круглом волноводе. Выбор размеров волновода	155
11.3. Структура полей волн в круглом волноводе	157
11.4. Конструкция круглых волноводов	166
11.5. Диэлектрический волновод.....	167
11.6. Сравнение прямоугольных и круглых волноводов	169
Глава 12. Коаксиальные и полосковые волноводы	170
12.1. Коаксиальные волноводы.....	170
12.1.1. Основная волна в коаксиальном волноводе.....	170
12.1.2. Волна типа « m » в коаксиальном волноводе.....	171
12.1.3. Электрические характеристики коаксиального волновода с волной типа « m ».....	174
12.2. Конструкции коаксиальных волноводов и выбор поперечных размеров	177
12.3. Полосковые линии передачи.....	179
Глава 13. Режимы работы линий передачи	185
13.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи.....	185
13.2. Дифференциальные уравнения длинной линии (телеграфные уравнения).....	190

13.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи	192
13.3. Линия без потерь (идеальная)	195
13.4. Коэффициент отражения и коэффициент отраженной волны. Входное сопротивление линии	197
13.5. Режим бегущей волны	202
13.6. Режим стоячей волны	205
13.6.1. Линия, разомкнутая на конце	206
13.6.2. Линия, короткозамкнутая на конце	210
13.6.3. Линия, нагруженная на реактивное сопротивление	212
13.7. Режим смешанных волн. Основные радиотехнические параметры волноводного тракта	215
13.7.1. Распределение электрических величин в режиме смешанных волн	215
13.7.2. Нагрузка чисто активная: $r_k > \rho$	217
13.7.3. Нагрузка чисто активная: $r_k < \rho$	221
13.7.4. Нагрузка комплексная: $z_k = r_k \pm j \cdot x_k$	222
13.8. Круговая диаграмма длинной линии, ее применение	223
Глава 14. Согласование линий передачи	231
14.1. Общий принцип согласования. Методы устранения отраженной волны	231
14.2. Узкополосные согласующие устройства, их конструкции, основные характеристики, методика расчета	233
14.2.1. Четвертьволновый трансформатор	233
14.2.2. Шлейф Татаринова	236
14.3. Согласующие устройства в волноводах	239
14.4. Согласование при помощи реактивных диафрагм и штырей	240
14.4.1. Согласование при помощи волноводных шлейфов	246
14.4.2. Согласование с помощью четвертьволновых трансформаторов	248
Глава 15. Электромагнитные колебания в объемных резонаторах	251
15.1. Общие сведения о резонаторах	251
15.2. Свободные колебания в объемных резонаторах волноводной формы	253
15.3. Собственные длины волн резонаторов. Методы расчета основных параметров	256
15.4. Способы настройки и подстройки резонаторов	259
15.5. Добротность резонатора. Применение резонаторов	260
Заключение	263
Библиографический список	265
Приложения	266

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ВВС	–	военно-воздушные силы, с. 10
ДН	–	диаграмма направленности, с. 37
ДНА	–	диаграмма направленности антенны, с. 76
ДТР	–	дальнее тропосферное распространение, с. 65
ЗРВ	–	зенитно-ракетные войска, с. 108
ИМЗ	–	интерференционный множитель Земли, с. 37
КНД	–	коэффициент направленного действия, с. 71
КПД	–	коэффициент полезного действия, с. 72
КСВ	–	коэффициент стоячей волны, с. 243
МЭК	–	Международная электротехническая комиссия, с. 142
ОР	–	объемный резонатор, с. 252
ПВО	–	противовоздушная оборона, с. 10
ПРВ	–	подвижный радиовысотомер, с. 166
РБВ	–	режим бегущей волны, с. 202
РВ	–	радиоволна, с. 24
РЛС	–	радиолокационная станция, с. 71
РТВ	–	радиотехнические войска, с. 10
РЛО	–	радиолокационное обнаружение, с. 231
РПрУ	–	радиоприемное устройство, с. 14
РРВ	–	распространение радиоволн, с. 23
РЭС	–	радиоэлектронные средства, с. 62
РСВ	–	режим стоячих волн, с. 205
СВЧ	–	сверхвысокие частоты, с. 11
ТТХ	–	тактико-технические характеристики, с. 68
УКВ	–	ультракороткие волны, с. 27
ЭДС	–	электродвижущая сила, с. 131
ЭМВ	–	электромагнитная волна, с. 14
ЭМП	–	электромагнитное поле, с. 14
ЭМЭ	–	электромагнитная энергия, с. 83
ЭПР	–	эффективная площадь рассеяния, с. 72
ЭЭВ	–	элементарный электрический вибратор, с. 16

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

ε_a	– абсолютная диэлектрическая проницаемость среды
μ_a	– абсолютная магнитная проницаемость среды
ε	– относительная диэлектрическая проницаемость среды
$\dot{\varepsilon}_a$	– комплексная абсолютная диэлектрическая проницаемость среды
ε'	– вещественная часть $\dot{\varepsilon}_a$
ε''	– мнимая часть $\dot{\varepsilon}_a$
μ	– относительная магнитная проницаемость среды
ε_0	– электрическая постоянная вакуума
μ_0	– магнитная постоянная вакуума
σ	– удельная проводимость среды
$\vec{x}^0, \vec{y}^0, \vec{z}^0$	– координатные орты соответствующих переменных декартовой системы координат
$\dot{E}'(x, y),$ $\dot{H}'(x, y)$	– комплексные векторные функции распределения поля в поперечном сечении
ρ_s	– поверхностная плотность заряда на границе раздела сред
\vec{n}^0	– единичный вектор, указывающий направление нормали к границе раздела сред
\vec{J}_s	– вектор плотности поверхностного тока
∇^2	– оператор Лапласа в декартовой системе координат
∇	– векторный оператор набла (оператор Гамильтона)
$e^{j\omega t - \dot{\gamma}z}$	– волновой множитель
$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$	– постоянная распространения
α	– постоянная (коэффициент) затухания
β	– фазовая постоянная
$P_{\text{мгн}}$	– мгновенная мощность, переносимая через поперечное сечение волновода
Π_z	– продольная составляющая вектора Пойнтинга $\vec{\Pi}$
I_m	– амплитуда тока
$\lambda_{\text{кр}}$	– критическая длина волны типа H_{mn} или типа E_{mn} в волноводе
$\alpha_{\text{п}}$	– коэффициент затухания
$\alpha_{\text{п.м}}$	– коэффициент затухания, учитывающий потери в металлических стенках волновода
$\alpha_{\text{п.д}}$	– коэффициент затухания, учитывающий потери в диэлектрике, заполняющем волновод
R_s	– поверхностное сопротивление

l	– периметр проводящей поверхности в плоскости поперечного сечения
S	– площадь поперечного сечения волновода
\vec{E}	– вектор напряженности электрического поля
\vec{B}	– вектор магнитной индукции
\vec{D}	– вектор электрической индукции (электрического смещения)
\vec{H}	– вектор напряженности магнитного поля
$d\vec{l} = \vec{\tau}^0 dl$	– вектор, направленный по касательной к dl
$d\vec{s} = \vec{n}^0 ds$	– вектор, направленный по нормали к ds
$\vec{J}_{\text{см}}$	– вектор плотности тока смещения
$\vec{J}_{\text{полн}}$	– вектор плотности полного тока
J_{ms}	– плотность поверхностного тока проводимости
$H_{\text{см}}$	– амплитудное значение тангенциальной составляющей магнитного поля вблизи проводящей поверхности
$H_{\text{см}}$	– амплитудное значение поперечной составляющей магнитного поля в плоскости поперечного сечения
ρ_0	– волновое сопротивление среды, заполняющей волновод
ρ_E, ρ_H	– характеристические (поперечные волновые) сопротивления для волн типа «E» и «H» соответственно
$J_m(k_s r)$	– функция Бесселя первого рода порядка m
$Y_m(k_s r)$	– функция Бесселя второго рода порядка m
$\vec{\Psi}$	– мгновенное значение любого из векторов ЭМ (\vec{D} , \vec{E} , \vec{B} , \vec{H} и \vec{J})
$\vec{\Psi}_m$	– амплитудное значение любого из векторов ЭМП
$e^{j\omega t}$	– временной множитель
$j = \sqrt{-1} = e^{j\frac{\pi}{2}}$	– мнимая единица
$\text{tg}\delta$	– тангенс угла потерь
k	– волновое число (коэффициент фазы)
$\dot{k} = k' - jk''$	– комплексный коэффициент фазы
$k'' = \alpha$	– коэффициент затухания
$k' = \beta$	– коэффициент фазы
v	– скорость распространения электромагнитных волн в среде
v_{Γ}	– групповая скорость
v_{ϕ}	– фазовая скорость
λ	– длина волны
λ_0	– длина волны в вакууме
Нп	– непер
дБ	– децибел

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дисциплина «Электродинамика и распространение радиоволн» входит в профессиональный цикл (базовая часть) направления подготовки специалистов 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Теория электромагнитного поля представляет собой первый основополагающий раздел дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн», в котором представлены общие закономерности макроскопических электромагнитных процессов [15].

При написании данного учебника авторы учитывали, что раздел «Теория электромагнитного поля», позволяющий изучать явления излучения, распространения и приема радиоволн, процессы передачи энергии в различных типах направляющих систем, принципы действия многих функциональных устройств радиолокационных систем радиотехнических войск (РТВ), применяемых в противовоздушной обороне военно-воздушных сил (ПВО ВВС), курсантами уже освоен.

Кроме того, авторы настоящего учебника ставили перед собой задачу – научить изучать и понимать не только общие закономерности распространения радиоволн, но и выработать у курсантов навыки построения моделей рассматриваемых явлений и выполнения оценочных расчетов.

Содержание настоящего учебника включает два раздела дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн».

Раздел 1 – Основы распространения радиоволн (гл. 1–6).

В данном разделе рассмотрены физические процессы, происходящие при распространении радиоволн вблизи поверхности и в атмосфере Земли.

Как и в [15], математические выкладки изложены весьма подробно и сопровождаются пояснениями, что позволяет студентам без большого труда освоить курс самостоятельно.

Приведены экспериментальные данные о радиофизических свойствах земной поверхности, тропосферы и ионосферы. Рассмотрены особенности распространения радиоволн различных диапазонов, включая оптические и инфракрасные волны, а также особенности работы наземных и космических радиолиний.

Показано, что земная поверхность, тропосфера и ионосфера оказывают сильное влияние на распространение радиоволн.

Распространяющиеся волны разделяют на поверхностные и пространственные. *Поверхностные волны* распространяются вблизи поверх-

ности земли, огибают ее вследствие дифракции, преломления и рассеяния в тропосфере. *Пространственные волны* – это волны, излучаемые под разными углами к поверхности земли, они попадают в ионосферу, претерпевают в ней преломление и отражение на границах с ионосферными неоднородностями. Расстояние, на котором возможно обнаружение воздушных объектов существенно зависит от выбранной частоты зондирующего сигнала РЛС, мощности передатчика, чувствительности приемника, типа и размещения антенной системы, условий распространения.

Радиоволны различных диапазонов распространяются на разные расстояния. Распространение радиоволн зависит от свойств атмосферы.

Законы распространения радиоволн в свободном пространстве сравнительно просты, но чаще всего радиотехника имеет дело не со свободным пространством, а с распространением радиоволн над земной поверхностью.

Как показывает опыт и теория, поверхность земли существенно влияет на распространение радиоволн, причем сказываются как физические свойства поверхности (например, различия между морем и сушей), так и ее геометрическая форма (общая кривизна поверхности Земного шара и отдельные неровности рельефа – горы, ущелья и т. п.). Влияние это различно для волн разной длины и для разных расстояний между передатчиком и приемником РЛС.

Понятно, что любая радиолокационная система включает в свой состав тракт распространения, поэтому безупречная и надежная работа всей системы в целом в значительной мере определяется условиями распространения радиоволн на участке, разделяющем передающую и приемную антенны.

Для успешного решения приема (обнаружения) отраженных радиолокационных и прямых навигационных сигналов нужно знать закономерности и свойства распространения радиоволн и среды, в которой они распространяются.

Основу СВЧ-тракта (СВЧ – сверхвысокие частоты) любой радиолокационной системы составляют линии передачи СВЧ-энергии различных типов, или волноводы:

- полые металлические;
- коаксиальные;
- полосковые и микрополосковые;

Исследованию физических процессов, происходящих в линиях передачи, посвящен **раздел 2** (гл. 7–15) настоящего учебника.

Линии передачи СВЧ-диапазона связывают между собой источник электромагнитной энергии и нагрузку. В зависимости от соотношения внутренних характеристик (сопротивлений) источника у нагрузки и линии

передачи вдоль линии устанавливается то или иное распределение электрических величин – режим работы. На практике наиболее часто используются открытые двухпроводные и коаксиальные линии передачи, относящиеся к многосвязным волноводам, или длинным линиям.

При использовании длинных линий для канализации высокочастотной энергии от передатчика к антенне целесообразно, по возможности, установить режим работы линии, приближенный к режиму бегущей волны.

Кроме того, необходимо обеспечить условие отдачи максимальной мощности от генератора СВЧ в линию. В режиме бегущих волн в линии с малыми потерями имеет место наибольший коэффициент полезного действия. Это связано с отсутствием отраженной волны, за счет которой возрастают потери. Кроме того, в режиме бегущих волн предельная мощность, передаваемая в линию, больше, чем в режиме смешанных волн.

Имеется возможность получить по линии режим бегущей волны при нагрузках, обеспечивающих режим смешанных волн. Это достигается за счет согласования нагрузки с линией. В качестве согласующих устройств используются четвертьволновые трансформаторы, шлейф Татаринова, двухшлейфовые трансформаторы и другие устройства.

Подробно рассмотрены конкретные типы согласующих устройств, которые применяются в прямоугольных волноводах, работающих на основной волне.

В конце учебника в прил. 3 приведены контрольные вопросы и задачи, которые могут быть использованы студентами для контроля своих знаний, а также преподавателями при проведении зачетов и экзаменов.

Учебный материал, излагаемый в предлагаемом учебнике, прошел успешную апробацию в период 1998–2010 гг. в Военно-командной академии ПВО (г. Тверь) во время преподавания дисциплины Д-179 «Электродинамика и распространение радиоволн» и Военно-инженерном институте Сибирского федерального университета.

Авторский коллектив: кандидат технических наук, доцент А.Н. Фомин (гл. 1–5, 13), доктор технических наук, профессор А.А. Филонов (гл. 7–12, 14, 15), кандидат технических наук В.А. Копылов, А.В. Андронов (гл. 6).

Ответственный редактор кандидат технических наук, доцент А.Н. Фомин.

Авторы с благодарностью приняли и учли при окончательном редактировании рукописи ряд ценных замечаний доктора технических наук, профессора Военно-командной академии ПВО (г. Тверь) В.П. Бердышева.

Часть I

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ
РАДИОВОЛН**

ОБЛАСТЬ, СУЩЕСТВЕННАЯ ДЛЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

1.1. Модели и методы расчета радиотрасс

Для передачи сигналов от передающей антенны (точка O) к приемной (точка A) в качестве линии передачи энергии используют естественную среду. Линию передачи при этом называют *естественной радиотрассой*, или радиолинией.

Электромагнитные волны (ЭМВ) распространяются в приповерхностных толщах Земли, атмосфере или космическом пространстве. Параметры среды зависят от частоты электромагнитного поля (ЭМП), температуры, влажности почвы, времени суток и года и т. д. Под влиянием среды в распространяющемся ЭМП по сравнению со свободным пространством изменяются:

- амплитуда;
- фаза;
- групповая и фазовая скорости;
- направление распространения,
- поляризационные характеристики.

При расчете радиотрасс возникают следующие основные задачи:

- расчет напряженности электрического (магнитного) поля или мощности на входе радиоприемного устройства при заданной мощности излучения РПУ;

- расчет необходимой мощности излучения для обеспечения заданных значений напряженности ЭМП или мощности на входе радиоприемного устройства (РПрУ);

- выбор оптимальной рабочей длины волны;

- определение скорости распространения и направления прихода ЭМП;

- изучение поляризационных характеристик и возможных искажений сигнала.

Принято измерять и рассчитывать напряженность электрического поля.

Возможно построение математических моделей, изучающих раздельное влияние на распространяющееся ЭМП приповерхностного слоя Земли, тропосферы, ионосферы, межпланетной плазмы.

Рассмотрим на примере земных радиоволн, на характеристики которых влияют параметры приповерхностных слоев Земли, ее сферичность, отклонения от сферичности, параметры атмосферы, один из возможных методов расчета радиотрассы.

Сначала рассчитываем напряженность электрического поля в свободном пространстве, затем учитываем влияние локально плоской Земли, влияние сферичности Земли и влияние параметров атмосферы.

Рассмотрим математические модели радиотрасс при распространении радиоволн в атмосфере и у поверхности земли.

1.2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Простейшей математической моделью является модель свободного пространства.

В теории излучения и распространения электромагнитных радиоволн решается следующая **основная электродинамическая задача**. Задается **распределение** источников излучения (распределение плотности сторонних токов в излучателе) и электрические **параметры** среды, окружающей эти источники. Требуется рассчитать ЭМП в произвольной точке окружающего пространства (в точке наблюдения). В точке наблюдения может находиться либо приемная антенна (в системе радиосвязи), либо цель (в радиолокационной системе).

Однако в реальности первичные источники поля $\dot{\vec{J}}_{ст}$ и $\dot{\rho}_{ст}$ могут быть неизвестны или выражаться сложной математической зависимостью, но при этом известно поле (\vec{H} , \vec{E} , \vec{A} , \vec{Z} и φ) на некоторой замкнутой поверхности S , которая охватывает излучающую систему (рис. 1.1).

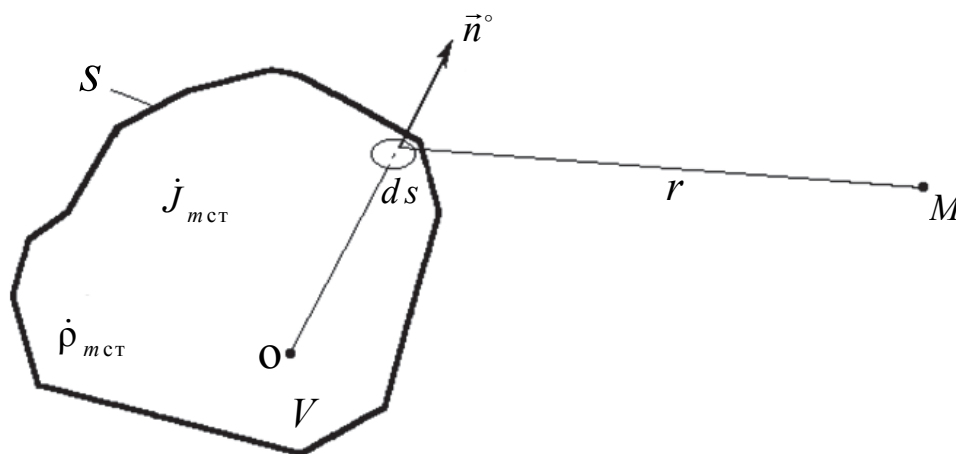


Рис. 1.1. Нахождение поля первичных источников в точках, не охватываемых замкнутой поверхностью S

В этой связи широко применяется метод расчета ЭМП, базирующийся на принципе Гюйгенса – Френеля [7]. Принцип Гюйгенса – Френеля заключается в том, что **всякая точка ds среды, которой достиг волновой фронт, созданный каким-либо первичным источником, является вторичным элементарным источником сферической волны. Новый фронт волны представляет собой огибающую всех возникших элементарных волн** (рис. 1.2).

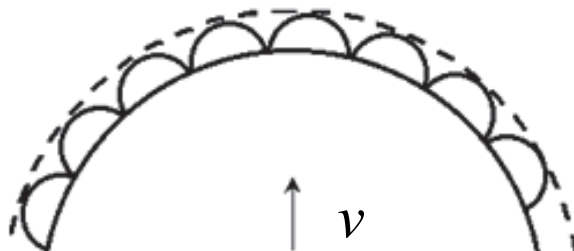


Рис. 1.2. Фронт сферической волны

В этом случае для нахождения поля в точках, не охватываемых замкнутой поверхностью S , используется известная скалярная формула Кирхгофа [15], которая для гармонических полей имеет следующий вид:

$$\dot{U}_m(M) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left[\frac{\partial \dot{U}_{ms}}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) - \dot{U}_{ms} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] ds, \quad (1.1)$$

где $\dot{U}_m(M)$ – комплексная амплитуда векторов поля \vec{H} , \vec{E} , \vec{A} , \vec{Z} в точке M ;

\dot{U}_{ms} – комплексная амплитуда векторов поля на поверхности S в месте расположения элемента ds ;

$\frac{e^{-jkr}}{r}$ – вспомогательная волновая функция;

r – расстояние от точки M до элемента ds ;

n – нормаль к элементу ds .

Физический смысл выражения (1.1) заключается в том, что поле в любой точке M , не охватываемой поверхностью S , может быть представлено как суммарное поле вторичных источников, непрерывно распределенных на замкнутой поверхности S , охватывающей первичные источники.

Воспользуемся формулой Кирхгофа для расчета поля элементарного электрического вибратора (ЭЭВ), поместив его в точку O и выбрав замкнутую поверхность S так, как показано на рис. 1.3:

$$k \cdot r_0 \gg 1; \quad k \cdot \rho_0 \gg 1. \quad (1.2)$$

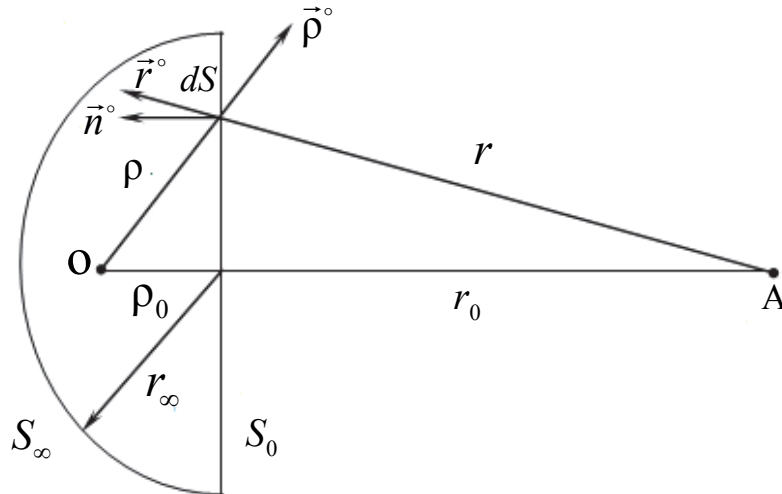


Рис. 1.3. К расчету поля элементарного электрического вибратора

Поверхность S образована плоскостью S_0 и полусферой S_∞ , \vec{r}^0 , $\vec{\rho}^0$ – единичные векторы.

При $r_\infty \rightarrow \infty$ интеграл по полусфере S_∞ обращается в ноль. Кроме того, если в качестве вспомогательной волновой функции выбрать функцию Грина, то из формулы (1.1) получим

$$\dot{E}_m(A) = j \frac{k_0}{2\pi} \dot{B}_m \int_{S_0} \frac{e^{-jk_0(\rho+r)}}{\rho r} \cos\left(\vec{n}, \vec{r}^0\right) dS, \quad (1.3)$$

где $\dot{B}_m = j \frac{k_0^2 I_m \Delta l}{4\pi\omega\epsilon_0} \sin \theta$;

I_m – комплексная амплитуда тока вибратора;

Δl – длина вибратора;

k_0 – волновое число в свободном пространстве;

ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость свободного пространства.

В соответствии с формулой (1.3) поле ЭМВ в точке наблюдения A находится как результат суперпозиции полей, создаваемых излучателями Гюйгенса, расположенными на бесконечной плоскости S_0 , перпендикулярной линии наблюдения (визирования) OA . Каждый элемент плоскости dS создает в точке A поле с фазой $k_0(\rho + r)$ и амплитудой

$$\left| \dot{B}_m \right| \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\cos\left(\vec{n}^0, \vec{r}^0\right)}{\rho r} dS. \quad (1.3^*)$$

Таким образом, рассмотрен принцип Гюйгенса – Френеля, позволяющий определить поле излучателя в произвольной точке пространства.

Физический смысл условий (1.4) состоит в том, что вторичные источники, расположенные на внутренней¹ и внешней границах каждой зоны Френеля, создают в точке А поля, фазы φ_0 и φ_1 которых соответственно находятся в противофазе:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0 = k(\rho_1 + r_1 - \rho_0 - r_0) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi.$$

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, поле в точке наблюдения А определяется как векторная сумма полей всех вторичных источников, расположенных на бесконечной плоскости S_0 .

Для нахождения результирующего поля в точке наблюдения А первоначально просуммируем геометрически векторы полей, создаваемых вторичными излучателями, расположенными в пределах каждой зоны Френеля, а затем просуммируем геометрически результирующие вектора каждой этой зоны.

Разобьем каждую зону Френеля на некоторое (конечное) число равных по площади концентрических колец (рис. 1.5). При этом поля, создаваемые соседними элементарными кольцами, практически не отличаются по амплитуде, а по фазе отличаются на величину, равную $\frac{\pi}{m}$ (m – число элементарных колец). Фазы векторов при этом различаются на 30° .

На рис. 1.6 показано геометрическое суммирование векторов полей, создаваемых элементарными кольцами первой, второй, третьей и четвертой зон Френеля соответственно.

Если $m \rightarrow \infty$, то ширина элементарных колец стремится к бесконечно малой величине, а следовательно, фазы создаваемых ими полей ($\pi / \infty \rightarrow 0$) меняются плавно и ломаная линия превращается в плавную кривую.

Как следует из рис. 1.6, результирующие векторы полей, создаваемые соседними зонами Френеля, направлены в противоположные стороны (т. е. фазы различаются на 180°). Амплитуды результирующих векторов уменьшаются при увеличении номера зоны Френеля. Это объясняется тем, что при увеличении номера зоны Френеля возрастают как расстояния ρ и r , так и угол между ортами \vec{n}^0 и \vec{r}^0 (см. рис. 1.3).

Увеличение угла приводит к уменьшению величины $\cos\left(\widehat{\vec{n}^0, \vec{r}^0}\right)$ в выражении (1.3*), а значит, и результирующей амплитуды.

¹ Внутренняя граница первой ($n = 1$) зоны Френеля совпадает с центром окружности радиусом R_1 .

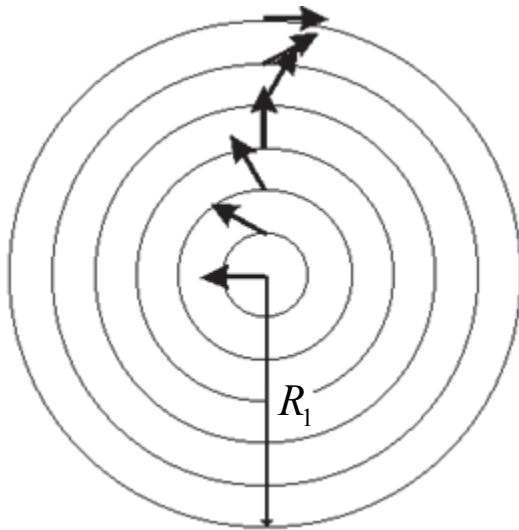


Рис. 1.5. Разбиение первой ($n = 1$) зоны Френеля на 6 ($m = 6$) равных по площади концентрических колец

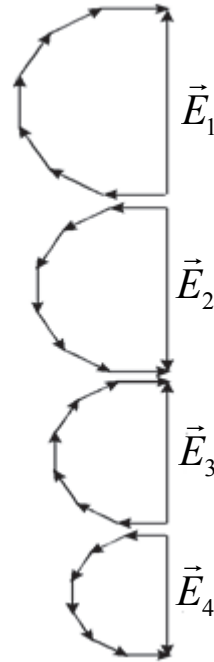


Рис. 1.6. Геометрическое суммирование векторов полей, создаваемых элементарными кольцами зон Френеля

Просуммируем геометрически результирующие векторы каждой зоны Френеля:

$$\vec{E}(A) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots$$

$$\vec{E}(A) = \vec{y}^0 (E_{m1} \cos(\omega t + \varphi_1) + E_{m2} \cos(\omega t + \varphi_2) + E_{m3} \cos(\omega t + \varphi_3) + \\ + E_{m4} \cos(\omega t + \varphi_4) + \dots).$$

Поскольку фазы результирующих векторов различаются на 180° , то предположим, что $\varphi_1 = \varphi_3 = 0$, а $\varphi_2 = \varphi_4 = \pi$, тогда

$$E_{m0} \cos(\omega t + \varphi_{\text{рез}}) = E_{m1} \cos(\omega t) + E_{m2} \cos(\omega t + \pi) + E_{m3} \cos(\omega t) + \\ + E_{m4} \cos(\omega t + \pi) + \dots = E_{m1} \cos(\omega t) - E_{m2} \cos(\omega t) + E_{m3} \cos(\omega t) - \\ - E_{m4} \cos(\omega t) + \dots$$

Следовательно, напряженность поля в точке наблюдения А, создаваемого всеми зонами Френеля, можно найти как результат алгебраического суммирования амплитуд результирующих векторов, т. е. в виде знакопеременного сходящегося ряда [4]:

$$E_{m0} = E_{m1} - E_{m2} + E_{m3} - \dots - E_{mn}. \quad (1.5)$$

Перепишем выражение (1.5) в несколько ином виде:

$$\begin{aligned} E_{m0} &= \frac{E_{m1}}{2} + \frac{E_{m1}}{2} - E_{m2} + \frac{E_{m3}}{2} + \frac{E_{m3}}{2} - E_{m4} + \frac{E_{m5}}{2} + \dots = \\ &= \frac{E_{m1}}{2} + \left(\frac{E_{m1}}{2} + \frac{E_{m3}}{2} - E_{m2} \right) + \left(\frac{E_{m3}}{2} + \frac{E_{m5}}{2} - E_{m4} \right) + \dots \end{aligned}$$

Поскольку каждый четный член ряда (1.5) мало отличается от среднего арифметического двух соседних нечетных членов $\left(E_{mi} = \frac{E_{m(i-1)} + E_{m(i+1)}}{2} \right)$, $i = 2, 4, 6, \dots$, а $\lim_{n \rightarrow \infty} E_{mn} = 0$, то результирующая напряженность E_{m0} поля в точке А равна половине напряженности поля, создаваемого первой зоной Френеля:

$$E_{m0} \approx \frac{E_{m1}}{2}. \quad (1.6)$$

Определим размеры (внешние радиусы R_n и площади S_n) зон Френеля. Из рис. 1.4 радиус R_1 первой зоны Френеля находим по следующему выражению:

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{\rho_0^2 + R_1^2} = \rho_0 \left[1 + \left(\frac{R_1}{\rho_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \\ r_1 = \sqrt{r_0^2 + R_1^2} = r_0 \left[1 + \left(\frac{R_1}{r_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \end{cases} \quad (1.7)$$

Так как $\frac{R_1}{\rho_0} \ll 1$ и $\frac{R_1}{r_0} \ll 1$, разложим (1.7) в биномиальный ряд Тейлора (Маклорена²) и ограничимся первыми двумя членами разложения.

В результате получим
$$\begin{cases} \rho_1 \cong \rho_0 + \frac{R_1^2}{2\rho_0}; \\ r_1 \cong r_0 + \frac{R_1^2}{2r_0}. \end{cases}$$

² $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} f^{(k)}(0) x^k$ – ряд Маклорена.

Решив систему двух уравнений с двумя неизвестными, найдем радиус первой зоны Френеля:

$$R_1 = \sqrt{\frac{\lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}. \quad (1.8)$$

Аналогично определим внешний радиус n -й зоны Френеля:

$$R_n = \sqrt{\frac{n\lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}. \quad (1.9)$$

Площади всех зон Френеля одинаковы:

$$S_1 = \pi R_1^2 = \frac{\pi \lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0};$$

$$S_n = \pi R_n^2 - \pi R_{n-1}^2 = \frac{\pi \lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}. \quad (1.10)$$

При перемещении плоскости S_∞ вдоль линии наблюдения ОА граница каждой из зон Френеля описывает эллипс (рис. 1.7).

Действительно, для любого положения плоскости S_∞ справедливо неравенство, описывающее границу i -й зоны Френеля:

$$\rho_i + r_i = \rho_0 + r_0 + \frac{i\lambda}{2} = \text{const}. \quad (1.11)$$

Это равенство является математической записью свойства³ эллипса с полюсами в точках О и А. Следовательно, в пространстве первая зона Френеля представляет собой эллипсоид вращения. Зоны Френеля высших номеров – пространство между двумя соседними эллипсоидами вращения.

Определим наибольший размер поперечного сечения эллипсоида вращения, соответствующего n -й зоне Френеля, для чего исследуем на экстремум выражение (1.9). Из рис. 1.7 следует, что $\rho_0 + r_0 = \text{ОА}$, тогда

$$\frac{\partial R_n}{\partial \rho_0} = \left(\sqrt{\frac{n\lambda \rho_0 (\text{ОА} - \rho_0)}{\text{ОА}}} \right)' = \frac{n\lambda (\text{ОА} - 2\rho_0)}{2 \cdot \text{ОА} \sqrt{\frac{n\lambda \rho_0 (\text{ОА} - \rho_0)}{\text{ОА}}}} = 0,$$

$$n\lambda (\text{ОА} - 2\rho_0) = 0 \Rightarrow 2\rho_0 = \text{ОА} \Rightarrow \rho_0 = r_0.$$

³ Сумма фокальных радиусов – величина, постоянная для каждой точки эллипса, т. е. $\rho_i + r_i = \text{const}$.

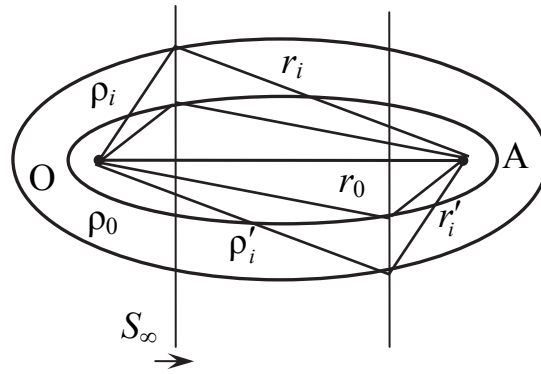


Рис. 1.7. Эллипсоид вращения, описываемый в пространстве первой зоной Френеля

Таким образом, наибольший размер поперечного сечения эллипсоиды имеют при $\rho_0 = r_0$, при этом максимальный радиус эллипсоида в этом сечении

$$R_{n \max} = \sqrt{\frac{n\lambda\rho_0}{2}}. \quad (1.12)$$

Вывод. В силу быстрой сходимости ряда (1.5) результирующее поле в точке наблюдения А создается в основном вторичными излучателями, расположенными в пределах нескольких первых зон Френеля ($n = 5 \dots 6$), и имеет место **область пространства, существенная для распространения радиоволн** (РРВ). Эта область ограничена эллипсоидом, соответствующим зоне Френеля наибольшего размера.

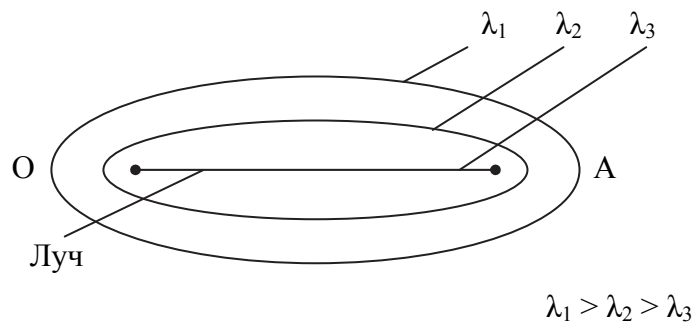


Рис. 1.8. Вырождение эллипсоида вращения в прямую линию при $\lambda \rightarrow 0$

Существенная для распространения радиоволн область тем резче выражена, т. е. эллипсоид тем сильнее вытянут, чем короче волна – см. формулу (1.12). При $\lambda \rightarrow 0$ все эллипсоиды вращения вырождаются в прямую линию, называемую лучом (рис. 1.8).

Поэтому на очень коротких волнах (например, световых) распространение происходит по прямому лучу.

1.4. Амплитуда поля за препятствием (дифракционным экраном)

Поместим на пути распространения радиоволн (РВ) препятствие в виде полубесконечного металлического (непрозрачного) экрана, перпендикулярного линии наблюдения OA (рис. 1.9).

Расстояние x_0 от линии наблюдения до края экрана назовем просветом. В случае, указанном на рис. 1.9, значение x_0 считают **положительным**. Если край экрана лежит ниже линии наблюдения, то просвет x_0 считают **отрицательным**.

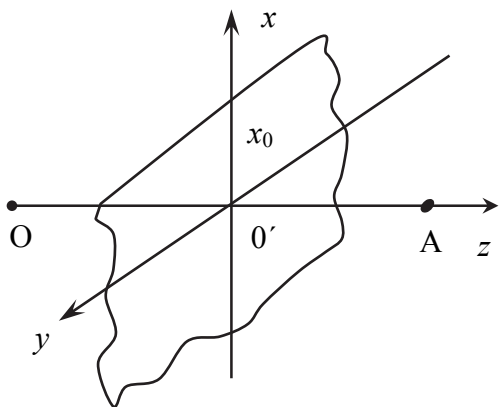


Рис. 1.9. Размещение препятствия в виде полубесконечного металлического (непрозрачного) экрана на пути распространения РВ

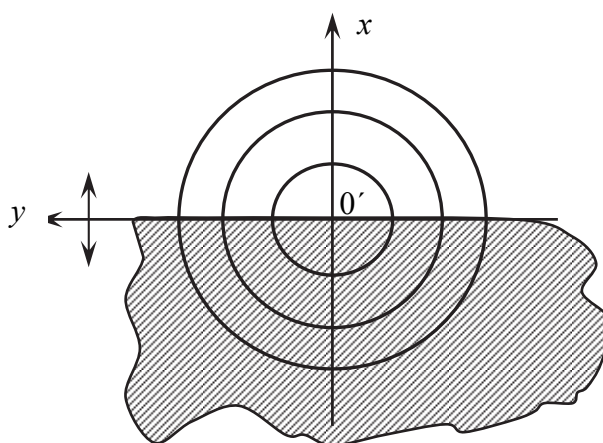


Рис. 1.10. Результат изменения амплитуды поля позади экрана (в точке A) при перемещении его края вдоль оси x (при изменении просвета x_0)

Исследуем, как меняется амплитуда поля позади экрана (в точке A) при перемещении его края вдоль оси x (при изменении просвета x_0). При этом будем предполагать справедливость выполнения двух условий (допущений Кирхгофа):

- поле в части плоскости, дополняющей плоскость экрана (выше края экрана), совпадает с невозмущенным полем;
- поле на теневой относительно излучателя стороне экрана равно нулю.

При сформулированных условиях поставленную задачу можно решить с помощью зон Френеля, которые построим в плоскости экрана (рис. 1.10).

При $x_0 = 0$, как следует из рис. 1.10, половина площади поперечного сечения области, существенной для РРВ, перекрыта экраном. Поэтому ам-

плитуда E_m напряженности электрического поля в точке А в два раза меньше, чем E_{m0} в свободном пространстве (в отсутствии экрана), т. е.

$$E_m = \frac{E_{m0}}{2} = \frac{E_{m1}}{4}.$$

При изменении величины x_0 в сторону отрицательных значений (перемещение края экрана вниз) изменение амплитуды напряженности электрического поля носит осциллирующий характер (рис. 1.11).

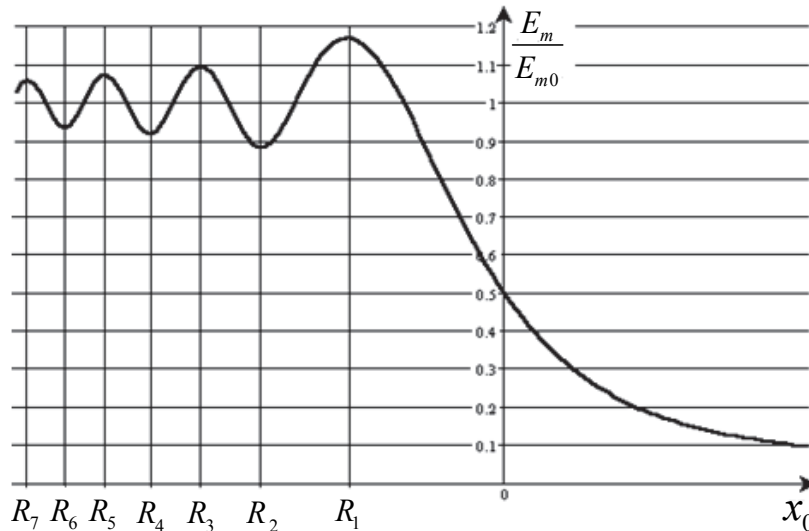


Рис. 1.11. Изменение амплитуды напряженности электрического поля при перемещении края экрана вниз

Это обусловлено последовательным полным открытием площадей нечетных и четных зон Френеля. Напряженность электрического поля достигает **максимального** значения примерно при таком положении края экрана, при котором полностью открыта площадь первой зоны Френеля. Когда полностью открывается площадь поперечного сечения области, существенной для РРВ, поле равно полю в свободном пространстве:

$$E_m = E_{m0} = \frac{E_{m1}}{2}.$$

В процессе изменения величины x_0 от нуля в сторону положительных значений (при перемещении края экрана вверх) напряженность поля за экраном монотонно убывает, так как последовательно полностью перекрываются площади зон Френеля.

Очевидно, что чем короче волна, тем меньше площадь поперечного сечения области, существенной для РРВ, и тем быстрее убывает поле дифракции за препятствием.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

2.1. Влияние сферичности Земли на тактико-технические характеристики радиолокационных станций.

Дальность прямой видимости

Влияние земли можно подразделить на:

- влияние сферичности земной поверхности;
- наличие переотражений от этой поверхности;
- влияние неровностей земной поверхности.

Строгое решение задачи о расчете напряженности поля в некоторой точке над реальной земной поверхностью при произвольном расположении излучателя весьма сложно. Поэтому при теоретическом изучении РРВ над земной поверхностью принимают, как отмечалось ранее, некоторые упрощенные модели.

Пусть излучатель O и точка наблюдения A (передающая и приемная антенны) расположены на высотах h и z над земной поверхностью. Последнюю будем считать гладкой сферой с радиусом $R_0 = 6370$ км (рис. 2.1).

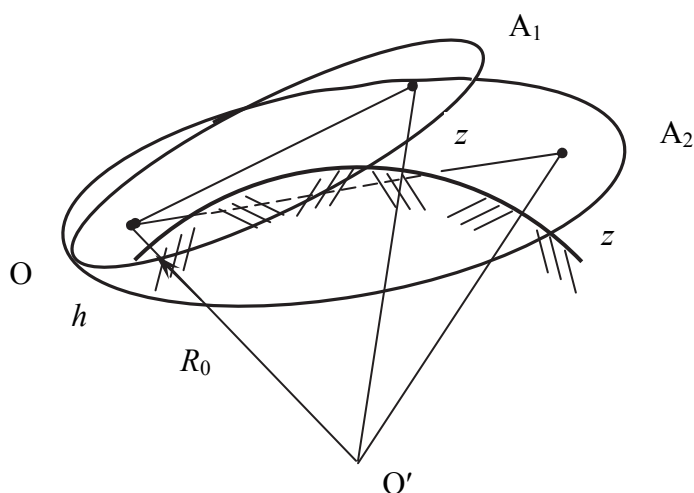


Рис. 2.1. Влияние сферичности Земли на дальность прямой видимости цели

Окружающую земную поверхность атмосферу полагаем непоглощающей однородной средой с параметрами свободного пространства.

Область, существенная для РРВ, ограничена эллипсоидом вращения, соответствующим зоне Френеля небольшого номера (приближенно будем считать первой зоне Френеля).

Как видно из рис. 2.1, если существенная для РРВ область не достигнет выпуклости земной поверхности, то возможно прямолинейное распространение между точками O и A_1 . Если же существенная область захватывает выпуклость земной поверхности, то последняя является препятствием, за которое радиоволны распространяются путем дифракции. Поле в этом случае оказывается сильно ослабленным, поскольку в распространении участвуют только часть первой зоны Френеля и зоны высших порядков, которые тоже искажены влиянием поверхности Земли. Для прямолинейного РРВ необходимо, чтобы минимальный просвет между линией наблюдения OA_2 и поверхностью Земли был отрицательным и превышал радиус первой зоны Френеля.

Для построения математических моделей и для ориентировочной оценки возможности беспрепятственного РРВ над земной поверхностью вводится понятие дальности прямой видимости.

Дальностью прямой видимости называется расстояние между излучателем (точка O) и точкой наблюдения A , лежащими на прямой, касательной к земной поверхности (линии горизонта) – рис. 2.2.

Как следует из рис. 2.2, дальность прямой видимости $r_0 = OC + CA$. Так как на практике $h \ll R_0$ и $z \ll R_0$, то

$$\begin{aligned} OC &= \sqrt{(R_0 + h)^2 - R_0^2} \cong \sqrt{2R_0h}; \\ CA &= \sqrt{(R_0 + z)^2 - R_0^2} \cong \sqrt{2R_0z}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Следовательно, дальность прямой видимости

$$r_0 = \sqrt{2R_0} (\sqrt{h} + \sqrt{z}). \quad (2.2)$$

Выражая r_0 и R_0 в километрах, h и z в метрах, получим

$$r_0 = 3,57 (\sqrt{h} + \sqrt{z}). \quad (2.3)$$

Формула (2.3) используется, в частности, для расчета дальности действия телевизионных центров и радиорелейных линий связи, а также для определения возможной дальности обнаружения объектов радиолокационными средствами, работающими в ультракоротковолновом диапазоне (УКВ-диапазоне).

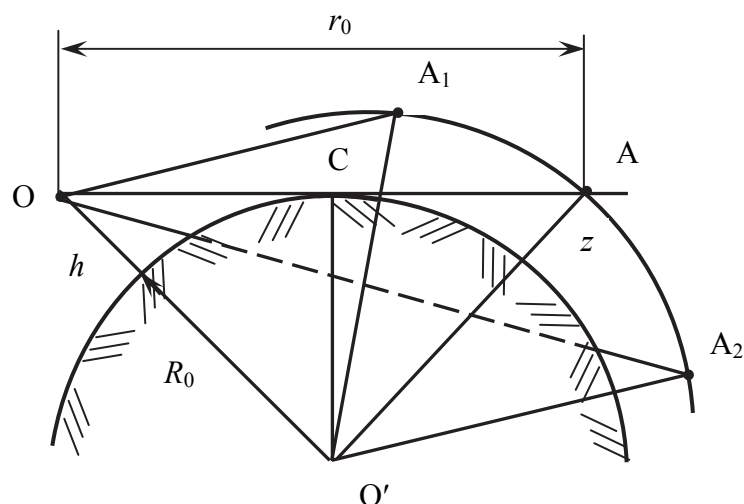


Рис. 2.2. Дальность прямой видимости между излучателем (точка O) и точкой наблюдения A , лежащими на прямой, касательной к земной поверхности (линии горизонта)

В теории РРВ используют три модели радиотрасс:

1. $r < 0,2r_0$ – радиотрасса малой протяженности, при этом сферичность Земли мало влияет на ЭМП в точке A . Землю считают локально плоской.

2. $0,2r_0 < r < 0,8r_0$ – радиотрасса средней протяженности. Первая зона Френеля при этом не перекрывается поверхностью Земли, но сферичность учитывать необходимо.

3. $r > 0,8r_0$ – радиотрасса большой протяженности. При этом вычисляется поле дифракции на земном шаре.

Из-за сферичности Земли пространство над ее поверхностью можно разделить на три области:

- область прямой видимости («освещенная» область), для которой $r < 0,8r_0$ и первая зона Френеля не перекрывается выпуклостью земной поверхности;
- область «полутени», лежащая между линиями OA_1 и OA_2 , для которой $0,8r_0 < r < 1,2r_0$;
- область «тени», лежащая ниже линии OA_2 , для которой $r > 1,2r_0$.

В области прямой видимости может иметь место интерференция прямой и отраженной от земной поверхности радиоволн. В области тени и полутени радиоволны распространяются дифракционно.

Если получатель и точка наблюдения расположены непосредственно у земной поверхности ($h = z = 0$), что имеет место в диапазоне **длинных** и **средних** волн, то понятие дальности прямой видимости не имеет смысла.

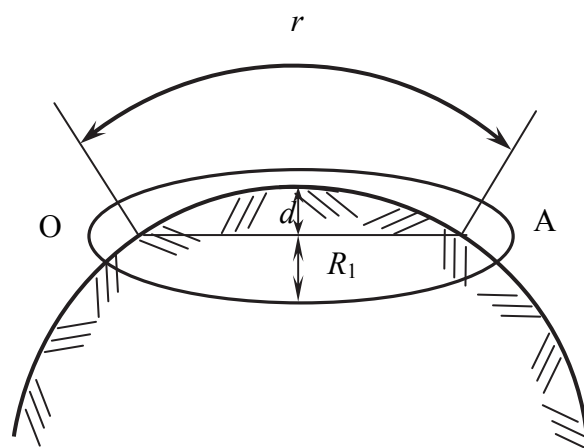


Рис. 2.3. Наличие препятствия на пути РРВ

В этом случае (рис. 2.3) сегмент, ограниченный прямой OA , является препятствием для прямолинейного РРВ. Пока высота d этого сегмента значительно меньше радиуса первой зоны Френеля R_1 , влияние сферичности Земли не учитывают (земную поверхность считают плоской).

Практически это справедливо на метровых волнах для расстояния $r = 10 \dots 20$ км, на коротких волнах – до нескольких десятков километров, на средних и длинных волнах – до нескольких сотен километров.

Таким образом, мы рассмотрели влияние сферичности Земли на дальность прямой видимости цели, далее исследуем, как происходит отражение радиоволн от плоской земной поверхности.

2.2. Отражение радиоволн от плоской земной поверхности

2.2.1. Участок, существенный для отражения радиоволн

В случае первой математической модели ($r < 0,2 r_0$ – радиотрасса малой протяженности) поле в области прямой видимости может представлять собой геометрическую сумму полей **прямой** и **отраженной** от земной поверхности волн (результат интерференции полей прямой и отраженной радиоволн).

Первоначально предположим, что земная поверхность плоская и абсолютно ровная, как показано на рис. 2.4. Излучатель и точка наблюдения подняты над плоской земной поверхностью на высоту h' и z' соответственно. В этом случае направление распространения отраженной волны (по пути OCA) подчиняется закону геометрической оптики (угол отражения равен углу падения).

По законам геометрической оптики отражение радиоволн происходит в некоторой точке C [9]. В действительности же, согласно волновой теории,

отраженная волна формируется некоторым участком земной поверхности, окружающим точку отражения. Этот участок формируется следующим образом. Как для прямой, так и для отраженной радиоволны имеет место область пространства, существенная для распространения (рис. 2.4). Для прямой волны эта область представляет собой эллипсоид вращения с фокусами в точках O' и A . Точка O' является точкой расположения фиктивного излучателя, являющегося зеркальным изображением реального излучателя.

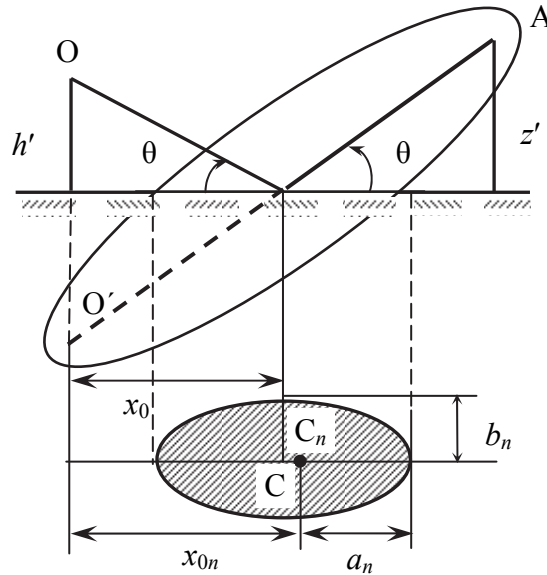


Рис. 2.4. Излучатель и точка наблюдения подняты над плоской земной поверхностью на высоту h' и z'

В результате пересечения области, существенной для распространения отраженной волны, с земной поверхностью образуется участок, существенный для отражения радиоволн. Этот участок имеет форму эллипса, вытянутого в направлении распространения волны (рис. 2.4). Практически (в частности, в радиолокации) существенный для отражения радиоволн участок ограничивают первой ($n = 1$) зоной Френеля. Размеры и относительное геометрическое расположение участка местности определяются в соответствии со следующими выражениями:

- для случая, когда $h' \ll z'$,

$$x_{0n} = x_0 \left(1 + \frac{n\lambda}{2h' \sin(\theta)} \right), \quad b_n = a_n \sin(\theta),$$

$$a_n = \frac{1}{\sin(\theta)} \sqrt{\frac{n\lambda h'}{\sin(\theta)} \left(1 + \frac{n\lambda}{4h' \sin(\theta)} \right)},$$

- для случая, когда $h' \gg z'$,

$$x_{0n} = x_0 \left(1 + \frac{n\lambda}{2z' \sin(\theta)} \right), \quad b_n = a_n \sin(\theta),$$

$$a_n = \frac{1}{\sin(\theta)} \sqrt{\frac{n\lambda z'}{\sin(\theta)} \left(1 + \frac{n\lambda}{4z' \sin(\theta)} \right)};$$

- для случая, когда $h' \approx z'$,

$$x_{0n} \approx x_0, \quad b_n = a_n \sin(\theta), \quad a_n = \frac{1}{\sin(\theta)} \sqrt{\frac{n\lambda z' h'}{(z' + h') \sin(\theta)}}.$$

Итак, из рис. 2.4 и приведенных формул видим, что размеры большой a_n и малой b_n полуосей эллипса, существенного для отражения участка местности, зависят от длины волны λ , угла скольжения θ и высот h' и z' . Чем короче волна и чем больше θ , тем меньше размеры существенного участка. Далее проанализируем коэффициенты Френеля.

2.2.2. Анализ коэффициентов Френеля

Полагая земную поверхность в пределах участка, существенного для отражения радиоволн, плоской, результирующее поле в точке наблюдения А определим как геометрическую сумму поля прямой волны и поля падающей волны, помноженного на коэффициент отражения:

$$\vec{E}(A) = \vec{E}_{\text{пр}}(A) + R \cdot \vec{E}_{\text{пад}}(A), \quad (2.4)$$

где R – коэффициент отражения плоской волны от плоской границы раздела двух сред.

В общем случае для реальной земной поверхности коэффициенты отражения как вертикально, так и горизонтально поляризованных радиоволн являются комплексными величинами:

$$\dot{R}_{\Gamma, \text{В}} = \left| \dot{R}_{\Gamma, \text{В}} \right| \cdot e^{j\beta_{\Gamma, \text{В}}}, \quad (2.5)$$

где $\beta_{\Gamma, \text{В}}$ – аргумент (фаза) коэффициента R отражения для горизонтальной или вертикальной поляризации ЭМВ зависит от длины волны λ и электрических параметров земной поверхности (почвы).

Комплексность коэффициента отражения означает, что при отражении волны имеет место изменение фазы колебания на угол β .

По величине отношения тока смещения к току проводимости

$$\frac{\left| \dot{J}_m \right|}{\left| \dot{J}_{m \text{ см}} \right|} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} = \frac{\lambda \sigma}{2\pi c \epsilon_0 \epsilon} = \frac{60 \lambda \sigma}{\epsilon} = \text{tg} \delta,$$

которые, в свою очередь, пропорциональны относительной диэлектрической проницаемости ϵ и удельной проводимости σ соответственно, различают три вида почвы:

- $60 \lambda \sigma \ll \epsilon$ – почва-диэлектрик;
- $60 \lambda \sigma \approx \epsilon$ – почва-полупроводник;
- $60 \lambda \sigma \gg \epsilon$ – почва-проводник.

Например, **диэлектриком** приближенно можно считать морскую воду для радиоволн *сантиметрового* диапазона, а также влажную почву для *метровых* и более *коротких* радиоволн.

Почву, покрытую растительностью, льдом или снегом, часто можно считать **полупроводником** [9].

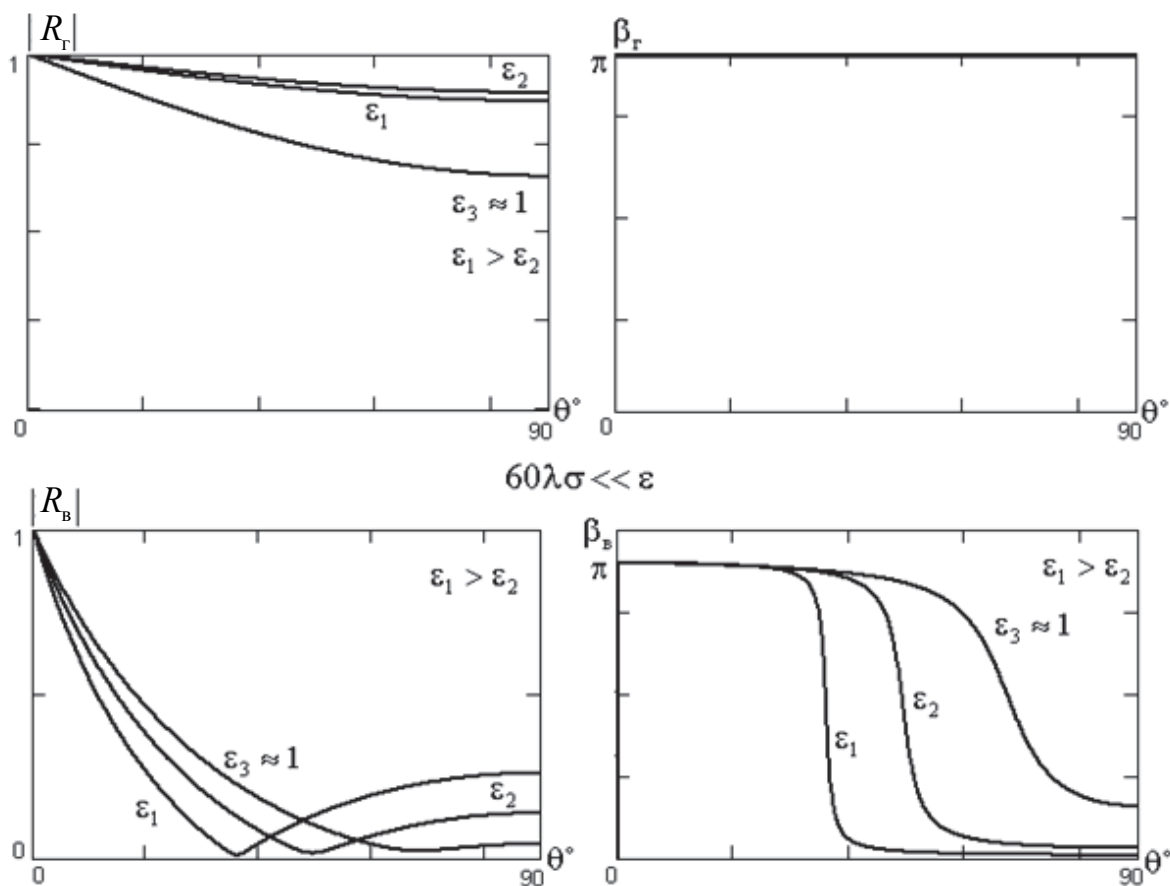


Рис. 2.5. Графики зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения от угла скольжения θ для полупроводящей почвы

Графики зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения от угла скольжения θ для диэлектрической и полупроводящей почв приведены на рис. 2.5 и рис. 2.6.

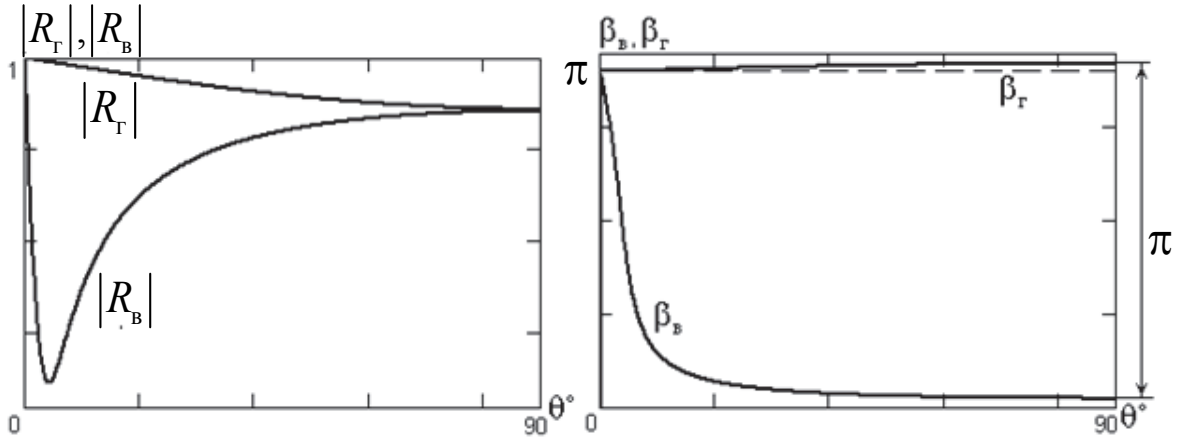


Рис. 2.6. Графики зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения от угла скольжения θ для полупроводящей почвы

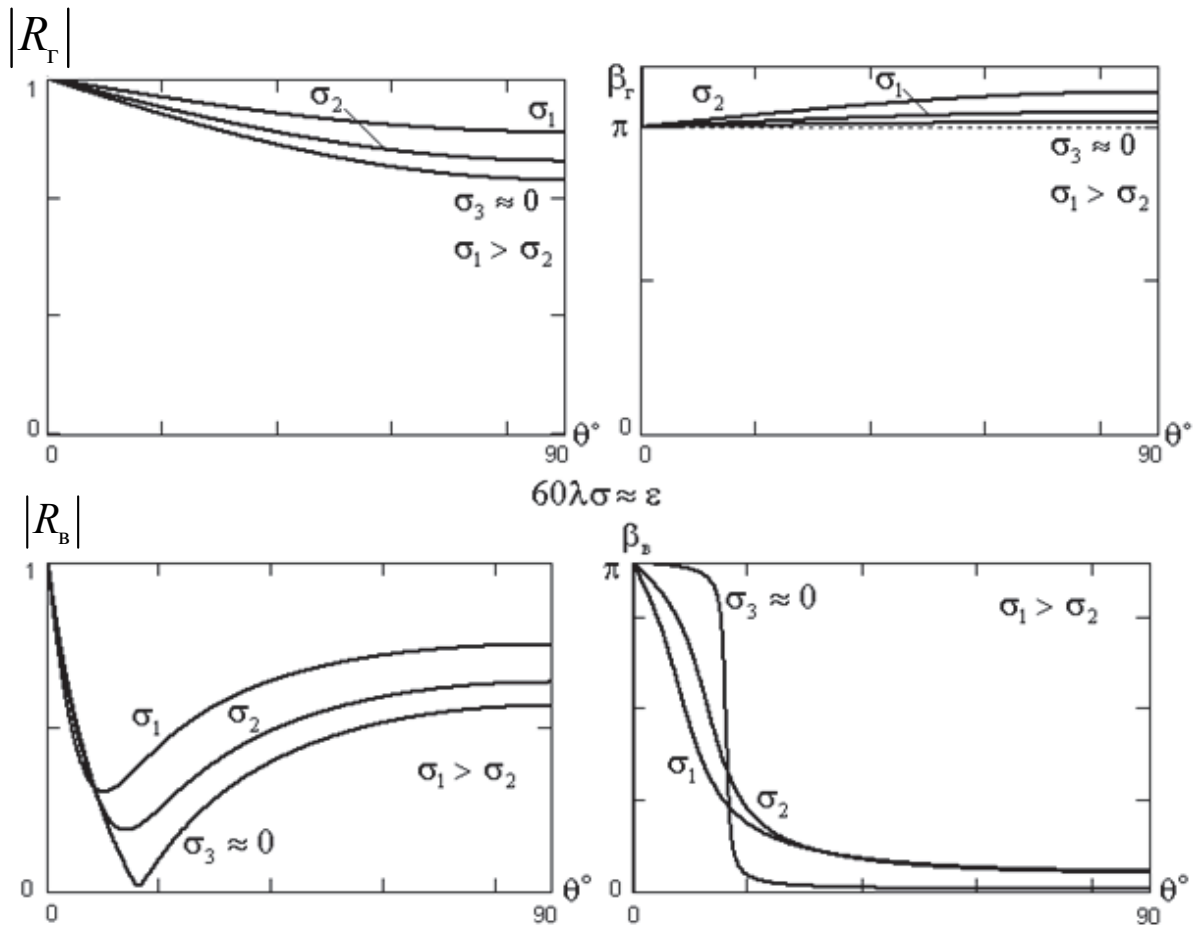


Рис. 2.7. Графики зависимостей модулей и аргументов коэффициентов отражения R_γ и R_β для одной и той же полупроводящей почвы

Коэффициенты отражения для **проводящей** почвы по модулю равны единице:

$$|R_{\Gamma}| = |R_{\text{в}}| = 1,$$

а по фазе отличаются друг от друга на π , т. е. $\beta_{\text{в}} = 0$, $\beta_{\Gamma} = \pi$.

Зная коэффициент отражения и поле излучателя в свободном пространстве, по формуле (2.4) можно рассчитать поле излучателя над земной поверхностью.

Для сравнения на рис. 2.7 изображены зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения R_{Γ} и $R_{\text{в}}$ для одной и той же полупроводящей почвы. Как видим, при углах скольжения $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 90^\circ$ модули $|\dot{R}_{\Gamma}|$ и $|\dot{R}_{\text{в}}|$ коэффициентов отражения равны друг другу. Для всех других углов скольжения θ коэффициент $|\dot{R}_{\Gamma}|$ отражения при горизонтальной поляризации больше, чем $|\dot{R}_{\text{в}}|$ при горизонтальной. Так, это обстоятельство является основной причиной того, что в радиолокации чаще применяют горизонтальную поляризацию.

Рассмотрим поле излучателя, поднятого над плоской земной поверхностью.

2.3. Поле излучателя, поднятого над плоской земной поверхностью

В соответствии с формулой (2.4) поле, создаваемое поднятым над земной поверхностью излучателем, определяется как результат интерференции (наложения) поля прямой волны $\vec{E}_{\text{пр}}$ и поля отраженной волны $\vec{E}_{\text{отр}} = R \cdot \vec{E}_{\text{пад}}$ (рис. 2.8).

Поле, создаваемое в точке наблюдения прямой волной, можно рассчитать как поле излучателя в свободном пространстве, используя при этом математическую модель свободного пространства.

Следует учитывать, что реальные излучатели (антенны) всегда излучают в той или иной степени направленно, а поле в дальней зоне определяется известным соотношением, справедливым для любого излучателя:

$$\dot{E}_m = j \cdot \frac{\sqrt{60 P_{\Sigma} D_{\text{max}}}}{r} \cdot F(\nu, \varphi) \cdot e^{-jk_0 r}, \quad (2.6)$$

где P_{Σ} – излучаемая мощность;

D_m – максимальное значение коэффициента направленного действия излучателя имеет место в направлении максимального излучения (рис. 2.8);

$F(\nu, \varphi)$ – нормированная пространственная диаграмма направленности излучателя;

ν, φ – углы в сферической системе координат, полярная ось которой совпадает с направлением максимального излучения.

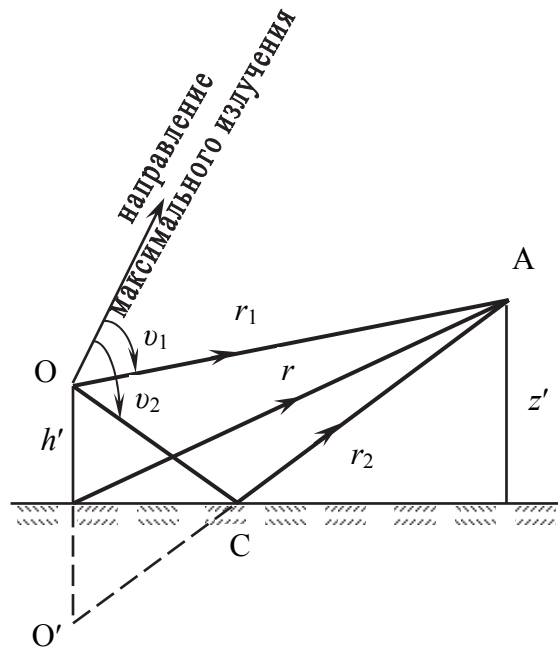


Рис. 2.8. Поле, создаваемое поднятым над земной поверхностью излучателем

При изучении влияния земной поверхности на РРВ практический интерес представляет характер изменения поля в вертикальной плоскости, проходящей через направление максимального излучения. В этом случае, принимая $\varphi = 0$ в соответствии с рис. 2.8 и формулой (2.6), поле прямой волны

$$\dot{E}_{m\text{пр}} = j \cdot \frac{\sqrt{60P_{\Sigma}D_m}}{r_1} \cdot F(\nu_1) \cdot e^{-jk_0r_1}. \quad (2.7)$$

Пусть протяженность радиолинии удовлетворяет условию $r < 0,2 r_0$; $h' \ll r$ и $z' \ll r$; $h' \gg \lambda$ и $z' \gg \lambda$. Тогда применима первая модель – модель плоской Земли [12]. Поле отраженной волны в этом случае может быть определено как

$$\dot{E}_{m\text{отр}} = jR_{\text{в.г}} \frac{\sqrt{60P_{\Sigma}D_m}}{r_2} \cdot F(\nu_2) \cdot e^{-jk_0r_2}. \quad (2.8)$$

Поскольку практический интерес представляет поле излучателя в дальней зоне, для которой выполняется условие

$$r \gg h', \quad (2.9)$$

лучи прямой и отраженной волны можно считать параллельными (рис. 2.9).

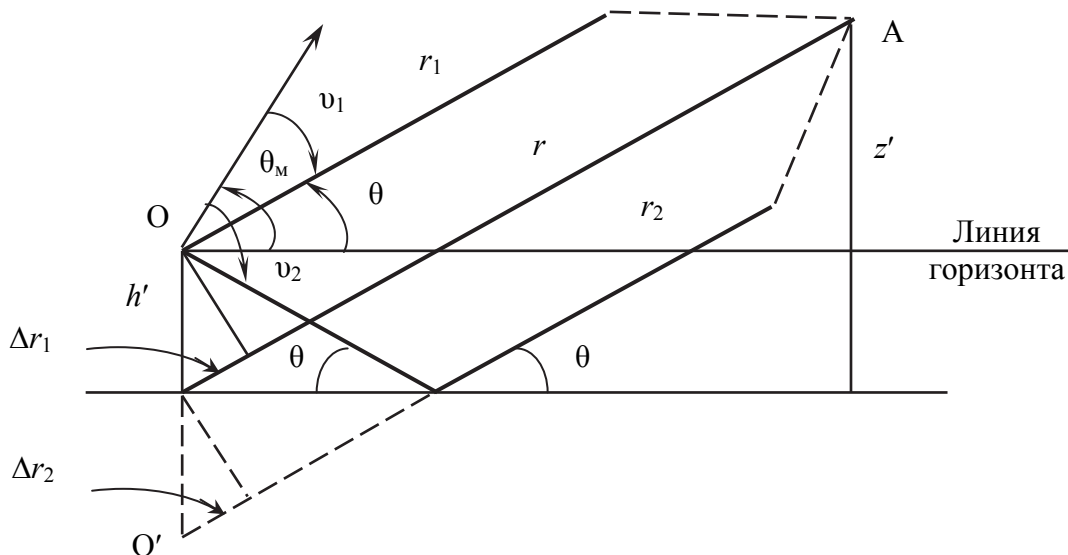


Рис. 2.9. Поле излучателя в дальней зоне

Из рис. 2.9 следует, что падающая и отраженная волны проходят различное расстояние, т. е.

$$\begin{aligned} r_1 &= r - h' \sin(\theta), \\ r_2 &= r + h' \sin(\theta), \end{aligned} \quad (2.10)$$

При выполнении условия (2.10) в амплитудных множителях формул (2.7) и (2.8) можно принять

$$r_1 = r_2 = r. \quad (2.11)$$

В фазовых множителях этого сделать нельзя во избежание грубой ошибки. Таким образом, с учетом формул (2.4), (2.5), (2.7), (2.8), (2.10), (2.11), результирующее поле в точке наблюдения

$$\dot{E}_m = j \frac{\sqrt{60 P_\Sigma D_m}}{r} F(\nu_1) \left[e^{jk_0 h' \sin \theta} + \left| \dot{R}_{\text{в.г.}} \right| \frac{F(\nu_2)}{F(\nu_1)} e^{-j(k_0 h' \sin \theta + \beta_{\text{в.г.}})} \right] e^{-jk_0 r}. \quad (2.12)$$

Формула (2.12) отличается от формулы (2.6) наличием множителя в квадратных скобках. Этот множитель является **результатом интерфе-**

ренции прямой и отраженной от земной поверхности радиоволн и получил название **интерференционного множителя земли** (ИМЗ), который в общем случае носит комплексный характер, т. е. выражение (2.12) можно представить в следующем виде:

$$\dot{E}_m = j \frac{\sqrt{60P_\Sigma D_m}}{r} F(v_1) \dot{\Phi}(\theta) e^{-jk_0 r}.$$

Обозначая модуль ИМЗ индексом Φ , т. е.

$$\Phi(\theta) = |\dot{\Phi}(\theta)|,$$

и выражая в соответствии с рис. 2.9 углы v_1 и v_2 через углы возвышения θ и θ_m , т. е.

$$v_1 = \theta_m - \theta; \text{ и } v_2 = \theta_m + \theta,$$

из формулы (2.12) находим амплитуду E_m напряженности электрического поля в точке А наблюдения:

$$E_m = E_m = \frac{\sqrt{60P_\Sigma D_m}}{r} \cdot F(\theta_m - \theta) \cdot \Phi(\theta_m, \theta) = \frac{\sqrt{60P_\Sigma D_m}}{r} \cdot F'(\theta_m, \theta), \quad (2.13)$$

где

$$F'(\theta_m, \theta) = F(\theta_m - \theta) \cdot \Phi(\theta_m, \theta) - \quad (2.14)$$

диаграмма направленности (ДН) излучателя с учетом влияния отражения радиоволн от земной поверхности (с учетом интерференции прямой и отраженной радиоволн).

Таким образом, в результате отражения радиоволн от земной поверхности в формулах для напряженности поля излучателя и его ДН появляется интерференционный множитель, который, как видно из (2.12), зависит от высоты подъема излучателя h' , коэффициента отражения R , угла возвышения точки наблюдения θ и характера ДН излучателя в свободном пространстве.

Далее, в следующей главе рассмотрим, как происходит отражение радиоволн от земной поверхности.

ОТРАЖЕНИЕ РАДИОВОЛН ОТ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

3.1. Интерференционный множитель

В соответствии с формулой (2.12) интерференционный множитель определяется следующим соотношением

$$\dot{\Phi}(\theta) = e^{jk_0 h' \sin \theta} + \left| \dot{R}_{в.г} \right| \frac{F(\nu_2)}{F(\nu_1)} e^{-j(k_0 h' \sin \theta + \beta_{в.г})}.$$

Рассмотрим случай, когда в качестве источника ЭМВ используется слабонаправленный излучатель, т. е. когда $\frac{F(\nu_2)}{F(\nu_1)} \approx 1$.

Тогда модуль $|\dot{\Phi}(\theta)|$ ИМЗ

$$\Phi = \sqrt{1 + |R_{в.г}|^2 + 2|R_{в.г}| \cos(2k_0 h' \sin \theta + \beta_{в.г})}. \quad (3.1)$$

На основании этой формулы исследуем зависимость интерференционного множителя от угла θ для различных высот подъема излучателя h' , а также различных видов поляризации радиоволн и видов почвы. При этом будем полагать, что на метровых и более коротких радиоволнах выполняется условие

$$2k_0 h' = 4\pi \frac{h'}{\lambda} \gg 1. \quad (3.2)$$

При выполнении условия (3.2) входящая в формулу (3.1) величина $\cos(\cdot)$ при изменении угла θ изменяется (осциллирует) значительно быстрее, чем величина $R_{в.г}$ (см. рис. 2.5, 2.6). Тогда максимальные значения, равные $\Phi_m = 1 + |\dot{R}_{в.г}|$, интерференционный множитель принимает, если

$$\cos\left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_m + \beta_{в.г}\right) = 1. \quad (3.3)$$

Минимальные значения, равные $\Phi_0 = 1 - |\dot{R}_{в.г}|$, интерференционный множитель принимает при

$$\cos\left(\frac{4\pi h'}{\lambda}\sin\theta_0 + \beta_{в.г}\right) = -1. \quad (3.4)$$

Формулы (3.3) и (3.4) позволяют найти направления θ_m максимумов и θ_0 минимумов ИМЗ.

Рассмотрим частные случаи. Предположим, что земная поверхность в пределах участка, существенного для отражения радиоволн, – идеальный проводник ($60\lambda\sigma \gg \varepsilon$).

Случай 1. Если поляризация ЭМВ – **горизонтальная**, то для всех значений угла θ падения (см. гл. 2) $R_\Gamma = 1$, $\beta_\Gamma = \pi$, следовательно, максимальные значения ИМЗ $\Phi_m = 2$, а минимальные – $\Phi_0 = 0$.

Направления θ_m максимумов ИМЗ можно определить, решив уравнение (3.3):

$$\theta_m = \arcsin\left[\frac{(2n+1) \cdot \lambda}{4 \cdot h'}\right], \quad (3.5)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{mг}$;

$$N_{mг} \leq \frac{2h'}{\lambda} - \frac{1}{2} \text{ – количество максимумов (лепестков) ИМЗ.}$$

Число лепестков интерференционного множителя **не превышает** целой части числа **полуволи** $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$, укладываемых на **высоту** h' подъема излучателя над земной поверхностью.

Направления θ_0 минимумов ИМЗ можно определить, решив уравнение (3.4):

$$\theta_0 = \arcsin\left[\frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot h'}\right], \quad (3.6)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{0г}$;

$$N_{0г} \leq \frac{2h'}{\lambda} \text{ – количество минимумов (нулей) ИМЗ.}$$

Рассчитаем направления минимумов и максимумов ИМЗ в соответствии с выражениями (3.5) и (3.6) для случая, когда $h' = 2\lambda$ (рис. 3.1).

Случай 2. Если поляризация ЭМВ – **вертикальная**, то для всех значений угла θ падения $R_\Gamma = 1$, $\beta_\Gamma = 0$, следовательно, максимальные значения ИМЗ $\Phi_m = 2$, а минимальные – $\Phi_0 = 0$.

Направления θ_m максимумов ИМЗ можно определить, решив уравнение (3.3):

$$\theta_m = \arcsin\left[\frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot h'}\right], \quad (3.7)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{mв}$;

$$N_{\text{мв}} \leq \frac{2h'}{\lambda} - \text{количество максимумов (лепестков) ИМЗ.}$$

С учетом лепестка, стелющегося по отражающей поверхности, **число лепестков ИМЗ при вертикальной поляризации ЭМВ на единицу больше по сравнению с горизонтальной поляризацией.**

Направления θ_0 минимумов ИМЗ можно определить, решив уравнение (3.4):

$$\theta_0 = \arcsin \left[\frac{(2n+1) \cdot \lambda}{4 \cdot h'} \right], \quad (3.8)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{0\text{в}}$;

$$N_{0\text{в}} \leq \frac{2h'}{\lambda} - \frac{1}{2} - \text{количество минимумов (нулей) ИМЗ.}$$

Рассчитаем направления минимумов и максимумов ИМЗ в соответствии с выражениями (3.7) и (3.8) для случая, когда $h' = 2\lambda$ (рис. 3.2).

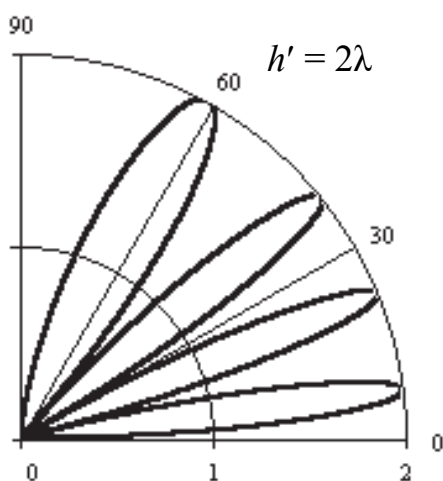


Рис. 3.1. График интерференционного множителя земли в полярной системе координат, поляризация ЭМВ – горизонтальная

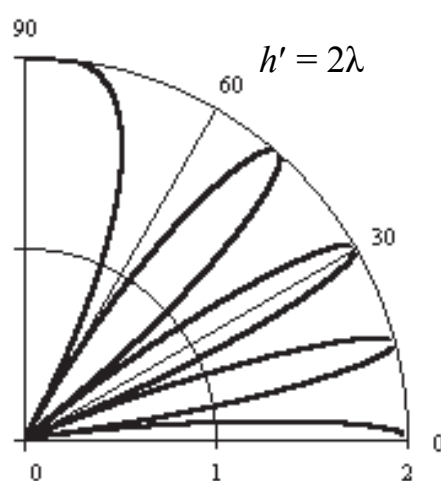


Рис. 3.2. График интерференционного множителя земли в полярной системе координат, поляризация ЭМВ – вертикальная

Из анализа выражений (3.5)–(3.8) и рис. 3.1, 3.2 видно, что в результате интерференции прямой и отраженной радиоволн поле излучателя, поднятого над землей, в одних направлениях (θ_m) возрастает, а в других (θ_0) – уменьшается по сравнению с полем этого излучателя в свободном пространстве.

Физический смысл этого явления состоит в том, что прямая и отраженная радиоволны в точку А наблюдения приходят с разной фазой. В направлениях, в которых эти волны синфазные ($\varphi_{\text{пр}} = \varphi_{\text{отр}}$ и \Rightarrow разность фаз

$\Delta\varphi = \varphi_{\text{пр}} - \varphi_{\text{отр}} = 0$), поле возрастает до максимума. И, наоборот, в направлениях, в которых волны противофазные (разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_{\text{пр}} - \varphi_{\text{отр}} = \pm 180^\circ$), поле уменьшается до минимума.

В случае диэлектрической или полупроводящей почвы, как видно из графиков рис. 3.3, коэффициент $|R_{\text{в}}| \leq 1$ при изменении θ меняется немонотонно. Следовательно, максимальные значения интерференционного множителя $\Phi_{\text{м}} \leq 2$ и они немонотонно изменяются при изменении θ . Минимальные значения $\Phi_0 \geq 0$, и они также немонотонно изменяются с изменением θ . Коэффициент $|R_{\text{г}}| \leq 1$ и при изменении θ он меняется монотонно. При этом максимальные значения ИМЗ $\Phi_{\text{м}} \leq 2$, а минимальные – $\Phi_0 \geq 0$.

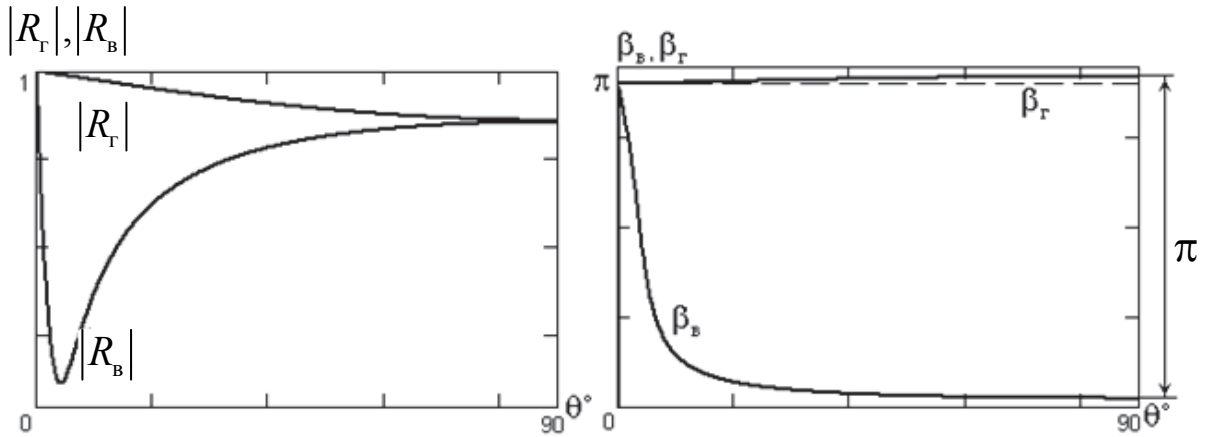


Рис. 3.3. Графики зависимостей коэффициентов отражения по модулю для диэлектрической или полупроводящей почв

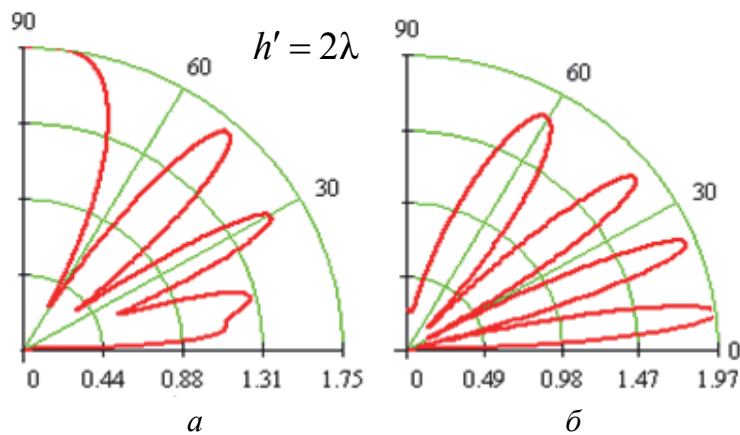


Рис. 3.4. График ИМЗ в полярной системе координат для случая вертикальной (а) и горизонтальной (б) поляризации полупроводящей почвы при $h' = 2\lambda$

График ИМЗ в полярной системе координат для случая вертикальной и горизонтальной поляризаций, полупроводящей почвы и $h' = 2\lambda$ показан на рис. 3.4, а и б.

3.2. Поле излучателя при малых углах возвышения

Как следует из графиков (рис. 3.3), при малых углах возвышения θ коэффициенты отражения по модулю $|R_r| = |R_b| = 1$, а их фазы $\beta_r = \beta_b = \pi$.

При этом частном случае в соответствии с формулой (3.1) модуль интерференционного множителя

$$\Phi_b(\theta) = \Phi_r(\theta) = \sqrt{2 \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta \right) \right)} = 2 \sin \left(\frac{2\pi h'}{\lambda} \sin \theta \right). \quad (3.9)$$

Так как в соответствии с рис. 3.5 $\sin \theta = \frac{Z'}{r}$, то

$$\Phi(\theta) = 2 \sin \left(\frac{2\pi h' Z'}{\lambda r} \right). \quad (3.10)$$

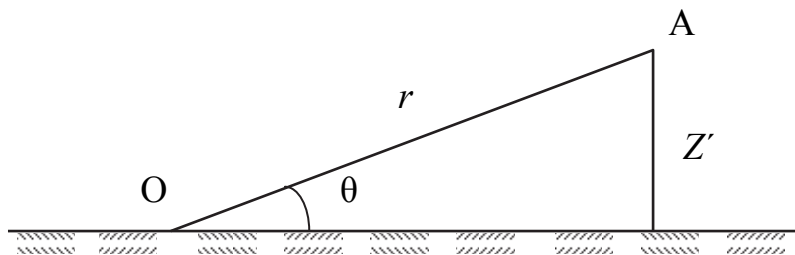


Рис. 3.5. К определению синуса при малых углах возвышения θ

Под знаком синуса в этой формуле при малых θ стоит малая величина, поэтому синус можно заменить аргументом, и интерференционный множитель

$$\Phi(\theta) = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \frac{h' Z'}{r}. \quad (3.11)$$

Используя формулы (2.11) и (2.13), а также полагая $F(\theta_m - \theta) \approx 1$, найдем амплитуду напряженности поля по формуле

$$E_m = \frac{\sqrt{60 P_{\Sigma} D_{\max}}}{r^2} \frac{4\pi h' Z'}{\lambda}. \quad (3.12)$$

Эта формула впервые была получена советским ученым Б.А. Введенским, поэтому носит название интерференционной, или квадратичной, формулы Введенского.

Как следует из формулы (3.12), при малых углах возвышения точки наблюдения амплитуда поля зависит от расстояния и убывает значительно

быстрее (пропорционально r^2), чем в свободном пространстве. Это обусловлено тем, что поля прямой и отраженной радиоволн практически противофазные.

Формула Введенского применяется для высот подъема точки наблюдения Z' не выше первого – выражения (3.5) или (3.7) – максимума интерференционного множителя земли.

3.3. Учет сферической земной поверхности в интерференционных формулах

Пусть протяженность радиолинии удовлетворяет условию

$$0,2r_0 < r < 0,8r_0; h' \ll r \text{ и } z' \ll r; h' \gg \lambda \text{ и } z' \gg \lambda.$$

Тогда следует использовать вторую модель, учитывающую сферичность Земли. Для этого достаточно в полученные выше расчетные формулы, учитывающие интерференцию прямой и отраженной радиоволн, приведенные высоты h' и z' записать через истинные высоты h и z .

Поскольку в большинстве практических случаев излучатель расположен на небольшой высоте, можно приближенно положить $h' \cong h$. Приведенная высота точки наблюдения отличается от истинной на некоторую поправку Δz (рис. 3.6). Величину этой поправки можно рассчитать по формуле

$$R \approx \sqrt{2R_0\Delta z}. \quad (3.13)$$

Отсюда

$$\Delta z = \frac{R^2}{2R_0} \cong \frac{r^2}{2R_0} \text{ и } z' = z - \frac{r^2}{2R_0}. \quad (3.14)$$

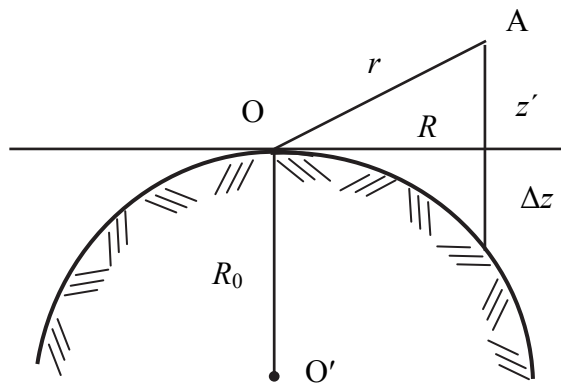


Рис. 3.6. К расчету поправки высоты с учетом сферичности Земли

Например, с учетом поправки на сферичность земной поверхности интерференционная формула Введенского (3.12) принимает вид [14]

$$E_m = \frac{\sqrt{60P_\Sigma D_{\max}}}{r^2} \cdot \frac{4\pi h}{\lambda} \left(Z - \frac{r^2}{2R_0} \right). \quad (3.15)$$

Таким образом, сферичность поверхности земли приводит к уменьшению амплитуды напряженности ЭМП.

3.4. Распространение радиоволн в условиях пересеченной местности и при наличии препятствий

3.4.1. Критерий Рэлея

Математические модели радиотрасс применяются при гладкой в пределах существенного участка поверхности земли [11].

При падении волны на идеально ровную плоскую поверхность направление распространения отраженной волны подчиняется закону геометрической оптики (первому закону Снеллиуса). Такое отражение называется **зеркальным**.

В действительности на земной поверхности имеются различные неровности, как мелкие (шероховатая поверхность), так и крупные (холмы, горы, строения и т. д.). Наличие мелких неровностей, размеры которых не превышают размеры существенного для отражения участка, приводит к тому, что радиоволны отражаются в различных направлениях, как показано на рис. 3.7. В результате имеет место не зеркальное, а рассеянное (диффузное) или полурассеянное отражение, а напряженность поля отраженной волны в зеркальном направлении существенно уменьшается.

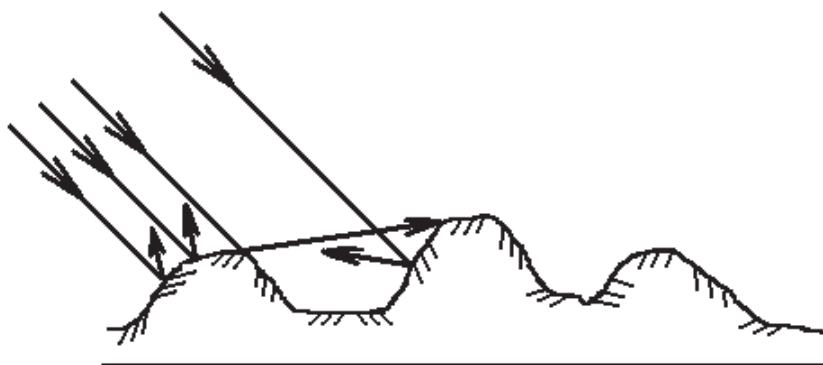


Рис. 3.7. Диффузное отражение радиоволн от земной поверхности

Определим допустимые размеры (высоту) неровностей, при которых отражение радиоволн в пределах существенного для отражения участка можно считать зеркальным. Для этого предположим, что плоская волна падает под углом скольжения θ , а наибольшая высота неровностей равна h (рис. 3.8).

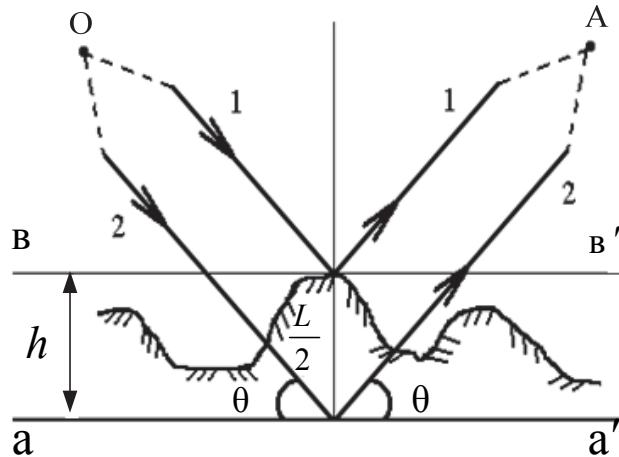


Рис. 3.8. К определению допустимых размеров (высот) неровностей, при которых отражение радиоволн в пределах существенного для отражения участка является зеркальным

В соответствии с рис. 3.8 радиоволны (лучи) 1 и 2, отразившиеся от верхнего (bb') и нижнего (aa') уровней неровностей проходят пути, отличающиеся на величину

$$\Delta r = \frac{2L}{2} 2h \sin \theta.$$

Следовательно, в точку наблюдения А они приходят со сдвигом по фазе:

$$\Delta \varphi = k \cdot \Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2h \sin \theta = \frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta.$$

Принято считать, что этим сдвигом по фазе можно пренебречь, если он не превышает $\frac{\pi}{4}$, т. е. $\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta < \frac{\pi}{4}$. Тогда отраженную волну можно считать плоской, а отражение – зеркальным. Следовательно, высота допустимых неровностей

$$h < \frac{\lambda}{16 \sin \theta}. \quad (3.16)$$

Неравенство (3.16) называется критерием Рэлея. В соответствии с этим критерием чем меньше угол θ скольжения и чем длиннее волна λ , тем больше высота h допустимых неровностей. В диапазоне УКВ даже небольшие неровности, расположенные в пределах существенного для отражения участка, могут привести к значительному уменьшению коэффициента отражения и амплитуды отраженной волны в зеркальном направлении. Это приведет в конечном итоге к сглаживанию максимумов и минимумов поля излучателя (рис. 3.9).

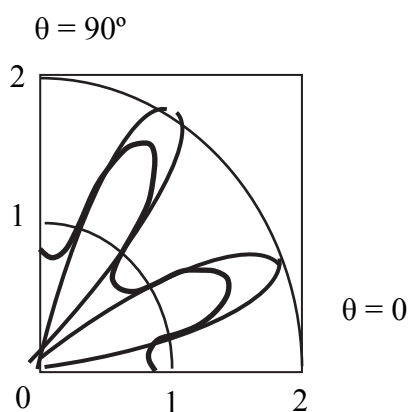


Рис. 3.9. Сглаживание максимумов и минимумов поля излучателя за счет небольших неровностей, расположенных в пределах существенного для отражения участка

Теоретический расчет коэффициента отражения от неровной земной поверхности весьма сложен, поэтому он определяется обычно экспериментально.

Помимо мелких неровностей на трассе распространения радиоволн над земной поверхностью могут встретиться и крупные неровности, размеры которых превышают размеры существенного для отражения участка. Форма этих неровностей может быть различной. Рассмотрим наиболее характерные, представляющие практический интерес случаи.

3.4.2. Уклон или подъем местности в сторону излучения

При наличии протяженного уклона земной поверхности на угол γ (рис. 3.10, *a*) отражение радиоволн будет зеркальным, но направление распространения отраженной волны изменяется на соответствующий угол. На такой же угол отклоняется график интерференционного множителя и результирующая ДН излучателя (рис. 3.10, *б*).

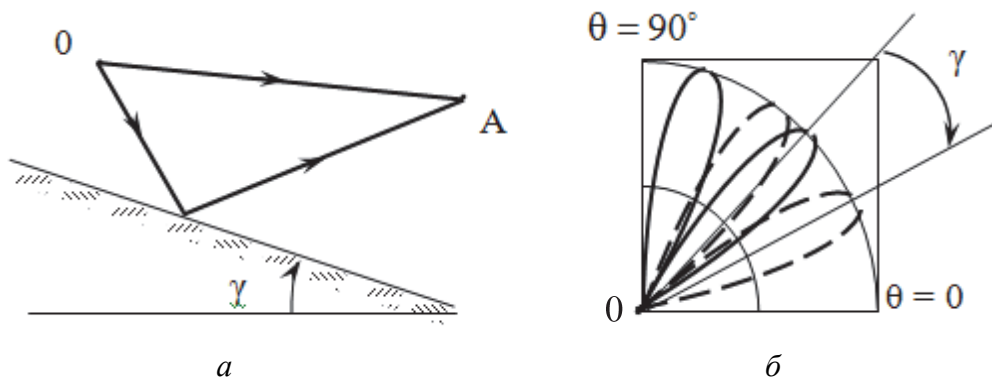


Рис. 3.10. Характер отражения радиоволн при наличии протяженного уклона земной поверхности на угол γ (а), результирующая ДН излучателя (б)

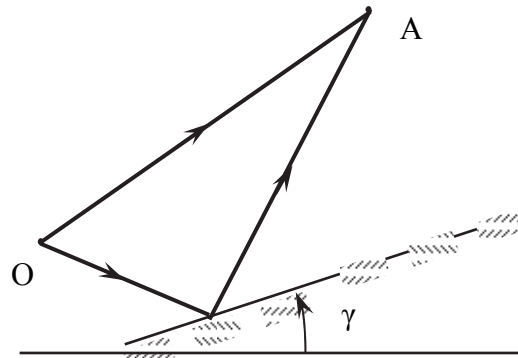


Рис. 3.11. Характер отражения радиоволн при наличии подъема земной поверхности

При наличии подъема земной поверхности (рис. 3.11) наблюдается обратная картина. Интерференционный множитель и результирующая ДН излучателя отклоняются вверх.

3.4.3. Склон, обращенный в сторону излучения

Характер влияния такого склона на поле излучателя существенно зависит от угла скольжения.

При сравнительно больших углах скольжения (возвышения) существенный для отражения участок целиком размещается в пределах плоскости склона. В этом случае в точку наблюдения А приходят две волны – прямая и отраженная от плоскости склона. Результирующая ДН излучателя будет по форме такой же, как над плоской земной поверхностью, но отклонится вниз на угол γ (см. рис. 3.10, б).

При малых углах возвышения в точку наблюдения А, помимо прямой волны, могут приходиться три отраженные волны, как показано на рис. 3.12.

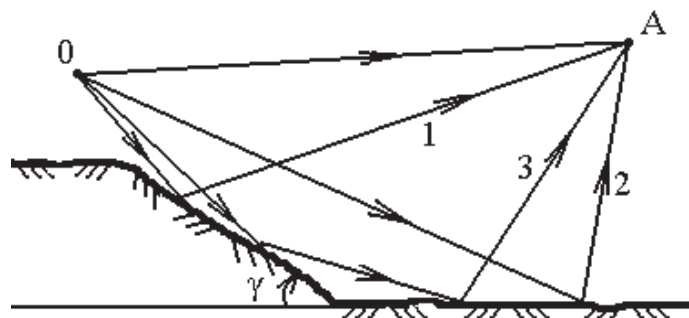


Рис. 3.12. Характер отражения радиоволн при малых углах возвышения

Если при этом коэффициент отражения по модулю близок к единице, то напряженность поля в определенных направлениях может возрасти в четыре раза по сравнению с полем в свободном пространстве.

3.4.4. Обрыв, обращенный в сторону излучения

Расположение излучателя у самого края обрыва (рис. 3.13) равносильно увеличению высоты подъема излучателя на высоту H . При этом в соответствии с формулой (3.8) направление первого (нижнего) максимума интерференционного множителя, а следовательно, и максимума напряженности поля определяется из соотношения

$$\sin \theta_{m1} = \frac{\lambda}{4(h' + H)}. \quad (3.17)$$



Рис. 3.13. Распространение радиоволн в случае расположения излучателя у края обрыва

В этом случае результирующая ДН излучателя прижимается к земной или водной поверхности.

3.4.5. Высокий холм или горный кряж

Для приближенного расчета напряженности поля в точке наблюдения А, находящейся за высоким холмом или горным кряжем, рекомендует-

ся использовать теорию дифракции радиоволн на краю непрозрачного экрана.

На радиотрассах УКВ протяженностью примерно 100–150 км, проходящих через горные кряжи высотой 10–2 000 м, наблюдается явление, обозначаемое термином «усиление препятствием». Это явление заключается в том, что напряженность поля при некотором удалении от препятствия может оказаться больше, чем без препятствия (рис. 3.14).

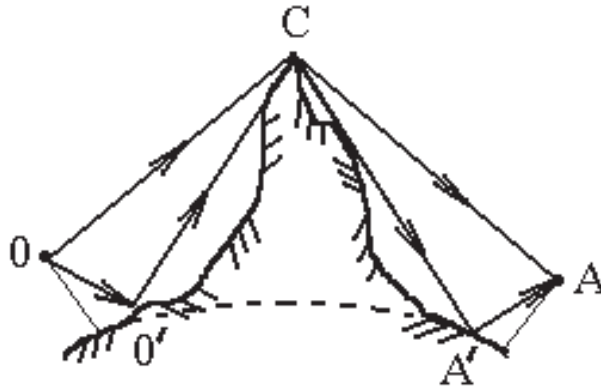


Рис. 3.14. Схема трассы с «усиливающим препятствием»

Физический смысл «усиления препятствием» заключается в том, что вершина горы служит естественным ретранслятором. Поле, возбуждающее вершину горы, складывается из двух волн – прямой (OC) и отраженной (OO'C). Волны дифрагируют на острой вершине горы как на крае экрана и распространяются в область за гору. При этом в точку наблюдения A (в приемную антенну) придут две волны CA и CA'A. Таким образом, на участках трассы «излучатель – гора» и «гора – точка наблюдения» волны распространяются в пределах дальности прямой видимости.

В результате напряженность поля оказывается значительно больше напряженности поля дифракции за выпуклостью сферической земной поверхности (при отсутствии горы).

РЕФРАКЦИЯ РАДИОВОЛН В ТРОПОСФЕРЕ

4.1. Состав, состояние и электрические параметры тропосферы

Околосферное пространство (атмосфера) по своим электрическим параметрам представляет сложную среду. При изучении свободного РРВ в атмосфере, ее принято делить на три области (рис. 4.1): тропосферу, стратосферу и ионосферу.

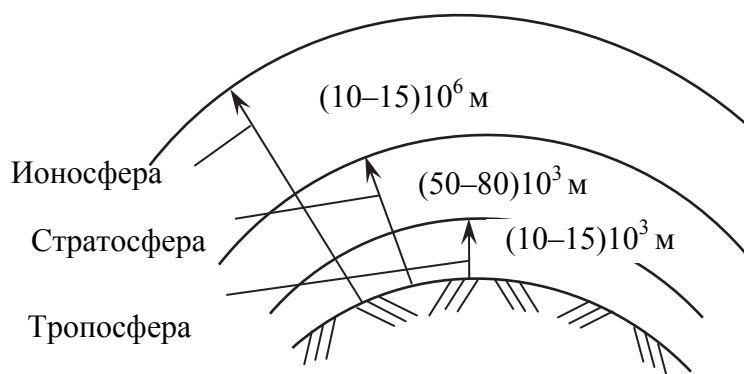


Рис. 4.1. Деление атмосферы на три области при изучении свободного РРВ

Тропосферой называется приземная область атмосферы, простирающаяся до высоты 10...15 км.

Стратосфера, простирающаяся до высот 50...80 км, отличается от тропосферы в основном **меньшей** плотностью воздуха и наличием слоя **озона**, сильно поглощающего ультрафиолетовое солнечное излучение, что приводит к **возрастанию** температуры.

Как тропосфера, так и стратосфера являются **неионизированными** слоями воздуха. В отличие от них **ионосфера** под воздействием ультрафиолетового излучения Солнца представляет собой сильно **ионизированный** слой газа, простирающийся по высоте до 100...150 км. Этот газ содержит большое число свободных электронов – примерно от 10^3 до 10^6 электронов в 1 см^3 объема. Концентрация (плотность) свободных электронов зависит от высоты, что определяет **неоднородность** ионосферы.

Чтобы учесть влияние тропосферы на распространение земной волны и рассчитать напряженность тропосферной волны, необходимо определить электродинамические параметры и построить математическую модель тропосферы.

Тропосфера представляет собой смесь сухих газов (в основном молекулярных азота – 78 % и кислорода – 21 %) с парами воды. Состояние тропосферы характеризуется давлением, температурой и влажностью.

Плотность тропосферы N_m (число молекул в 1 м^3 воздуха) на заданной высоте связана с давлением P (в паскалях) и абсолютной температурой T соотношением

$$N_m = \frac{P}{kT},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град – постоянная Больцмана.

При постоянной температуре плотность тропосферы изменяется в зависимости от высоты так же, как и атмосферное давление.

В однородной по составу тропосфере при постоянной температуре давление уменьшается в зависимости от высоты по барометрической формуле:

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{mT}},$$

где P_0 – давление на поверхности Земли;

M – масса грамм-молекулы газа;

g – ускорение силы тяжести;

h – высота от поверхности земли;

m – универсальная газовая постоянная;

T – температура тропосферы на заданной высоте, К.

В действительности из-за изменения температуры и состава тропосферы с высотой закон изменения давления отличается от барометрического.

Температура тропосферы в зависимости от высоты убывает на 5...6 К на км, так как нагревание воздуха происходит от нагретой солнцем земли. Однако иногда на небольших интервалах высот наблюдается местное возрастание температуры в зависимости от высоты, называемое **температурной инверсией**. Прекращением падения температуры в зависимости от высоты и характеризуется верхняя граница тропосферы.

Влажность тропосферы определяется содержанием водяных паров. Абсолютной влажностью называется давление P_n водяных паров. Относительная влажность выражается в процентах в соответствии с формулой

$$S = \frac{P_n}{P_s} \cdot 100,$$

где P_s – давление водяных паров, насыщающих пространство при заданной температуре.

Давление, температура и влажность тропосферы, определяющие ее электрические параметры, меняются с изменением метеорологических условий.

Для удобства изучения распространения радиоволн в тропосфере вводят понятие нормальной тропосферы, в которой:

- температура у поверхности Земли $T = 288$ К; в зависимости от высоты температура уменьшается по линейному закону на величину $5,5$ К/км;
- атмосферное давление у поверхности Земли $P_0 = 0,1013$ МПа, при увеличении высоты давление уменьшается по линейному закону на величину $1,2$ кПа/км;
- относительная влажность $S = 60$ % и от высоты не зависит;
- высота нормальной тропосферы принята равной 11 км.

Относительная диэлектрическая проницаемость тропосферы в общем случае носит комплексный характер:

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon \left(1 - j \frac{60\lambda\sigma}{\varepsilon} \right), \quad (4.1)$$

где величина $\frac{60\lambda\sigma}{\varepsilon}$ имеет физический смысл отношения плотности тока проводимости к плотности тока смещения.

Однако эта величина заметно отлична от нуля лишь на волнах короче 3 см, поэтому первоначально (в первом приближении) полагается $\sigma = 0$.

Связь относительной диэлектрической проницаемости с параметрами, характеризующими состояние тропосферы, имеет следующий вид:

$$\varepsilon = 1 + \left[\frac{155,2}{T} \left(P + \frac{4810}{T} \cdot P_{\text{п}} \right) \right] \cdot 10^8, \quad (4.2)$$

где $P_{\text{п}}$ – суммарное давление газов и водяного пара в паскалях.

Как показывают расчеты и экспериментальные исследования, величина ε незначительно превышает единицу, но она изменяется во времени и в пространстве (главным образом зависит от высоты). Это приводит к преломлению (рефракции) радиоволн (особенно диапазона УКВ).

Коэффициент n , или показатель преломления, связан с относительной диэлектрической проницаемостью известным соотношением:

$$n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (4.3)$$

Подставив сюда формулу (4.2), можно найти зависимость n от параметров тропосферы, характеризующих ее состояние.

Коэффициент преломления тропосферы для волн длиннее 1 см не зависит от частоты и незначительно отличается от единицы. У поверхности Земли в зависимости от метеорологических и климатических условий он лежит в пределах $n_0 = 1,00026 \dots 1,00046$. На верхней границе тропосферы его величина примерно постоянна и равна 1,00011. Коэффициент преломления незначительно, но меняется в зависимости от высоты [1].

В нормальной тропосфере величина n изменяется в зависимости от высоты по линейному закону. При этом градиент коэффициента преломления (1/м)

$$\text{grad } n = \frac{dn}{dz} = -4 \cdot 10^{-8}. \quad (4.4)$$

В силу малого отличия величины n от единицы с целью удобства вычисления вводится понятие индекса преломления (рефракции) M :

$$M = \left(n - 1 + \frac{Z}{R_0} \right) \cdot 10^6. \quad (4.5)$$

Вблизи земной поверхности величина M лежит в пределах 260...460. На высоте 9 км индекс преломления (градиент) $M = 109$ и постоянен в течение года на всем Земном шаре.

В нормальной тропосфере изменение величины градиента M в зависимости от высоты рассчитывается по формуле (1/м)

$$\text{grad } M = \frac{dM}{dz} = -0,4.$$

Таким образом, тропосфера по своим электрическим параметрам является неоднородной средой и в общем случае (на волнах короче 3 см) средой с потерями. Неоднородность тропосферы вызывает преломление (рефракцию) радиоволн. Рассмотрим, как это происходит.

4.2. Рефракция радиоволн в тропосфере.

Уравнение траектории и радиус кривизны луча электромагнитных волн

Исследуем модель тропосферы, у которой изменение показателя преломления зависит только от высоты. Разобьем тропосферу мысленно на тонкие сферические слои (рис. 4.2). В пределах каждого слоя величину n будем считать постоянной. При переходе от слоя к слою она меняется скачком на величину Δn .

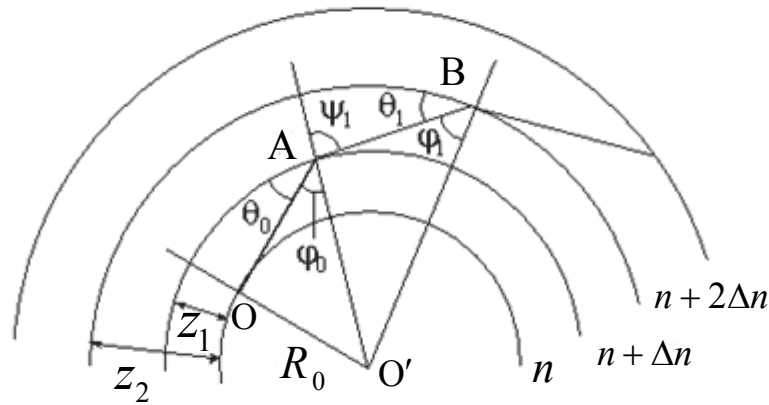


Рис. 4.2. Модель тропосферы, у которой изменение показателя преломления зависит только от высоты

Пусть из точки O излучается локально плоская волна, падающая на границу раздела первого и второго слоя в точке A под углом φ_0 .

При переходе во второй слой в силу изменения n происходит преломление волны. Поскольку n уменьшается с высотой, угол преломления $\psi_1 > \varphi_0$. Это следует из известного закона (второго закона Снеллиуса) преломления [16]

$$(n + \Delta n) \cdot \sin \psi_1 = n \cdot \sin \varphi_0.$$

На границах раздела последующих слоев происходит дальнейшее преломление траектории распространения волны, которая принимает вид ломаной линии.

В действительности коэффициент преломления n меняется с высотой не скачками, как показано на рис. 4.2, а плавно. Следовательно, и траектория луча является плавной кривой.

Найдем уравнение траектории луча. Для этого рассмотрим треугольник $O'AB$. Применяя к этому треугольнику теорему синусов, имеем

$$\frac{R_0 + z_1}{\sin \varphi_1} = \frac{R_0 + z_2}{\sin \angle O'AB}, \quad (4.6)$$

а из закона преломления находим

$$\sin \angle O'AB = \sin (\pi - \psi_1) = \sin \psi_1 = \frac{n}{n + \Delta n} \cdot \sin \varphi_0. \quad (4.7)$$

Подставив уравнение (4.7) в (4.6), получим

$$n (R_0 + z_1) \cdot \sin \varphi_0 = (n + \Delta n) \cdot (R_0 + z_2) \cdot \sin \varphi_1. \quad (4.8)$$

Из формулы (4.8) следует, что для каждой точки сферически слоистой тропосферы справедливо равенство

$$n \cdot r \cdot \sin \varphi = \text{const}, \quad (4.9)$$

где $r = R_0 + z$.

Равенство (4.9) и является уравнением траектории луча. Запишем его в несколько ином виде, вводя вместо угла падения φ угол скольжения $\theta = 90^\circ - \varphi$:

$$n \cdot r \cdot \cos \theta = \text{const}. \quad (4.10)$$

Поскольку у поверхности земли $n = n_0$, $\theta = \theta_0$ и $r = R_0$, окончательно уравнение траектории луча будет иметь следующий вид:

$$n \cdot r \cdot \cos \theta = n_0 \cdot R_0 \cdot \cos \theta_0. \quad (4.11)$$

В соответствии с этим уравнением, чем сильнее n убывает в зависимости от высоты, тем больше угол θ отличается от θ_0 и тем больше искривляется луч.

Степень искривления луча принято оценивать **радиусом кривизны луча**. При нахождении радиуса кривизны луча удобно первоначально предположить, что земная поверхность является плоской, а тропосфера – плоскостройной средой. В этом случае $R_0 = \infty$ и уравнение траектории луча (4.11)

$$n \cdot \left(1 + \frac{z}{R_0}\right) \cdot \cos \theta = n_0 \cdot \cos \theta_0$$

при $\frac{z}{R_0} = 0$ принимает следующий вид:

$$n \cdot \cos \theta = n_0 \cdot \cos \theta_0. \quad (4.12)$$

Выделим два плоских бесконечно тонких слоя тропосферы с показателями преломления n и $n + dn$ и проведем траекторию луча, как показано на рис. 4.3.

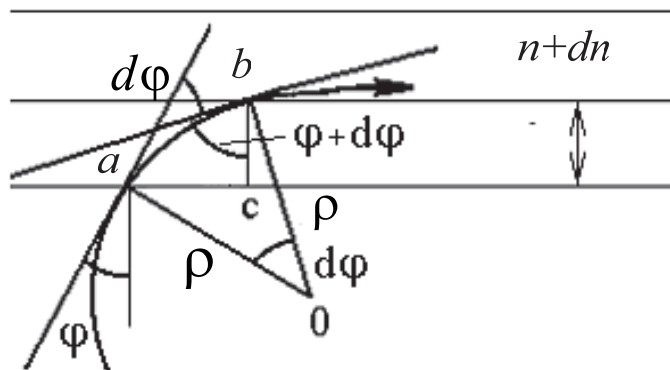


Рис. 4.3. Искривление траектории луча в слоях тропосферы с различными показателями преломления n

На участке ab луч представляет собой отрезок кривой с радиусом кривизны ρ . Этот радиус является нормалью к траектории луча в точках a и b . Угол между касательными, прямыми к траектории луча в точках a и b , равен $d\varphi$. Следовательно, угол $\angle aOb = d\varphi$.

По определению, радиус кривизны любой кривой

$$\rho = \frac{ab}{d\varphi}. \quad (4.13)$$

Определяя величину отрезка ab из треугольника abc по формуле

$$ab = \frac{dz}{\cos(\varphi + d\varphi)},$$

находим радиус кривизны по следующей формуле:

$$\rho = \frac{dz}{\cos(\varphi + d\varphi) \cdot d\varphi} \cong \frac{dz}{\cos \varphi \cdot d\varphi}. \quad (4.14)$$

Величину $\cos \varphi \cdot d\varphi$ найдем, взяв полный дифференциал от левой части равенства (4.12):

$$d(n \cdot \cos \theta) = d(n \cdot \sin \varphi) = \sin \varphi \cdot dn + n \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = 0$$

Отсюда

$$\cos \varphi \cdot d\varphi = -\frac{dn}{n} \cdot \sin \varphi.$$

Следовательно, радиус кривизны луча в плоскослоистой среде имеет следующий вид:

$$\rho = -\frac{n}{\frac{dn}{dZ} \sin \varphi} = -\frac{n}{\frac{dn}{dZ} \cos \theta} \quad (4.15)$$

или, так как n близок по величине к единице,

$$\rho = -\frac{1}{\frac{dn}{dZ} \cos \theta}. \quad (4.16)$$

Можно показать, что эта формула практически справедлива и для радиуса кривизны луча в сферически-слоистой среде, знак « \rightarrow » в формуле (4.16) показывает, что при уменьшении n в зависимости от высоты луч имеет положительную кривизну, т. е. своей выпуклостью обращен вверх (см. рис. 4.2 и 4.3).

В частном, но практически важном случае распространения пологих относительно земной поверхности лучей, когда $\theta_0 = 0$, имеем

$$\rho_0 = -\frac{1}{\frac{dn}{dZ}}. \quad (4.17)$$

Для нормальной тропосферы при $\theta_0 = 0$ радиус кривизны луча (м) равен

$$\rho_0 = \frac{1}{4 \cdot 10^{-8}} = 2,5 \cdot 10^7 \approx 4R_0. \quad (4.18)$$

Если n изменяется в зависимости от высоты по линейному закону $\left(\frac{dn}{dZ} = \text{const}\right)$, то радиус кривизны луча ρ от высоты не зависит, а траектория луча имеет вид части окружности.

Таким образом, в результате изменения коэффициента преломления тропосферы в зависимости от высоты радиоволны УКВ-диапазона распространяются над земной поверхностью по искривленной траектории. Радиус кривизны этой траектории зависит как от скорости изменения n (градиента n) высоты, так и от угла скольжения θ_0 .

Рассмотрим, как выполняется учет тропосферной рефракции при РРВ над земной поверхностью.

4.3. Учет тропосферной рефракции при распространении радиоволн над земной поверхностью

При инженерном методе учета влияния тропосферы на распространение земной волны искривленную траекторию спрямляют, используя понятие эквивалентного радиуса земли [15].

Пусть коэффициент n преломления изменяется в зависимости от высоты по линейному закону:

$$n = n_0 + \frac{dn}{dz} \cdot z, \quad \frac{dn}{dz} = \text{const}. \quad (4.19)$$

Уравнение луча (4.11) в этом случае принимает вид

$$\left(n_0 + \frac{dn}{dz} \cdot z\right) \cdot (R_0 + z) \cos \theta = n_0 R_0 \cos \theta_0.$$

Разделив левую и правую части этого равенства на $n_0 R_0$ и произведя перемножение выражений в скобках, получим

$$\left[1 + \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{n_0} \cdot \frac{dn}{dz} \right) \cdot z + \frac{1}{n_0} \cdot \frac{dn}{dz} \cdot \frac{z^2}{R_0} \right] \cos \theta = \cos \theta_0$$

или, пренебрегая последним слагаемым в квадратных скобках ввиду малости его численного значения,

$$\left[1 + \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{n_0} \cdot \frac{dn}{dz} \right) \cdot z \right] \cos \theta = \cos \theta_0. \quad (4.20)$$

Сравним это уравнение с уравнением луча в однородной (непреломляющей) среде:

$$\left(1 + \frac{z}{R_0} \right) \cos \theta = \cos \theta_0, \quad (4.21)$$

что справедливо при $n = \text{const}$ и $\Rightarrow \frac{dn}{dz} = 0$.

Из сравнения видно, что при выполнении условия (4.19) тропосферу можно представить как однородную среду с постоянным значением n , если вместо истинного радиуса R_0 ввести эквивалентный радиус Земли R_3 , определяемый из равенства

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{n_0} \cdot \frac{dn}{dz} \approx \frac{1}{R_0} + \frac{dn}{dz}. \quad (4.22)$$

В частном случае при $\theta_0 = 0$ имеем

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_0} - \frac{1}{\rho}. \quad (4.23)$$

Для нормальной тропосферы

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_0} - \frac{1}{4R_0} = \frac{3}{4R_0}$$

и эквивалентный радиус Земли $R_3 = 8\,470$ км.

Введя эквивалентный радиус Земли [6], тропосферу можно представить как однородную среду, а распространение радиоволн над земной поверхностью – прямолинейным (рис. 4.4).

Таким образом, для учета тропосферной рефракции радиоволн при их распространении над земной поверхностью достаточно в интерферен-

ционных или дифракционных формулах истинный радиус Земли заменить на эквивалентный. Например, формула для дальности прямой видимости с учетом рефракции принимает вид

$$r_0 = \sqrt{2R_0} (\sqrt{h} + \sqrt{z}),$$

а для нормальной тропосферы

$$r_0 = 4,1 \cdot (\sqrt{h} + \sqrt{z}). \quad (4.24)$$

где r_0 измеряется в км, h – в м и z – в м.

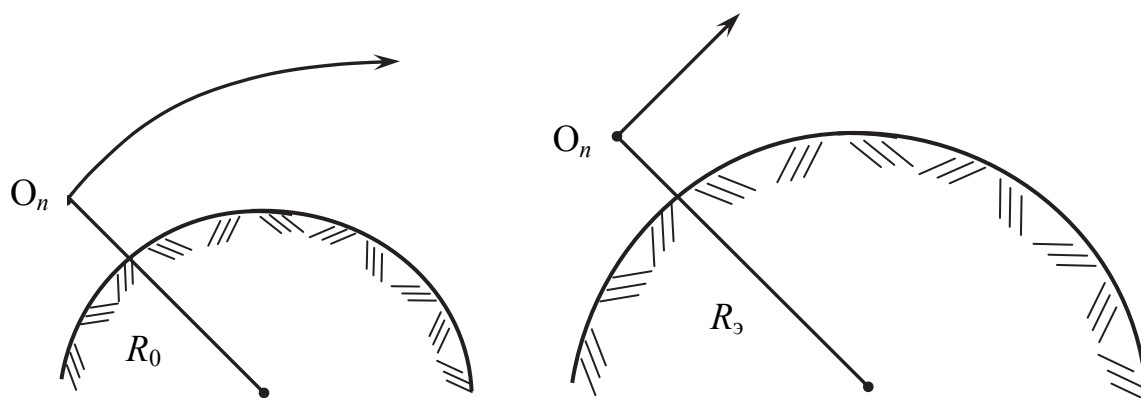


Рис. 4.4. Учет тропосферной рефракции введением эквивалентного радиуса Земли

За счет рефракции дальность прямой видимости возрастает на 15 %. Рассмотрим виды тропосферной рефракции.

4.4. Виды тропосферной рефракции

Классификацию видов рефракции радиоволн в тропосфере удобно провести по величине отношения радиуса кривизны луча ρ к радиусу Земли R_0 . На рис. 4.5 показаны виды рефракции, определяемые этим соотношением.

При $\frac{\rho}{R_0} > 0$ луч искривляется в сторону земной поверхности и рефракция в этом случае называется **положительной**. При $\frac{\rho}{R_0} < 0$ луч искривляется в обратную сторону и рефракция называется **отрицательной**.

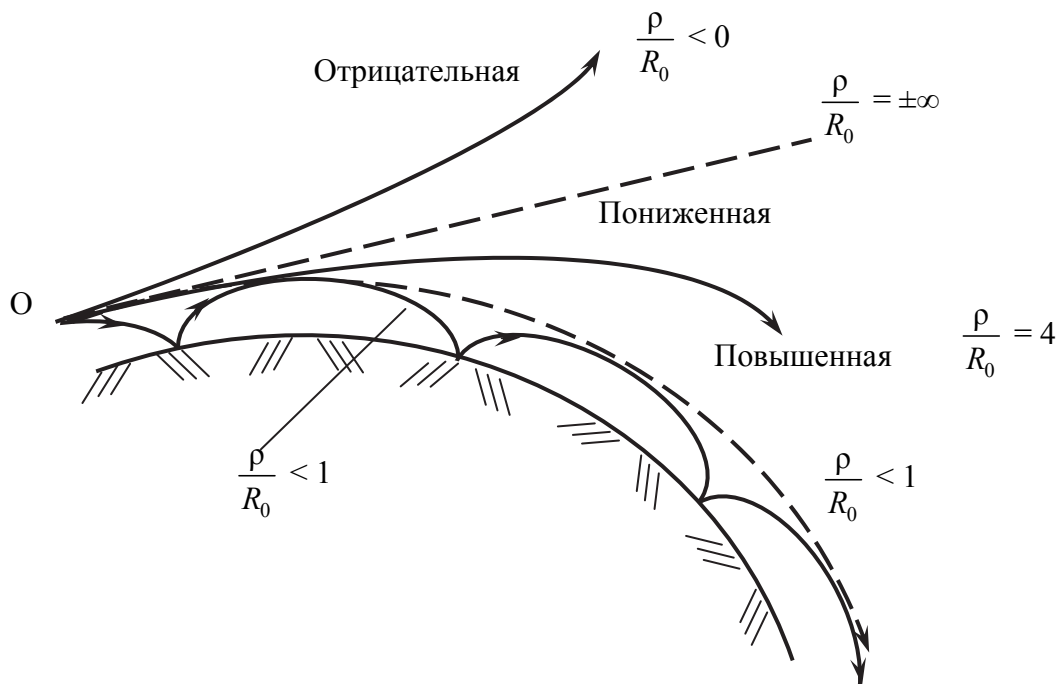


Рис. 4.5. Классификация видов рефракции радиоволн в тропосфере по величине отношения радиуса кривизны луча ρ к радиусу Земли R_0

В соответствии с рис. 4.5 можно выделить три характерных вида положительной рефракции [7].

1. Нормальная рефракция, которая соответствует величине $\frac{\rho}{R_0} = 4$.

Нормальная рефракция имеет место, если

$$\frac{dn}{dz} = -4 \cdot 10^{-8} \text{ (1/м)}; \quad \frac{dM}{dz} = 0,118 \text{ (1/м)}; \quad R_s = 8\,470 \text{ км.}$$

2. Критическая рефракция, при которой

$$\frac{\rho}{R_0} = 1; \quad \frac{dn}{dz} = -1,57 \cdot 10^{-7} \text{ (1/м)}; \quad \frac{dM}{dz} = 0; \quad R_s \rightarrow \infty.$$

При этом волна распространяется параллельно земной поверхности.

3. Сверхрефракция, при которой

$$\frac{\rho}{R_0} < 1; \quad \left| \frac{dn}{dz} \right| > -1,57 \cdot 10^{-7} \text{ (1/м)}; \quad \frac{dM}{dz} < 0; \quad R_s < 0.$$

При сверхрефракции волна полностью преломляется в тропосфере и возвращается на земную поверхность. Эквивалентный радиус Земли ока-

зывается отрицательным. За счет последовательного преломления в тропосфере и отражения от земной поверхности радиоволны УКВ-диапазона могут распространяться при наличии сверхрефракции на большие расстояния. Поэтому это явление получило название **распространения радиоволн в условиях тропосферного волновода** (рис. 4.6).

В отличие от металлического волновода стенки тропосферного волновода «полупрозрачны». От верхней стенки отражается только часть энергии волны. Другая часть, преломляясь, уходит за пределы волновода – только наиболее пологие лучи отражаются от верхней стенки волновода, а более крутые просачиваются сквозь нее (рис. 4.6).

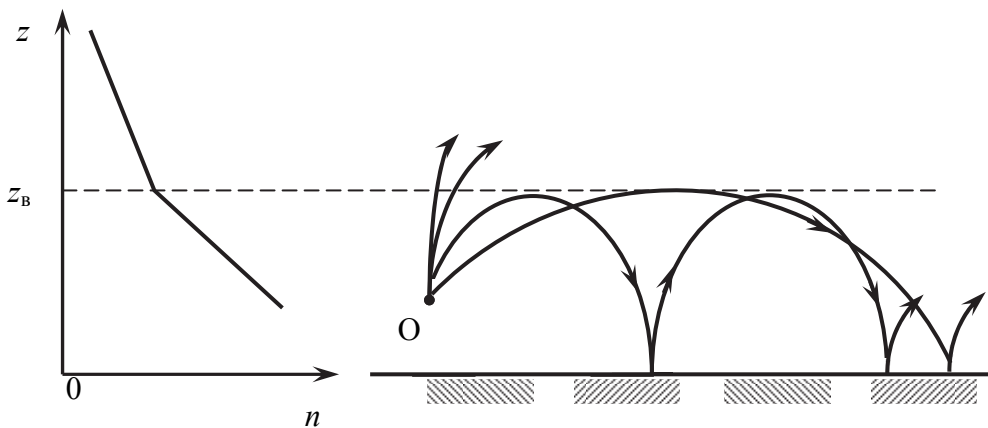


Рис. 4.6. Распространение радиоволн в условиях тропосферного волновода

Для тропосферного волновода определенной высоты z_B , по аналогии с металлическим, вводится понятие критической длины волны, связанной с z_B соотношением

$$\lambda_{\text{кр}} = 8 \cdot 10^{-4} \cdot z_B^{1,5}. \quad (4.25)$$

Высота тропосферных волноводов, определяемая границей резкого изменения коэффициента преломления, достигает нескольких десятков метров. Поэтому волноводное тропосферное распространение возможно лишь на сантиметровых и реже на дециметровых волнах, совсем редко возникают тропосферные волноводы на метровых волнах. Оптический мirage – явление сверхрефракции на оптических волнах.

Наиболее часто появление тропосферного волновода обусловлено особым изменением (увеличением) температуры в зависимости от высоты – температурной инверсией – при пониженной влажности атмосферы.

Температурные инверсии появляются, например, над сушей в вечерние часы, когда воздух вблизи земной поверхности после заката Солнца

быстро охлаждается. Над морем температурные инверсии наблюдаются тогда, когда с суши движется теплый сухой поток воздуха на определенной высоте.

Температурные инверсии, а следовательно, и тропосферные волноводы появляются нерегулярно, поэтому можно лишь прогнозировать вероятности их появления в данном районе в данное время.

Возможность распространения радиоволн УКВ-диапазона по тропосферному волноводу теоретически установил советский ученый П.Е. Краснушкин в 1943 году. Дальнейшее развитие этот вопрос получил в трудах академика В.А. Фока.

Исследования показали [7], что вследствие нерегулярности появления тропосферные волноводы не могут обеспечить устойчивую работу радиолокационных средств (РЭС), например, радиосвязь на большое расстояние. Однако они могут послужить причиной создания взаимных помех от РЭС, работающих в сантиметровом диапазоне волн, разнесенных на большие расстояния. Кроме того, появление тропосферного волновода может привести:

- к ухудшению условий обнаружения радиолокатором цели, находящейся выше тропосферного волновода;
- к улучшению условий обнаружения цели, находящейся в пределах тропосферного волновода.

Таким образом, явление тропосферной рефракции может приводить как к улучшению, так и к ухудшению условий распространения радиоволн и обязательно подлежит учету.

Рассмотрим тропосферное распространение радиоволн.

ТРОПОСФЕРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

5.1. Учет тропосферной рефракции при определении угловых координат объектов радиоэлектронными средствами

При определении угловых координат объектов с помощью РЭС, работающих в УКВ-диапазоне, из-за наличия рефракции направление прихода радиосигнала (радиоволны), отраженного от объекта или излученного объектом, не совпадает с истинным направлением на объект. Возникает рефракционная ошибка в определении угла места объекта, что выражается формулой

$$\Delta\theta = \theta_0 - \theta_{\text{и}}, \quad (5.1)$$

где θ_0 – направление прихода волны;
 $\theta_{\text{и}}$ – направление на объект.

При оценке рефракционных ошибок рассматривают два характерных случая.

Первый случай – объект находится далеко за пределами верхней границы тропосферы (рис. 5.1). В этом случае рефракционная ошибка равна так называемой астрономической рефракции β_{∞} :

$$\Delta\theta = \theta_0 - \theta_{\text{и}} = \beta_{\infty}. \quad (5.2)$$

Астрономическая рефракция определяется как угол, на который поворачивается касательная к лучу при прохождении волной через всю толщину тропосферы.

Астрономическая рефракция рассчитывается по приближенной формуле, которой можно пользоваться при $\varphi_0 \leq 70^\circ$:

$$\beta_{\infty} \cong (n_0 - 1) \cdot \text{tg } \varphi_0. \quad (5.3)$$

Второй случай – объект находится в пределах тропосферы на конечном расстоянии r (рис. 5.2).

В этом случае, как видно из рис. 5.2, рефракционная ошибка

$$\Delta\theta = \theta_0 - \theta_{\text{и}} \cong \frac{\Delta y}{r}.$$

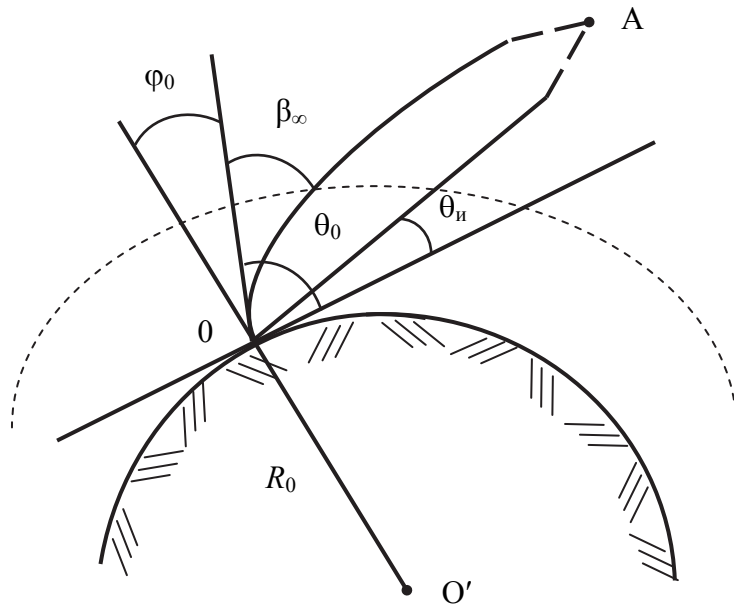


Рис. 5.1. Учет рефракционной ошибки для случая, когда объект находится далеко за пределами верхней границы тропосферы

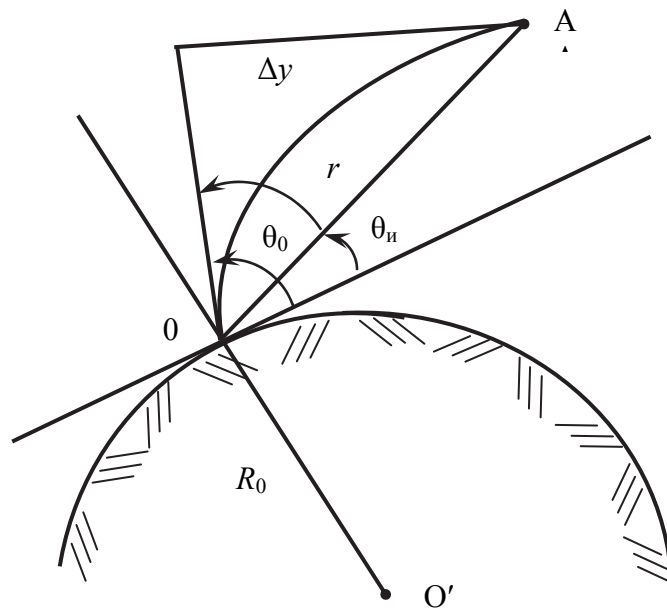


Рис. 5.2. Учет рефракционной ошибки для случая, когда объект находится в пределах тропосферы на расстоянии r

Величину Δy (согласно рис. 5.2) найдем из соотношения

$$\Delta y = \frac{r^2}{2\rho},$$

где ρ – радиус кривизны луча;

$$\rho = -\frac{1}{\frac{dn}{dz} \cos \theta} = \frac{\rho_0}{\cos \theta}; \quad \rho_0 = \rho \text{ при } \theta_0 = 0.$$

Следовательно,

$$\Delta\theta = \frac{r \cos \theta}{2\rho_0}.$$

Учитывая формулы второго закона Снеллиуса [11] и эквивалентного радиуса Земли, окончательно получим

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} r \cos \theta \cdot \left(\frac{1}{R_0} - \frac{dM}{dz} \cdot 10^{-6} \right). \quad (5.4)$$

Например, в случае нормальной рефракции при $\theta_0 = 0$ и $r = 400$ км имеем $\Delta\theta = 27,5'$.

Наряду с рассмотренными системными ошибками, обусловленными регулярной неоднородностью тропосферы, возможны и случайные ошибки из-за случайных неоднородностей.

Таким образом, полученные математические соотношения позволяют учитывать рефракционную ошибку.

5.2. Рассеяние радиоволн неоднородностями тропосферы. Дальнее тропосферное распространение

Неоднородности тропосферы представляют собой области, в которых диэлектрическая проницаемость и коэффициент преломления отличаются от их средних значений в окружающей эти области тропосфере.

За счет рассеяния радиоволн неоднородностями тропосферы возможно дальнейшее тропосферное распространение радиоволн УКВ-диапазона (ДТР).

С помощью передающей антенны, расположенной в точке О и имеющей достаточно узкую ДН, облучается некоторый объем тропосферы с неоднородностями (рис. 5.3). Значительная часть излучаемой энергии распространяется в направлении движения волны. Часть энергии рассеивается неоднородностями в различных направлениях, в том числе в направлении на приемную антенну, расположенную в точке А.

Экспериментальные данные по исследованию ДТР представлены на рис. 5.4, где по горизонтальной оси отложено расстояние вдоль земной поверхности, а по вертикальной оси – величина

$$N = 10 \cdot \lg \frac{E_m^2}{E_{m0}^2}, \quad (5.5)$$

где E_{m0} – амплитуда напряженности поля на заданном расстоянии от излучателя в свободном пространстве;

E_m – то же, но в реальных условиях.

Кривая В получена расчетным путем по дифракционным формулам с учетом нормальной рефракции радиоволн в тропосфере.

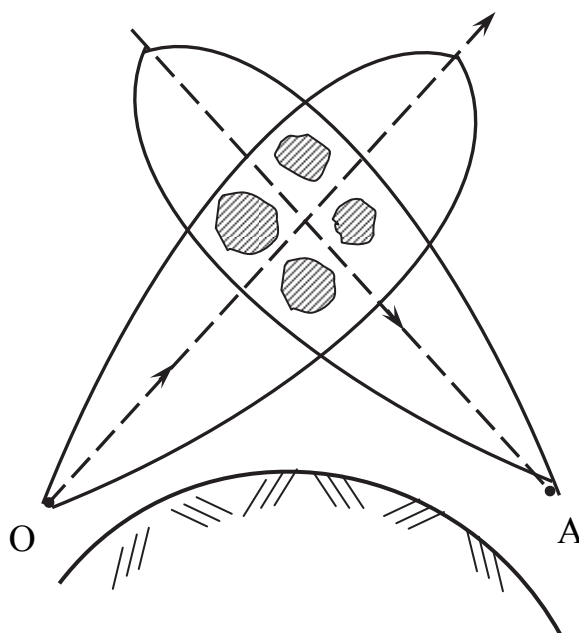


Рис. 5.3. Схема радиолинии, использующей тропосферное рассеяние радиоволн

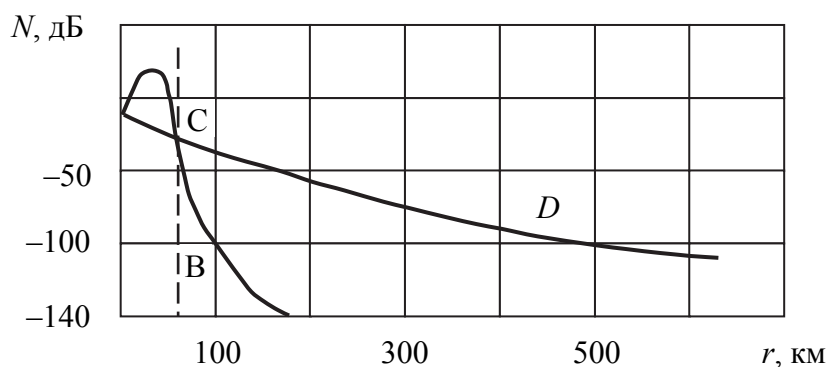


Рис. 5.4. Экспериментальные зависимости изменения амплитуды напряженности поля на заданном расстоянии от излучателя в свободном пространстве при ДТР

Кривая D получена экспериментально и соответствует ДТР, получаемому за счет рассеяния радиоволн неоднородностями тропосферы.

С целью повышения напряженности поля вблизи приемной антенны (см. рис. 5.3) при использовании рассеяния радиоволн неоднородностями направления максимумов излучения и приема их ориентируют почти по касательной к земной поверхности. Высота пересечения ДН антенн, определяемая местом расположения неоднородностей, обычно составляет 3...5 км. При этом обеспечивается протяженность линии радиосвязи 300...900 км.

В радиолиниях ДТР используются передатчики мощностью 10...100 кВт, параболические (зеркальные) антенны диаметром до 40 м и малошумящие усилители высокой частоты в приемниках. Работают эти радиолинии на частотах 300...500 МГц, широко используются там, где нельзя установить промежуточные ретрансляционные пункты радиорелейных линий (над проливами, в северных и малонаселенных районах), и обеспечивают надежную передачу телефонных и телеграфных сообщений. В телевидении из-за больших помех они не используются. Особенностью работы радиолинии ДТР является наличие замираний сигнала на входе приемника, обусловленных случайными колебаниями напряженности поля в точке приема.

Рассмотрим пример записи изменения уровня напряженности поля (сигнала) во времени (рис. 5.3). Как видим, принятый сигнал имеет медленные и быстрые замирания. При быстрых замираниях напряженность поля меняется резко на значительную величину. Длительность быстрых замираний лежит в пределах от долей секунды до единиц секунд и зависит от длины волны.

Причина быстрых замираний состоит в том, что напряженность поля в месте приема является результатом интерференции многих волн (лучей), рассеянных различными неоднородностями (см. рис. 5.3). Из-за флуктуации (случайных перемещений) этих неоднородностей непрерывно меняется соотношение фаз интерферирующих радиоволн.

Для борьбы с быстрыми замираниями применяют прием на две (иногда четыре) антенны, разнесенные по линии, перпендикулярной радиотрассе (рис. 5.6). Принятые отдельными антеннами сигналы детектируются, а затем суммируются.

Кроме того, используется разнесение по частоте, т. е. одну и ту же информацию передают одновременно на двух частотах.

Медленные замирания обусловлены изменением метеорологических условий и зависят от времени суток и сезона года. В частности, средний уровень напряженности поля при ДТР летом на 20...30 дБ выше, чем зимой.

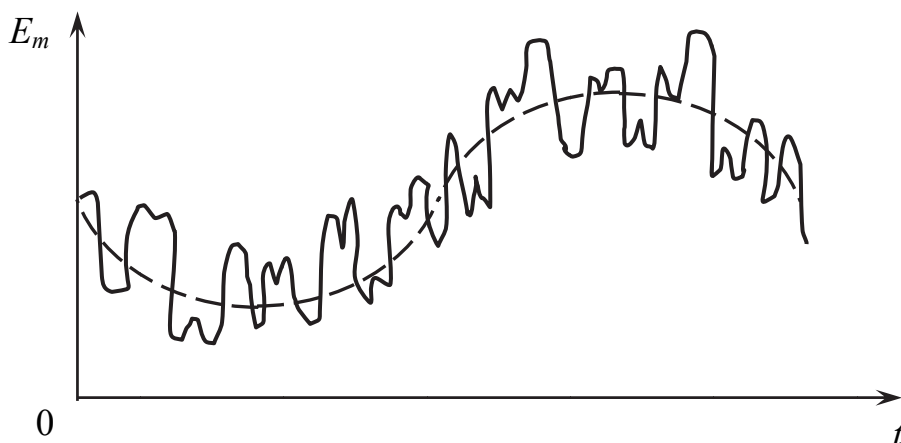


Рис. 5.5. Пример записи изменения уровня напряженности поля (сигнала) во времени при наличии замираний сигнала на входе приемника

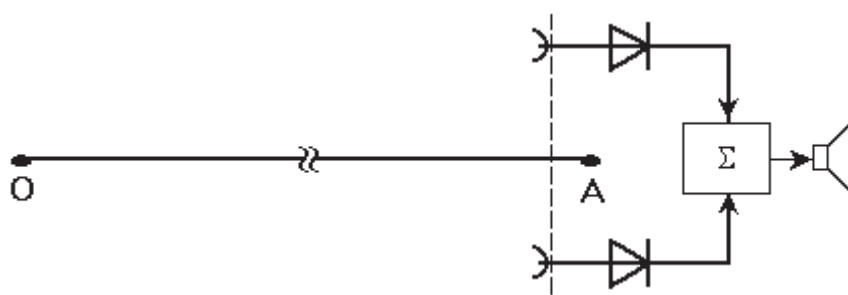


Рис. 5.6. Пример использования двух антенн, разнесенных по линии, перпендикулярной радиотрассе для борьбы с быстрыми замираниями

К настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал по ДТР. На его основе коллективом ученых под руководством Б.А. Введенского и М.А. Колосова разработан инженерный метод расчета поля ДТР.

5.3. Ослабление (затухание) радиоволн в тропосфере. Влияние атмосферы на тактико-технические характеристики РЛС

Физическая природа ослабления радиоволн сантиметрового и более коротковолновых диапазонов в тропосфере состоит в частичном преобразовании электромагнитной энергии в другие виды энергии и в рассеянии радиоволн.

Основной причиной ослабления радиоволн является наличие в тропосфере капель воды, присутствующих в виде тумана или дождя. При этом имеют место два явления: поглощение радиоволн каплями воды и рассеяние их скоплениями капель воды.

Поглощение радиоволн происходит вследствие того, что вода не является идеальным диэлектриком. Возникающие под воздействием электромагнитного поля волны токи вызывают тепловые потери, которые увеличиваются при возрастании частоты.

Рассеяние радиоволн заключается в том, что наведенные в каплях воды токи являются источниками вторичных ЭМВ, причем каждая капля излучает равномерно во всех направлениях. Это приводит к уменьшению энергии, переносимой первичной волной в начальном направлении. Рассеяние тем больше, чем крупнее капля воды и чем короче волна.

Другой причиной ослабления радиоволн (главным образом, миллиметрового диапазона) является их поглощение молекулами кислорода и водяного пара. Эти молекулы обладают постоянным магнитным или электрическим моментом соответственно. ЭМП распространяющейся волны воздействует на электронную оболочку молекул, в результате чего часть энергии волны преобразуется во внутримолекулярную энергию. Когда частота ЭМП совпадает с собственной частотой молекул, наблюдается селективное (**резонансное**) поглощение.

Для учета влияния ослабления радиоволн в формулы, выражающие зависимость напряженности поля от расстояния, вводится экспоненциальный множитель

$$E_m = E_{m0} \cdot e^{-\alpha_{\text{тр}} \cdot r}, \quad (5.6)$$

где E_{m0} – амплитуда напряженности поля без учета ослабления;

$\alpha_{\text{тр}}$ – коэффициент ослабления (затухания) радиоволн, приходящийся на единицу расстояния.

Коэффициент ослабления радиоволн (дБ/км)

$$\Gamma_{\text{тр}} = 20 \cdot \lg \frac{E_m}{E_{m0}} = 86 \cdot \alpha_{\text{тр}} \cdot 10^3. \quad (5.7)$$

Он является суммой коэффициента ослабления (поглощения и рассеяния) в каплях воды $\Gamma'_{\text{тр}}$ и коэффициента $\Gamma''_{\text{тр}}$ ослабления (поглощения) газами тропосферы, т. е.

$$\Gamma_{\text{тр}} = \Gamma'_{\text{тр}} + \Gamma''_{\text{тр}}.$$

Коэффициенты ослабления находят расчетным путем и проверяют экспериментально.

На рис. 5.7 приведены графики зависимости коэффициентов поглощения $\Gamma'_{\text{тр}}$ (рис. 5.7, а) и $\Gamma''_{\text{тр}}$ (рис. 5.7, б) от длины волны.

Графики зависимости $\Gamma'_{\text{тр}}(\lambda)$ построены для случая ослабления радиоволн в дожде и тумане различной интенсивности. Как видно, затухание

радиоволн в каплях воды резко уменьшается при возрастании длины волны и становится ничтожно малым для волн длиннее 10 см.

Из графиков, показанных на рис. 5.7, б следует, что имеются две резонансные линии поглощения радиоволн в кислороде: на волне $\lambda = 0,5$ см ($\Gamma''_{\text{тр}} = 14$ дБ/км) и на волне $\lambda = 0,25$ см ($\Gamma''_{\text{тр}} = 3,5$ дБ/км). Резонансное поглощение в парах воды имеет место на волне $\lambda = 1,35$ см.

Практически поглощение радиоволн в тропосфере начинает проявляться на волнах $\lambda < 2$ см, хотя на больших расстояниях (несколько сот километров) оно заметно на волнах 3 см и даже 10 см.

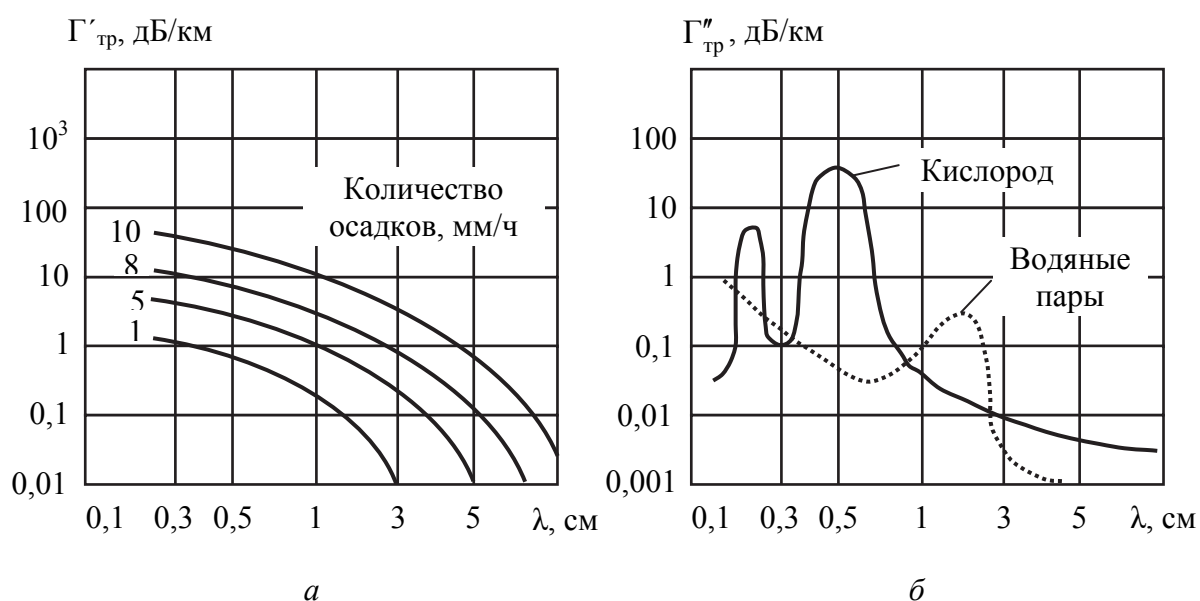


Рис. 5.7. Графики зависимости коэффициентов поглощения от длины волны: *а* – в дожде и тумане различной интенсивности; *б* – в кислороде и парах воды

Таким образом, ЭМВ поглощаются молекулами газа и воды, что приводит к их ослаблению, которое существенно зависит от длины самой волны.

Рассмотрим зоны обнаружения РЭС.

ЗОНЫ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

6.1. Максимальная дальность радиолокационного обнаружения. Максимальная дальность радиосвязи

На основе расчета и построения зон обнаружения РЭС лежат соотношения, устанавливающие зависимость дальности обнаружения от угловых координат. Определим сначала максимальную дальность радиолокационного обнаружения в свободном пространстве.

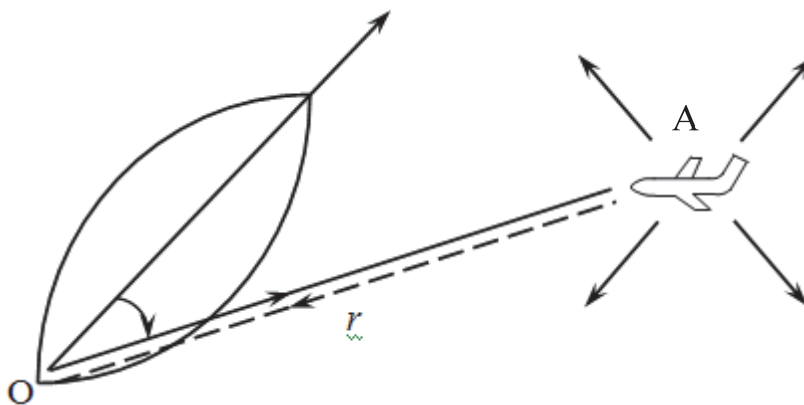


Рис. 6.1. К определению максимальной дальности радиолокационного обнаружения РЛС цели в свободном пространстве

Пусть в точке O расположена радиолокационная станция – РЛС (радиолокатор), а в точке A – подлежащая обнаружению цель (рис. 6.1).

Излучаемую передающей антенной радиолокатора мощность обозначим P_{Σ} , коэффициент направленного действия (КНД) передающей антенны

$$D = D_m \cdot F^2(\nu, \varphi),$$

где D_m – значение КНД в направлении максимума излучения;

$F(\nu, \varphi)$ – нормированная ДН.

С учетом отмеченного направленного излучения антенны плотность потока мощности, создаваемого в месте расположения цели (в точке A),

$$\Pi_{\text{ц}} = \frac{P_{\Sigma} D}{4\pi r^2} = \frac{P_{\Sigma} D_m}{4\pi r^2} F^2(\nu, \varphi). \quad (6.1)$$

Наряду с КНД для характеристики направленных свойств антенн широко применяется и другой параметр, получивший название коэффициента усиления антенны, который связан с КНД следующим равенством:

$$G = \eta \cdot D = G_m \cdot F^2(\nu, \varphi); \quad G_m = \eta \cdot D_m, \quad (6.2)$$

где G – коэффициент усиления антенны;

G_m – его значение в направлении максимума излучения;

$\eta = \frac{P_\Sigma}{P}$ – коэффициент полезного действия антенны (КПД);

P – подводимая от генератора к антенне мощность.

Таким образом, коэффициент усиления, как и КНД, является функцией угловых координат.

С учетом введенных понятий и обозначений для плотности потока мощности в точке А справедлива также формула

$$\Pi_\text{ц} = \frac{P \cdot G_m}{4\pi \cdot r^2} \cdot F^2(\nu, \varphi). \quad (6.3)$$

Попадающая на обнаруживаемую цель энергия ЭМП рассеивается в различных направлениях, в том числе в обратном направлении на радиолокатор (рис. 6.1). Тем самым часть рассеянной энергии (отраженная от цели энергия) принимается приемной антенной радиолокатора и попадает на вход приемника. Иными словами, облучаемая радиолокатором цель является вторичным излучателем ЭМВ.

Цель, как вторичный излучатель, сравнивается с изотропным (ненаправленным) излучателем, имеющим $F_0(\nu, \varphi) = 1$ и находящимся в точке расположения цели. Этот изотропный излучатель излучает мощность $P_{0\Sigma} = \sigma_\text{ц} \cdot \Pi_\text{ц}$ и создает в точке расположения приемной антенны радиолокатора такую же плотность потока мощности, что и реальная цель:

$$\Pi_\text{ц} = \frac{P_{0\Sigma}}{4\pi \cdot r^2} = \frac{\sigma_\text{ц} \cdot \Pi_\text{ц}}{4\pi \cdot r^2}. \quad (6.4)$$

Отсюда находим величину эффективной площади рассеяния (ЭПР) цели по формуле

$$\sigma_\text{ц} = \frac{P_{0\Sigma}}{\Pi_\text{ц}} = 4\pi \cdot r^2 \cdot \frac{\Pi_\text{ц}}{\Pi_\text{ц}}. \quad (6.5)$$

Величина ЭПР цели $\sigma_\text{ц}$ не зависит от расстояния r , но может существенно изменяться в зависимости от ракурса цели (с изменением направления облучения цели), ее формы и геометрических размеров.

Зная плотность потока мощности в месте расположения приемной антенны $\Pi_{\text{п}}$, определим мощность на входе приемника по формуле

$$P_{\text{п}} = \Pi_{\text{п}} \cdot A_{\text{эф}}. \quad (6.6)$$

Здесь $A_{\text{эф}}$ – эффективная площадь приемной антенны, связанная с ее коэффициентом усиления формулой

$$A_{\text{эф}} = \frac{\lambda^2 \cdot G_{\text{п}}}{4\pi} = A_m \cdot F_{\text{п}}^2(\nu, \varphi), \quad (6.7)$$

где A_m – максимальная эффективная площадь:

$$A_m = \frac{\lambda^2 \cdot G_m}{4\pi}.$$

Таким образом, с учетом формул (6.3), (6.4), (6.6) и (6.7), мощность на входе приемника радиолокатора

$$P_{\text{п}} = \frac{\sigma_{\text{ц}} \cdot P \cdot G_m \cdot A_m}{(4\pi \cdot r^2)^2} \cdot F^2(\nu, \varphi) \cdot F_{\text{п}}^2(\nu, \varphi). \quad (6.8)$$

В современных обзорных РЛС передача (излучение) и прием осуществляются на одну и ту же антенну. В этом случае

$$P_{\text{п}} = \frac{\sigma_{\text{ц}} \cdot P \cdot G_m \cdot A_m}{(4\pi \cdot r^2)^2} \cdot F^4(\nu, \varphi). \quad (6.9)$$

Формула (6.9) получила название формулы, или уравнения, радиолокации.

Используя формулу (6.9), найдем максимальную дальность обнаружения. Для этого следует принять $P_{\text{п}} = P_{\text{п min}}$ ($P_{\text{п min}}$ – минимальная мощность на входе приемника, необходимая для обнаружения отраженного от цели сигнала) и решить уравнение (6.9) относительно r . В результате получим

$$r_m(\nu, \varphi) = \sqrt[4]{\frac{\sigma_{\text{ц}} \cdot P \cdot G_m \cdot A_m}{(4\pi)^2 \cdot P_{\text{п min}}} \cdot F(\nu, \varphi)} \quad (6.10)$$

или

$$r_m(\nu, \varphi) = r_{m0} \cdot F_0(\nu, \varphi), \quad (6.11)$$

где

$$r_{m0} = \sqrt[4]{\frac{\sigma_{\text{ц}} \cdot P \cdot G_m \cdot A_m}{(4\pi)^2 \cdot P_{\text{п min}}}}. \quad (6.12)$$

Величина r_{m0} есть максимально возможная дальность радиолокационного обнаружения. Она обеспечивается тогда, когда максимум излучения и приема антенны направлен строго на цель.

Как следует из соотношений (6.10) и (6.12), максимальная дальность радиолокационного обнаружения пропорциональна $\sqrt[4]{P}$. Например, для увеличения дальности обнаружения в два раза потребуется увеличить мощность передатчика в $2^4 = 16$ раз. Значительно эффективнее на дальность обнаружения влияет изменение параметров антенны, так как с учетом формулы (6.7) формулу (6.12) можно записать в следующем виде:

$$r_{m0} = \sqrt[4]{\frac{\sigma_{ц} \cdot P \cdot A_m^2}{4\pi \cdot \lambda^2 \cdot P_{п\min}}} \quad (6.13)$$

Следовательно, максимальная дальность обнаружения пропорциональна $\sqrt{A_m/\lambda}$.

Эффективная площадь антенны A_m примерно равна ее геометрической площади. Поэтому, увеличивая относительную площадь антенны A_m/λ только в 4 раза, получим в 2 раза большую дальность обнаружения.

Чувствительность приемника $P_{п\min}$ влияет на дальность обнаружения точно так же, как и мощность передатчика.

В случае радиосвязи будем полагать, что в точке О находится передающее устройство, а в точке А – приемное устройство (рис. 6.2).

Плотность потока мощности в точке приема А

$$\Pi_{п} = \frac{P \cdot G_m}{4\pi \cdot r^2} \cdot F^2(\nu, \varphi) \quad (6.14)$$

Мощность на входе приемника

$$P_{п} = \Pi_{п} \cdot A_{эф} = \frac{P \cdot G_m \cdot A_m}{4\pi \cdot r^2} \cdot F^2(\nu, \varphi) \cdot F_{п}^2(\nu, \varphi) \quad (6.15)$$

Принимая $P_{п} = P_{п\min}$, из формулы (6.15) находим максимальную дальность радиосвязи:

$$r_m = r_{m0} \cdot F(\nu, \varphi) \cdot F_{п}(\nu, \varphi);$$

$$r_{m0} = \sqrt{\frac{P \cdot G_m \cdot A_m}{4\pi \cdot P_{п\min}}} \quad (6.16)$$

Величина r_{m0} есть максимально возможная дальность радиосвязи, реализуемая при условии строго встречной ориентации ДНА.

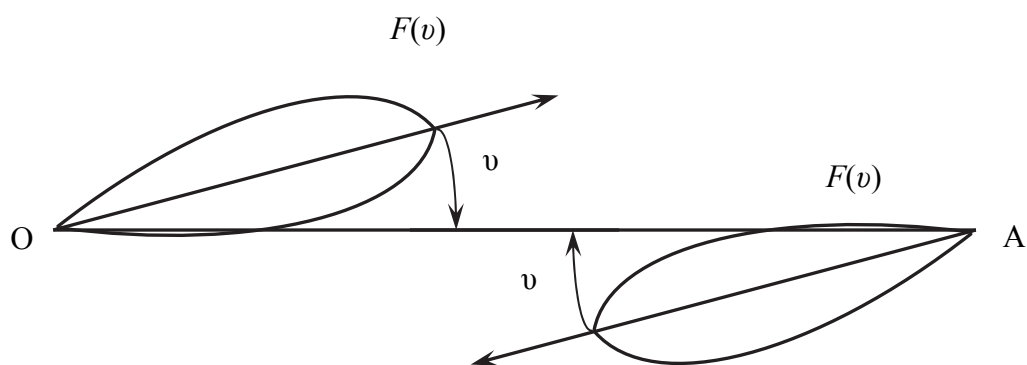


Рис. 6.2. К определению максимальной дальности радиосвязи

Таким образом, получены и проанализированы математические выражения, определяющие максимальные дальности радиолокации и радиосвязи.

6.2. Понятие о зоне радиолокационного обнаружения

Формула (6.11), определяющая максимальную дальность радиолокационного обнаружения, представляет собой уравнение некоторой поверхности в сферической системе координат $r_m(v, \varphi)$ (рис. 6.3). Начало координат находится в месте расположения локатора (в точке O).

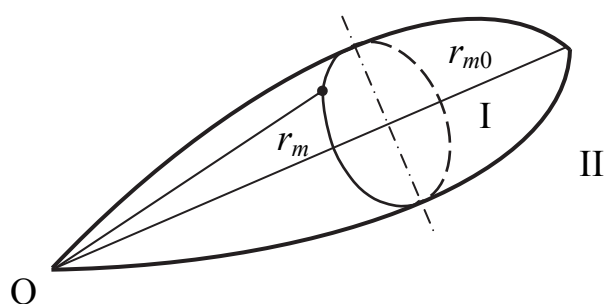


Рис. 6.3. Деление окружающего радиолокатор пространства на две области: область I, в которой цель σ_c с заданной ЭПР обнаруживается; область II, в которой эта цель не обнаруживается

Указанная поверхность делит окружающее радиолокатор пространство на две области: область I, в которой цель σ_c с заданной ЭПР обнаруживается, и область II, в которой эта цель не обнаруживается.

Область I получила название области обнаружения. По форме зона обнаружения, как видно из формулы (6.11), совпадает с пространственной диаграммой направленности антенн (ДНА). Однако в процессе работы радиолокатора при обзоре пространства с целью поиска цели положение ДНА в пространстве с течением времени может изменяться. В этом случае показанная на рис. 6.3 зона обнаружения соответствует какому-то фиксированному моменту времени.

Таким образом, зона обнаружения есть пространство внутри поверхности, описывающей зависимость максимальной дальности обнаружения от угловых координат $r_m(\nu, \varphi)$.

Практически зону обнаружения рассчитывают и строят в двух плоскостях – в вертикальной и в горизонтальной относительно земной поверхности. Позже понятие зоны обнаружения будет уточнено с точки зрения вероятностной трактовки.

6.3. Учет отражения радиоволн от гладкой земной поверхности при определении зоны радиолокационного обнаружения

6.3.1. Учет интерференционного множителя Земли при определении зоны радиолокационного обнаружения

Известно, что при наличии отражения радиоволн от гладкой земной поверхности ДН излучателя (антенны) представляет собой произведение ДН в свободном пространстве на ИМЗ. В этом случае, принимая $\varphi = 0$ и вводя вместо углов ν углы возвышения θ , формулу для максимальной дальности обнаружения (зоны обнаружения) в вертикальной плоскости следует записать в виде

$$r_m(\theta, \theta_m) = r_{m0} \cdot F(\theta_m - \theta) \cdot \Phi(\theta, \theta_m), \quad (6.17)$$

где θ_m – угол, определяющий направление максимума излучения антенны.

В частном, но практически важном случае, когда $\theta_m = 0$ (максимум излучения ориентирован параллельно линии горизонта), имеем

$$r_m(\theta) = r_{m0} \cdot F(\theta) \cdot \Phi(\theta). \quad (6.18)$$

Формула (6.18) описывает некоторую кривую в полярных координатах $r_m(\theta)$. Эта кривая и определяет границу зоны обнаружения в вертикальной плоскости.

Пример графического построения зоны обнаружения при наличии отражения радиоволн от земной поверхности приведен на рис. 6.4.

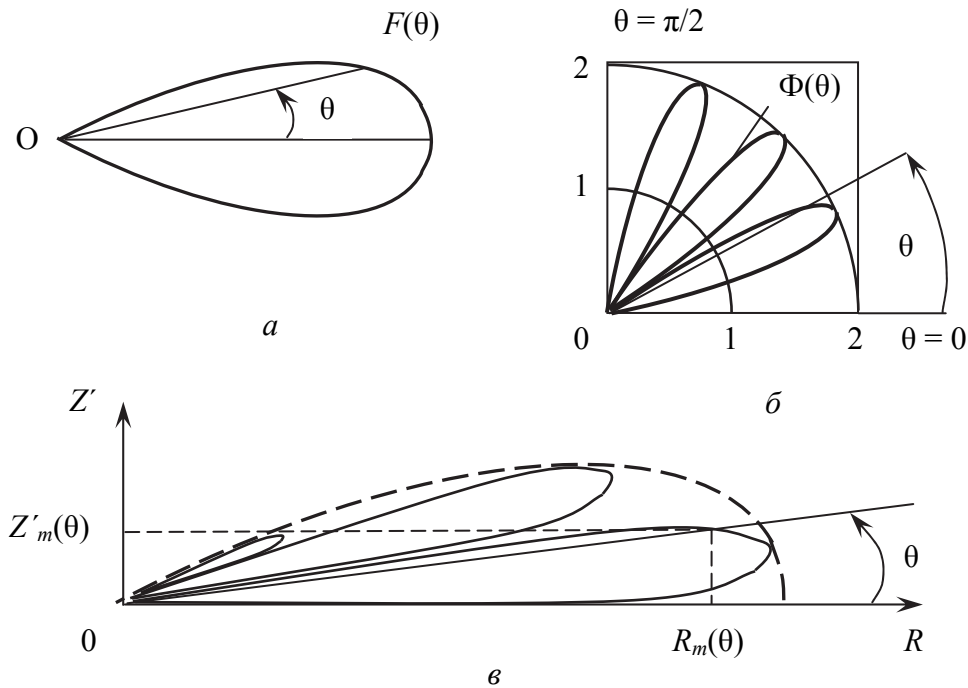


Рис. 6.4. Пример графического построения зоны обнаружения при наличии отражения радиоволн от земной поверхности: *a* – форма главного лепестка ДНА; *б* – график интерференционного множителя Земли; сечение зоны обнаружения в вертикальной плоскости

Таким образом, отражение радиоволн от земной поверхности приводит к изрезанности (лепестковой форме) зоны обнаружения. В тех направлениях, при которых прямая и отраженная от земной поверхности радиоволны совпадают по фазе, при коэффициенте отражения по модулю, близком к единице, дальность обнаружения в два раза возрастает. В тех же направлениях, в которых прямая и отраженная радиоволны противофазные, дальность обнаружения существенно падает (до нуля, если $R = 1$).

Проекции максимальной дальности обнаружения в каком-либо направлении θ на горизонтальную и вертикальную оси имеют следующий вид (см. рис. 6.4):

$$\begin{aligned} R_m(\theta) &:= r_m(\theta) \cdot \cos \theta; \\ Z'_m(\theta) &:= r_m(\theta) \cdot \sin \theta \end{aligned} \quad (6.19)$$

и называются **горизонтальной дальностью обнаружения и приведенной (над плоской земной поверхностью) высотой обнаружения соответственно**.

Для учета сферичности земной поверхности при построении зоны обнаружения необходимо ввести вместо приведенной высоты истинную высоту:

$$z' = z - \frac{R^2}{2R_0} = z - \Delta z. \quad (6.20)$$

При этом зона обнаружения по форме практически не изменяется, но образующая земной поверхности примет форму параболы с уравнением $\Delta z = -\frac{R^2}{2R_0}$ (рис. 6.5).

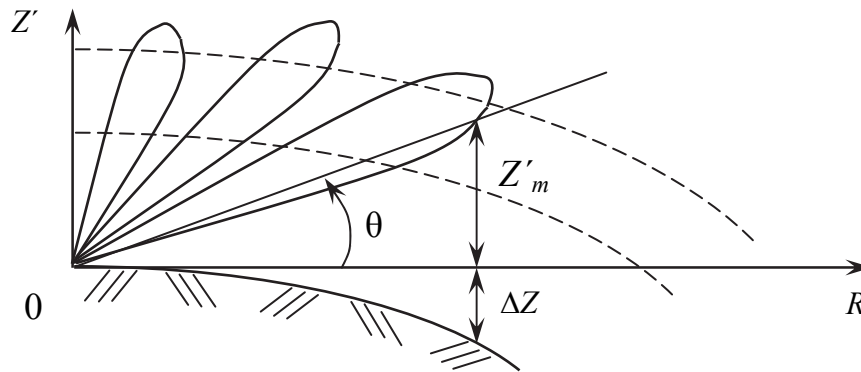


Рис. 6.5. Зона обнаружения с учетом сферичности земной поверхности

Масштаб по оси Z' обычно берут более крупный, чем по оси R . Лепестковая (изрезанная) форма зоны обнаружения характерна для радиолокаторов, работающих на **метровых** волнах и имеющих сравнительно широкую ДНА. Однако учитывать отражение радиоволн от земной поверхности приходится и при определении зоны обнаружения РЛС сантиметрового диапазона и, в особенности, при обнаружении маловысотных целей (расположенных под малыми углами места).

Как было отмечено ранее (см. гл. 4), для малых углов возвышения цели (углов места) можно принять $F(\theta) \approx 1$; $\Phi(\theta) = \frac{4\pi \cdot h \cdot z'}{\lambda \cdot r}$. Следовательно, максимальная дальность обнаружения

$$r_m = r_{m0} \frac{4\pi \cdot h}{\lambda} \cdot \frac{Z'_m}{r_m}$$

или

$$r_m = \sqrt{\frac{4\pi \cdot h \cdot Z'_m}{\lambda} \cdot r_{m0}}. \quad (6.21)$$

Подставив в формулу (6.21) значение r_m из выражения (6.12), окончательно получим

$$r_m = \sqrt[8]{\frac{\sigma_{ц} \cdot P \cdot G_m \cdot A_m}{(4\pi)^2 \cdot P_{\text{пmin}}}} \cdot \sqrt{\frac{4\pi \cdot h \cdot Z_m}{\lambda}}. \quad (6.22)$$

Таким образом, при малых углах места цели (малых высотах) дальность обнаружения существенно уменьшается. Она пропорциональна $\sqrt[8]{P}$. Физический смысл этого явления состоит в том, что прямая и отраженная от земной поверхности радиоволны имеют разность фаз, близкую к π .

6.3.2. Влияние неровностей земной поверхности на дальность и зону обнаружения

Известно, что наличие неровностей земной поверхности, размеры которых не удовлетворяют требованиям критерия Рэлея $h < \frac{\lambda}{16 \sin(\theta)}$,

но не превышают размеры существенного для отражения участка, приводит к рассеянному или полурассеянному отражению радиоволн [14]. В результате радиоволны отражаются в различных направлениях, в том числе в обратном направлении на излучатель.

Рассеянное или полурассеянное отражение радиоволн приводит к двум основным факторам, определяющим влияние мелких неровностей на дальность и зону обнаружения.

Первый фактор состоит в том, что уменьшается модуль коэффициента отражения в направлении зеркального отражения, что в конечном итоге приведет к сглаживанию зоны обнаружения (уменьшению максимумов и увеличению минимумов).

Второй фактор состоит в отражении части энергии волны, падающей на земную поверхность в направлении на радиолокатор. Это может послужить причиной попадания на вход приемника радиолокатора мешающих сигналов (так называемых пассивных помех). Эти сигналы затрудняют обнаружение сигнала, отраженного от цели (особенно маловысотной). В результате уменьшается дальность обнаружения.

Для оценки интенсивности (мощности) пассивной помехи, падающей на вход приемника радиолокатора в результате радиолокационного отражения от неровностей, вводится понятие ЭПР – $\sigma_{\text{п}}$.

Величина $\sigma_{\text{п}}$ зависит от угла скольжения падающей волны, крутизны неровностей, электрических параметров их поверхности, размеров и длины волны. При укорочении волны при прочих равных условиях величина $\sigma_{\text{п}}$ возрастает.

Практически величина $\sigma_{\text{п}}$ обычно определяется экспериментально.

Мощность пассивной помехи на входе приемника радиолокатора можно рассчитать по формуле (6.9), в которой величину $\sigma_{ц}$ следует заменить на $\sigma_{п}$.

Наряду с рассмотренными факторами, определяемыми влиянием сравнительно мелких неровностей, на дальность и зону обнаружения существенное влияние могут оказать крупные неровности. Их размеры превышают размеры существенного для отражения участка.

На основе известного анализа влияния характерных крупных неровностей на ИМЗ можно сделать следующие выводы:

- При наличии протяженного уклона местности в сторону обнаруживаемой цели зона обнаружения отклоняется вниз на угол уклона γ .
- Протяженный подъем местности приведет к отклонению зоны обнаружения вверх на угол подъема γ .
- Склон местности, обращенный в сторону обнаруживаемой цели, при определенных условиях может способствовать увеличению дальности обнаружения в некоторых направлениях и привести к большей изрезанности зоны обнаружения (возрастанию числа лепестков).
- При расположении РЛС на обрыве, обращенном в сторону обнаруживаемой цели, зона обнаружения прижимается к земной или водной поверхности пропорционально высоте обрыва H .

Таким образом, с целью увеличения дальности обнаружения маловысотных целей позицию РЛС следует выбирать на уклоне, склоне или обрыве, обращенных в сторону ожидаемой цели, или на холме.

6.3.3. Влияние тропосферы на дальность и зону обнаружения

Влияние тропосферы на дальность и зону обнаружения определяется тремя основными факторами: **рефракцией радиоволн, их ослаблением в тропосфере и радиолокационным отражением от атмосферных образований.**

Характер влияния рефракции на зону обнаружения графически изображен на рис. 6.6, где показаны возможные зоны обнаружения.

Как видно из рис. 6.6, рефракция радиоволн в тропосфере может способствовать увеличению дальности обнаружения маловысотных целей.

Ослабление (затухание) радиоволн в тропосфере вызывает уменьшение плотности потока мощности и амплитуды напряженности поля в месте расположения приемной антенны РЛС. В соответствии с формулами (5.6) и (5.7) амплитуда напряженности поля с учетом ослабления радиоволн

$$E_m = E_{m0} \cdot 10^{-\frac{\Gamma_{тр} \cdot r}{20}}, \quad (6.23)$$

где E_{m0} – амплитуда напряженности поля без учета ослабления;

$\Gamma_{\text{тр}}$ – коэффициент ослабления;

r – расстояние, проходимое радиоволнами.

Поскольку дальность обнаружения пропорциональна напряженности поля, для максимальной дальности обнаружения с учетом ослабления радиоволн справедлива формула

$$r_m = r_{m0} \cdot 10^{\frac{\Gamma_{\text{тр}} \cdot r_m}{20}}. \quad (6.24)$$

Формула (6.24) является трансцендентным уравнением, которое может быть решено либо методом последовательных приближений, либо графически.

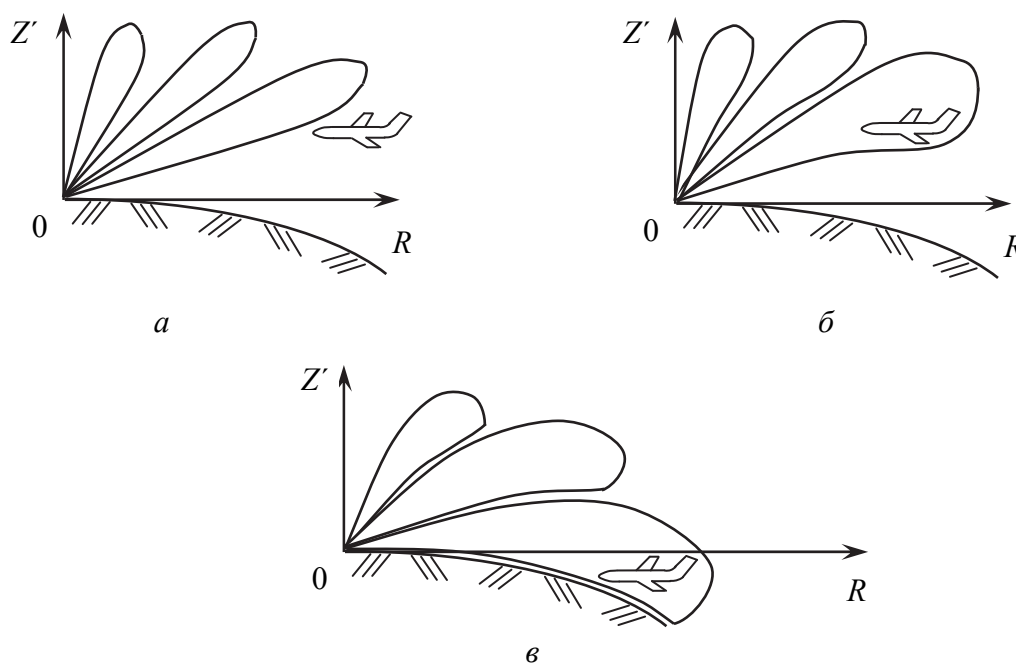


Рис. 6.6. Характер влияния рефракции на зону обнаружения: *а* – нормальная рефракция – цель не обнаруживается; *б* – положительная рефракция – цель обнаруживается в нижней лепестке; *в* – сверхрефракция – цель обнаруживается за линией радиогоризонта

Например, в первом приближении максимальную дальность обнаружения можно рассчитать по формуле

$$r_{m1} \cong r_{m0} \cdot 10^{\frac{\Gamma_{\text{тр}} \cdot r_{m0}}{20}}. \quad (6.25)$$

Графический способ решения уравнения (6.24) состоит в следующем: вводя промежуточные обозначения

$$x = \frac{r_m}{r_{m0}}; \quad y = 10^{-\beta x}; \quad \beta = \frac{\Gamma_{\text{тр}} \cdot r_{m0}}{20},$$

строим графики функций $y_1 = x$ и $y_2 = 10^{-\beta x}$ (рис. 6.7).

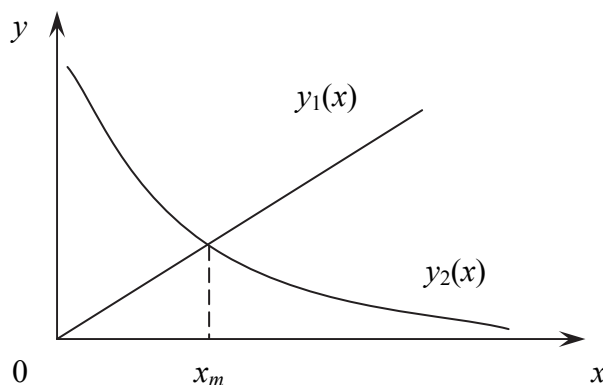


Рис. 6.7. Графические зависимости функций $y_1 = x$ и $y_2 = 10^{-\beta x}$ для определения максимальной дальности обнаружения

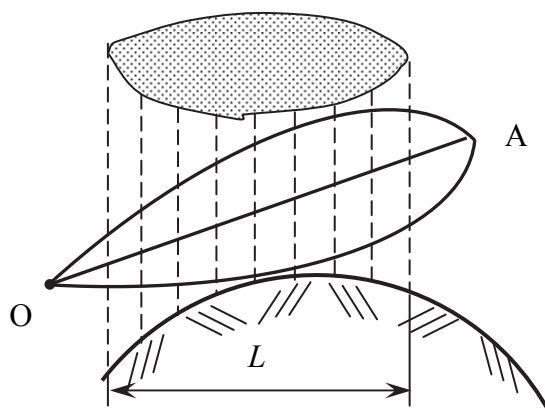


Рис. 6.8. Иллюстрация случая, когда ослабление радиоволн происходит на ограниченном участке трассы — в полосе дождя

Абсцисса точки пересечения графиков x_m позволяет определить искомую дальность обнаружения $r_m = r_{m0} \cdot x_m$.

Формула (6.24) справедлива, если ослабление радиоволн происходит на всей трассе их распространения (например, при учете поглощения радиоволн газами тропосферы и парами воды). В противном случае, когда ослабление происходит на ограниченном участке трассы (например, в полосе дождя — рис. 6.8), имеем

$$r_m = r_{m0} \cdot 10^{\frac{\Gamma_{\text{тр}} \cdot L}{20}}. \quad (6.26)$$

Ограничение максимальной дальности обнаружения происходит также за счет радиолокационного отражения радиоволн от атмосферных образований (дождь, облака, град, снег). Частицы этих образований рассеивают электромагнитную энергию (ЭМЭ) в различных направлениях, в том числе в обратном направлении на радиолокатор, создавая тем самым пассивные помехи приему сигнала, отраженного от цели.

Мощность пассивной помехи, создаваемой атмосферными образованиями на входе приемника радиолокатора, можно оценить по формуле (6.9), в которой величину $\sigma_{\text{ц}}$ следует заменить на ЭПР атмосферного образования $\sigma_{\text{п}}$.

Для расчета $\sigma_{\text{п}}$ вводится понятие импульсного объема $V_{\text{и}}$, представляющего собой произведение площади поперечного сечения ДНА на половину пути, пройденного импульсным сигналом за время, равное длительности импульса (рис. 6.9).

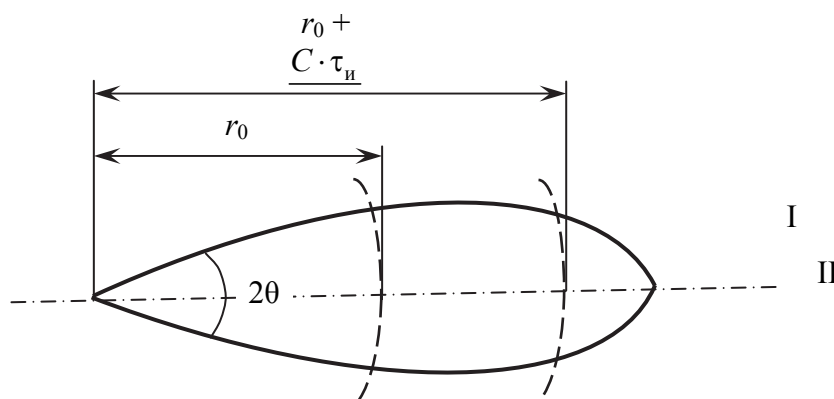


Рис. 6.9. К определению понятия импульсного объема $V_{\text{и}}$

В соответствии с введенным понятием импульсный объем

$$V_{\text{и}} = r^2 \cdot \Delta\Omega \cdot \frac{C \cdot \tau_{\text{и}}}{2}, \quad (6.27)$$

где $\Delta\Omega$ – угол раствора ДНА в стерadiansах;

$\tau_{\text{и}}$ – длительность импульса.

Если ДНА осесимметрична, то $\Delta\Omega = \pi\theta^2$. ЭПР атмосферных образований в импульсном объеме

$$\sigma_{\text{пи}} = \pi \cdot r^2 \cdot \theta^2 \cdot \frac{C \cdot \tau_{\text{и}}}{2} \sum_k N_k \cdot \sigma_{\text{пк}}, \quad (6.28)$$

где $\sum_k N_k \cdot \sigma_{pk}$ – ЭПР единицы объема атмосферного образования;

N_k – число частиц с ЭПР σ_{pk} , т. е. число частиц k -го сорта.

Формулу (6.28) можно записать также в следующем виде:

$$\sigma_{\text{пи}} = 0,14 \cdot r^2 \cdot \theta^2 \cdot \tau_{\text{и}} \cdot A, \quad (6.29)$$

где $\sigma_{\text{пи}}$ измеряется в м^2 ; r_0 – в км; θ – в град; $\tau_{\text{и}}$ – в мкс.

Таким образом, размеры и форма зоны обнаружения определяется не только техническими характеристиками РЭС, но и рядом других факторов, связанных с условиями распространения радиоволн в окружающем РЭС пространстве. При оценке дальности обнаружения в нижних слоях атмосферы важнейшими из этих факторов являются следующие: отражение радиоволн от земной поверхности, рефракция, ослабление и рассеяние радиоволн в тропосфере, образование пассивных помех при отражении радиоволн от неровностей земной поверхности и атмосферных образований.

Часть II

**ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ
ДИАПАЗОНА
СВЕРХВЫСОКИХ
ЧАСТОТ**

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

7.1. Электромагнитные волны в направляющих системах

Направляющими системами (волноводами) называются устройства, обладающие свойством направлять распространение ЭМЭ. К ним относятся хорошо проводящие поверхности, параллельные плоскости и следующие линии передачи ЭМЭ (рис. 7.1):

- двухпроводная линия;
- коаксиальная линия;
- прямоугольные и круглые полые волноводы;
- диэлектрические волноводы;
- полосковые линии и др.

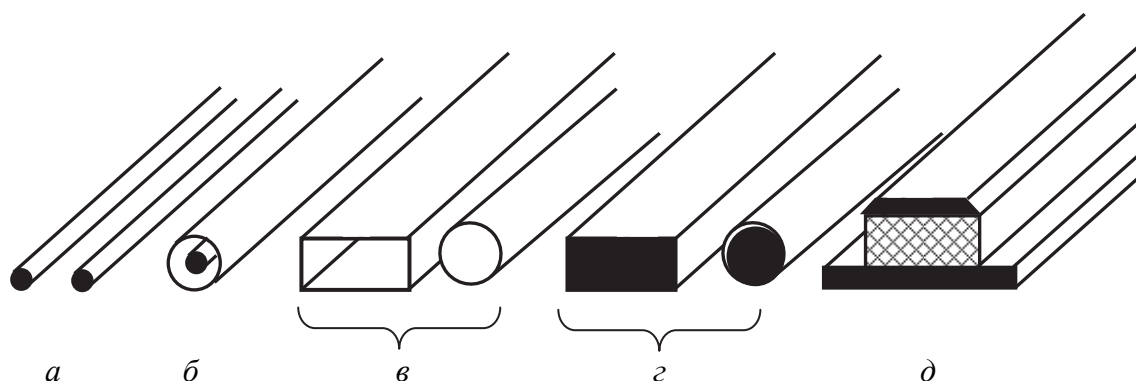


Рис. 7.1. Типы направляющих систем: *a* – двухпроводная линия; *b* – коаксиальная линия; *в* – полые волноводы; *г* – диэлектрические волноводы; *д* – полосковая линия

Направляющие системы называются однородными, если их поперечные сечения и параметры среды (ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость, μ – относительная магнитная проницаемость, σ – удельная проводимость) остаются постоянными во всем объеме. Если же параметры ϵ , μ и σ остаются постоянными только вдоль направляющей системы, то она называется **регулярной**.

Направляемыми волнами называются радиоволны, энергия которых распространяется вдоль направляющих систем.

Электромагнитное поле определяется первым и вторым уравнениями

Максвелла [1], которые для идеальной диэлектрической среды в дифференциальной форме записи имеют следующий вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

где $\vec{H} = \vec{x}^0 H_x + \vec{y}^0 H_y + \vec{z}^0 H_z$

$\vec{E} = \vec{x}^0 E_x + \vec{y}^0 E_y + \vec{z}^0 E_z$;

$\varepsilon_a = \varepsilon \varepsilon_0$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды;

$\mu_a = \mu \mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость среды;

$\vec{x}^0, \vec{y}^0, \vec{z}^0$ – координатные орты соответствующих переменных декартовой системы координат.

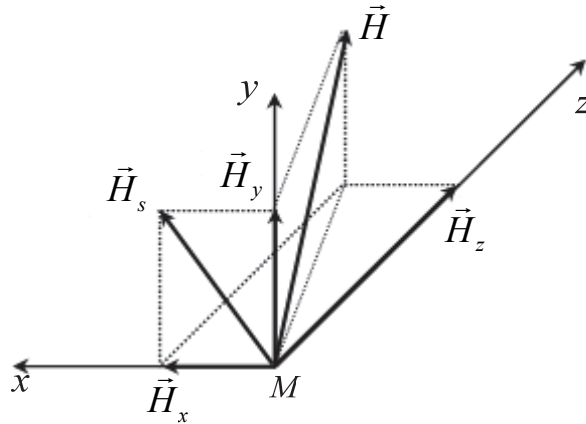


Рис. 7.2. Векторные составляющие ЭМВ

Из представленных уравнений следует, что в общем случае ЭМВ могут иметь шесть составляющих (рис. 7.2):

- две продольные: $\vec{E}_z = \vec{z}^0 E_z$, $\vec{H}_z = \vec{z}^0 H_z$;
- четыре поперечные: $\vec{E}_s = \vec{x}^0 E_x + \vec{y}^0 E_y$, $\vec{H}_s = \vec{x}^0 H_x + \vec{y}^0 H_y$.

В зависимости от наличия или отсутствия продольных составляющих различают три типа волн.

1. **Поперечная электромагнитная T-волна** ($H_z = E_z = 0$). Особенность такой волны – наличие только поперечных составляющих векторов \vec{E} и \vec{H} и отсутствие дисперсии (зависимость фазовой скорости распространения ЭМЭ V_ϕ от длины волны λ). Такая волна называется недиспергирующей волной.

2. **Поперечно-магнитная ТМ-волна** ($H_z = 0, E_z \neq 0$). Магнитное поле в этом случае имеет только поперечные составляющие, а электрическое поле – еще и продольную. Такие волны иногда называют волны типа «Е».

3. **Поперечно-электрическая ТЕ-волна** ($H_z \neq 0, E_z = 0$). Электрическое поле имеет только поперечные составляющие, а магнитное поле – еще и продольную. Такие волны иногда называют волны типа «Н».

Волны типа «Н» («ТЕ») и «Е» («ТН») являются диспергирующими.

7.2. Решение уравнений Максвелла для однородных направляющих систем без потерь

7.2.1. Волновые уравнения

Для однородных направляющих систем произвольного сечения с идеально проводящими стенками ($\sigma_m = \infty$), заполненных идеальным диэлектриком ($\sigma_d = 0$) при отсутствии сторонних токов и зарядов, уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют вид [9]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \end{aligned}$$

а граничные условия для векторов \vec{E} и \vec{H} в любой точке боковой поверхности следующие:

$$\begin{aligned} E_\tau &= 0; \quad E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_a}; \\ \vec{H}_\tau &= [\vec{J}_s, \vec{n}^0]; \quad H_n = 0, \end{aligned}$$

где ρ_s – поверхностная плотность заряда на границе раздела сред;

\vec{n}^0 – единичный вектор, указывающий направление нормали к границе раздела сред;

\vec{J}_s – вектор плотности поверхностного тока.

Если взять операцию rot от первого уравнения Максвелла, подставить в полученное выражение второе уравнение Максвелла и, учтя, что

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{H} - \nabla^2 \vec{H}; \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0,$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} -$$

оператор Лапласа, получим трехмерное векторное волновое уравнение:

$$\nabla^2 \vec{H} - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0.$$

Проделав аналогичные операции со вторым уравнением Максвелла, имеем следующее выражение:

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0.$$

Используя метод разделения переменных, решение этих уравнений будем искать в виде волн, распространяющихся вдоль оси z , которые можно представить в комплексной форме записи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\vec{E}}(x, y, z, t) &= \dot{\vec{E}}'(x, y) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}, \\ \dot{\vec{H}}(x, y, z, t) &= \dot{\vec{H}}'(x, y) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}, \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

где $\dot{\vec{E}}'(x, y)$ и $\dot{\vec{H}}'(x, y)$ – комплексные векторные функции распределения поля в поперечном сечении;

$e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}$ – волновой множитель;

$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$ – постоянная распространения;

α – постоянная (коэффициент) затухания;

β – фазовая постоянная.

Таким образом, для нахождения решения волновых уравнений необходимо определить функции распределения $\dot{\vec{E}}'_m(x, y)$, $\dot{\vec{H}}'_m(x, y)$ и постоянную распространения γ .

С этой целью представим оператор Лапласа ∇^2 в виде поперечной (с индексом s) и продольной (с индексом z) составляющих:

$$\nabla^2 = \nabla_s^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

где

$$\nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Тогда волновые уравнения примут следующий вид:

$$\begin{aligned}\nabla_s^2 \vec{E} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0, \\ \nabla_s^2 \vec{H} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} &= 0.\end{aligned}$$

Решим, например, первое уравнение. Подставив в него выражение (7.1), получим

$$\begin{aligned}\nabla_s^2 \left\{ \dot{E}'_m(x, y) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left\{ \dot{E}'_m(x, y) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \right\} - \\ - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \dot{E}'_m(x, y) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \right\} = 0.\end{aligned}$$

После дифференцирования по переменным z и t находим волновой множитель:

$$\begin{aligned}e^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \nabla_s^2 \dot{E}'_m(x, y) + \dot{\gamma}^2 e^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \dot{E}'_m(x, y) + \\ + \omega^2 \epsilon_a \mu_a e^{j\omega t - \dot{\gamma} z} \dot{E}'_m(x, y) = 0\end{aligned}$$

или

$$\nabla_s^2 \dot{E}'_m(x, y) + (\dot{\gamma}^2 + \omega^2 \epsilon_a \mu_a) \dot{E}'_m(x, y) = 0.$$

Выражение $\dot{\gamma}^2 + \omega^2 \epsilon_a \mu_a = k_s^2$ называется **дисперсионным уравнением**, так как оно определяет зависимость постоянной $\dot{\gamma}$ распространения от частоты ω колебания поля.

Опуская аргумент при векторах \vec{E} и \vec{H} , представим векторные волновые уравнения в виде двумерных уравнений Гельмгольца [11]:

$$\left. \begin{aligned}\nabla_s^2 \dot{E}'_m + k_s^2 \dot{E}'_m &= 0; \\ \nabla_s^2 \dot{H}'_m + k_s^2 \dot{H}'_m &= 0.\end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

Второе уравнение системы (7.2) получено аналогично вышеприведенной методике.

Эти уравнения называются **мембранными**, а параметр k_s – **собственным числом мембранного уравнения**.

Уравнения типа (7.2) решают с помощью соответствующего уравнения для вспомогательной потенциальной функции. В качестве такой функции можно взять проекцию вектора $\dot{E}'_m(x, y)$, $\dot{H}'_m(x, y)$ на ось z .

С этой целью представим векторные функции распределения поля в виде суммы их поперечной $\dot{E}'_{m_s}(x, y)$ и продольной $\bar{z}^0 \dot{E}'_{m_z}(x, y)$ составляющих (в дальнейшем индекс m , указывающий на амплитудное значение величины, будет опущен):

$$\begin{aligned}\dot{E}'_m(x, y) &= \dot{E}'_s(x, y) + \bar{z}^0 \dot{E}'_z(x, y); \\ \dot{H}'_m(x, y) &= \dot{H}'_s(x, y) + \bar{z}^0 \dot{H}'_z(x, y).\end{aligned}$$

С учетом этого каждое из уравнений (7.2) можно записать в виде двух:

- скалярное – для продольной составляющей.
- векторное – для поперечной составляющей.

В результате получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \nabla_s^2 \dot{E}'_z + k_s^2 \dot{E}'_z = 0; & (a) \\ \nabla_s^2 \dot{E}'_s + k_s^2 \dot{E}'_s = 0; & (б) \\ \nabla_s^2 \dot{H}'_z + k_s^2 \dot{H}'_z = 0; & (в) \\ \nabla_s^2 \dot{H}'_s + k_s^2 \dot{H}'_s = 0. & (г) \end{cases} \quad (7.3)$$

Из полученной системы уравнений (7.3) более просто решаются скалярные уравнения, из которых определяются функции распределения продольных составляющих $\dot{E}'_z(x, y)$ и $\dot{H}'_z(x, y)$.

Скалярные уравнения (7.3) не имеют определенных решений. Необходимо поставить краевую (граничную) задачу электродинамики. Пусть контур «С» – контур поперечного сечения параллелограмма (рис. 7.3).

Первой краевой задачей для двумерного уравнения Гельмгольца назовем следующую:

$$\nabla_s^2 \dot{E}'_z(x, y) + k_s^2 \dot{E}'_z(x, y) = 0, \quad (\dot{E}'_z)_c = 0. \quad (7.4)$$

Пусть это задача внутренняя (т. е. решение $\dot{E}'_z(x, y)$ ищется внутри параллелограмма), тогда она имеет бесконечное множество решений $\dot{E}'_z(x, y)$, каждое из которых имеет место при определенном значении k_s . При этом решения $\dot{E}'_z(x, y)$ называются *собственными функциями*, а соответствующие им значения $k_{s_n}^2$ – *собственными значениями*.

Второй краевой задачей для двумерного уравнения Гельмгольца назовем следующую:

$$\nabla_s^2 \dot{H}'_z(x, y) + k_s^2 \dot{H}'_z(x, y) = 0; \quad \left(\frac{\partial \dot{H}'_z}{\partial n} \right)_c = 0. \quad (7.5)$$

Эта задача также порождает систему собственных функций, которым отвечают собственные значения.

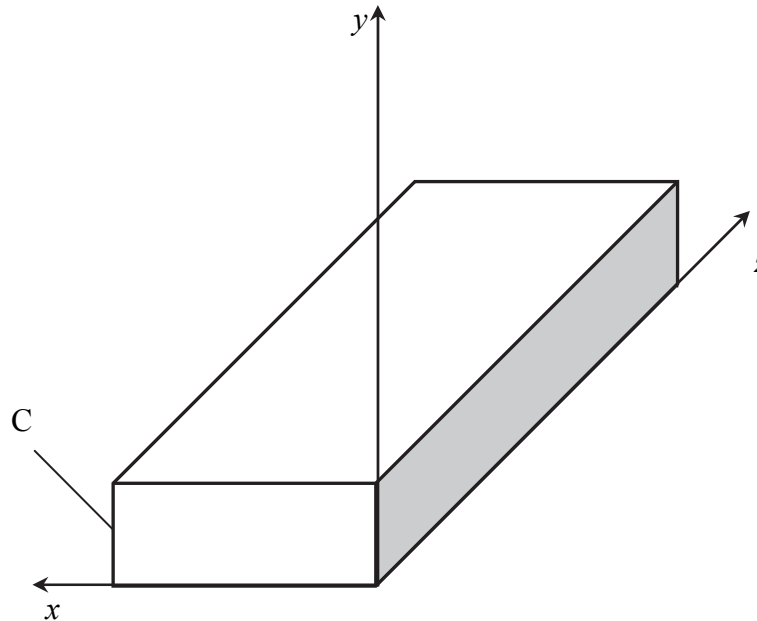


Рис. 7.3. Контур поперечного сечения параллелограмма

Множество собственных значений $k_{s n}^2$ представляет собой дискретный ряд вещественных величин, начинающихся от минимального значения $k_{s 1}^2$ и k_s^2 , возрастающий до бесконечности (рис. 7.4).



Рис. 7.4. Дискретный ряд вещественных величин на числовой оси

Каждому значению собственного числа $k_{s n}^2$ будет соответствовать определенная структура поля в волноводе. Таким образом, в волноводе может существовать бесконечное множество различных структур полей.

Поперечные компоненты поля \dot{E}' и \dot{H}' определять из мембранных уравнений трудно, так как они являются векторными. Проще установить

связь между продольными и поперечными составляющими и тем самым ограничиться решением только скалярных уравнений (7.3, а) и (7.3, в). Эта связь устанавливается путем определенных преобразований уравнений Максвелла.

Таким образом, задача по расчету ЭМП сводится к решению двух краевых задач для скалярных мембранных уравнений [7]. Методика расчета ЭМП будет дана ниже.

Итак, мы получили решение уравнений Максвелла для однородных направляющих систем произвольного сечения с идеально проводящими стенками, заполненных идеальным диэлектриком при отсутствии сторонних токов и зарядов.

7.2.2. Выражение поперечных составляющих поля через продольные составляющие

Первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

можно записать в комплексной форме в следующем виде:

$$[\nabla, H_m] = j \omega \varepsilon_a \dot{E}'_m,$$

где $\nabla = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}^0 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z} = \nabla_s + \nabla_z$ – векторный дифференциальный оператор в декартовой системе координат;

$$\nabla_s = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}^0 \frac{\partial}{\partial y};$$

$$\nabla_z = \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z}.$$

После разложения векторов \dot{E} , \dot{H} и оператора ∇ на поперечные и продольные составляющие уравнение Максвелла примет вид

$$[\nabla_s + \nabla_z, \dot{H}_s + \dot{H}_z] = j \omega \varepsilon_a (\dot{E}_s + \dot{E}_z).$$

Отсюда

$$[\nabla_s, \dot{H}_s] + [\nabla_s, \dot{H}_z] + [\nabla_z, \dot{H}_s] + [\nabla_z, \dot{H}_z] = j \omega \varepsilon_a \dot{E}_s + j \omega \varepsilon_a \dot{E}_z.$$

Учитывая, что

$$[\nabla_s, \dot{H}_s] \parallel \bar{z}^0; [\nabla_s, \dot{H}_z] \perp \bar{z}^0; [\nabla_z, \dot{H}_s] \perp \bar{z}^0; [\nabla_z, \dot{H}_z] = 0,$$

и приравнивая одноименные (продольные или поперечные) проекции левой и правой частей полученного выражения, можно записать:

$$j \omega \varepsilon_a \dot{E}_z = [\nabla_s, \dot{H}_s] = \text{rot}_s \dot{H}_s; \quad (7.6)$$

$$j \omega \varepsilon_a \dot{E}_s = [\nabla_s, \dot{H}_z] + [\nabla_z, \dot{H}_s]. \quad (7.7)$$

Зная свойства векторного произведения, выражение (7.7) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} [\nabla_s, \dot{H}_s] &= [\nabla_s, \bar{z}^0, \dot{H}_z] = -[\bar{z}^0, \nabla_s \dot{H}_z]; \\ [\nabla_z, \dot{H}_s] &= \left[\bar{z}^0 \frac{\partial}{\partial z}, \dot{H}_s \right] = \left[\bar{z}^0, \frac{\partial \dot{H}_s}{\partial z} \right] = [\bar{z}^0, -\dot{\gamma} \dot{H}_s] - \dot{\gamma} [\bar{z}^0, \dot{H}_s]. \end{aligned}$$

Тогда

$$j \omega \varepsilon_a \dot{E}_s = -[\bar{z}^0, \nabla_s \dot{H}_z] - \dot{\gamma} [\bar{z}^0, \dot{H}_s]. \quad (7.8)$$

Используя принцип перестановочной двойственности, получим

$$j \omega \mu_a \dot{H}_s = [\bar{z}^0, \nabla_s \dot{E}_z] + \dot{\gamma} [\bar{z}^0, \dot{E}_s]. \quad (7.9)$$

Уравнения (7.8) и (7.9) выражают связь поперечных составляющих с продольными. Определим эту связь отдельно для полей типа «E» и «H».

Известно, что для полей типа «E» продольная составляющая $H_z = 0$, поэтому уравнение (7.8) принимает вид

$$j \omega \varepsilon_a \dot{E}_s = -\dot{\gamma} [\bar{z}^0, \dot{H}_s].$$

Домножив это выражение векторно слева и справа на \bar{z}^0 , получим

$$\dot{H}_s = \frac{j \omega \varepsilon_a}{\dot{\gamma}} [\bar{z}^0, \dot{E}_s]. \quad (7.10)$$

Подставим выражение (7.10) в (7.9) и, умножив полученное выражение векторно слева и справа на \bar{z}^0 , получим

$$-\frac{\omega^2 \mu_a \varepsilon_a}{\dot{\gamma}} [\bar{z}^0, \dot{E}_s] = [\bar{z}^0, \nabla_s \dot{E}_z] + \dot{\gamma} [\bar{z}^0, \dot{E}_s]$$

или

$$-[\vec{z}^0, \dot{\vec{E}}_s](\omega^2 \mu_a \varepsilon_a + \dot{\gamma}^2) = \dot{\gamma} [\vec{z}^0, \nabla_s \dot{E}_z].$$

Из этого векторного уравнения следует

$$-(\omega^2 \mu_a \varepsilon_a + \dot{\gamma}^2) \dot{\vec{E}}_s = \dot{\gamma} \nabla_s \dot{E}_z,$$

откуда

$$\vec{E}_s = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \nabla_s E_z. \quad (7.11)$$

Таким образом, совместное применение выражений (7.10) и (7.11) позволяет по известным продольным компонентам поля определить поперечные составляющие поля типа « E » в направляющей системе.

Используя принцип перестановочной двойственности [1], из выражений (7.10) и (7.11) можно получить связь между поперечными и продольными составляющими для полей типа « H »:

$$\vec{E}_s = -\frac{j\omega^2 \mu_a}{\dot{\gamma}} [\vec{z}^0, \vec{H}_s]; \quad (7.12)$$

$$\dot{\vec{H}}_s = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \nabla_s \dot{H}_z. \quad (7.13)$$

Из выражения (7.10) следует, что

$$\dot{\rho}_E = \frac{\dot{E}_s}{H_s} = \frac{\dot{\gamma}}{j\omega \varepsilon_a},$$

а из формулы (7.12)

$$\dot{\rho}_H = \frac{\dot{E}_s}{\dot{H}_s} = \frac{j\omega \mu_a}{\dot{\gamma}}.$$

Два последних выражения называются поперечными волновыми сопротивлениями соответственно для волн типа « E » и « H ».

Таким образом, мы получили выражения, определяющие связь между поперечными и продольными составляющими для полей типа « E » и « H ».

7.2.3. Алгоритм расчета электромагнитного поля в направляющих системах

Последовательность (алгоритм) расчета полей в направляющих системах представлена в виде табл. 7.1.

Рассмотрим методику расчета ЭМП в направляющих системах.

1. Решая скалярные дифференциальные уравнения для \dot{E}'_z и \dot{H}'_z (**уравнения 1** табл. 7.1), находим общие решения для функции распределения продольных составляющих электрического (\dot{E}'_z) и магнитного (\dot{H}'_z) полей.

2. Применяя граничные условия (**уравнения 2** табл. 7.1) к общим решениям, полученным в параграфе 7.2, находим частные решения.

3. Так как полученные частные решения

$$\dot{E}'_z = f(x, y) \text{ и } \dot{H}'_z = f(x, y),$$

то для получения продольных составляющих

$$\dot{E}_z = f(x, y, z, t) \text{ и } \dot{H}_z = f(x, y, z, t)$$

необходимо частные решения $\dot{H}'_z(x, y)$ и $\dot{E}'_z(x, y)$, полученные в подпараграфе 7.2.1, умножить на волновой множитель $e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}$ (**уравнения 3** табл. 7.1).

4. Постоянную распространения $\dot{\gamma}$, входящую в волновой множитель $e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}$, находим из решения дисперсионного **уравнение 4** табл. 7.1. Следует помнить, что собственные числа мембранного уравнения (k_s), входящие в дисперсионное уравнение, были определены в параграфе 7.2 при нахождении частных решений дифференциальных **уравнений 1** табл. 7.1.

Таблица 7.1

Алгоритм расчета полей в направляющих системах

Волны типа «E» (TM)	Волны типа «H» (TE)
1. $\nabla_s^2 \dot{E}'_z + k_s^2 \dot{E}'_z = 0$	1. $\nabla_s^2 \dot{H}'_z + k_s^2 \dot{H}'_z = 0$
2. $(\dot{E}'_z)_c = 0$	2. $\left(\frac{\partial \dot{H}'_z}{\partial n}\right)_c = 0$
3. $E_z = E'_z e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}$	3. $\dot{H}_z = \dot{H}'_z e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}$
4. $\dot{\gamma}^2 = k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a$	4. $\dot{\gamma}^2 = k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a$
5. $\dot{E}_s = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \nabla_s \dot{E}_z$	5. $\dot{H}_s = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \nabla_s \dot{H}_z$
6. $\dot{H}_s = \frac{1}{\dot{\rho}_E} \left[\vec{z}^\circ, \dot{E}_s \right]$	6. $\dot{E}_s = -\dot{\rho}_H \left[\vec{z}^\circ, \dot{H}_s \right]$
7. $\dot{\rho}_E = \frac{\dot{E}_s}{\dot{H}_s} = \frac{\dot{\gamma}}{j\omega \epsilon_a}$	7. $\dot{\rho}_H = \frac{\dot{E}_s}{\dot{H}_s} = \frac{j\omega \mu_a}{\dot{\gamma}}$

Последующие уравнения табл. 7.1 позволяют найти поперечные составляющие ЭМП (\dot{E}_s и \dot{H}_s) по уже известным продольным (\dot{E}_z и \dot{H}_z).

5. Применяя **уравнение 5** табл. 7.1 к полученной в подпараграфе 7.2.2 продольной составляющей \dot{E}_z , определяем поперечную составляющую электрического поля \dot{E}_s волны типа «E».

6. Используя **уравнение 6** табл. 7.1 и известную поперечную составляющую электрического поля \dot{E}_s , определяем поперечную составляющую магнитного поля \dot{H}_s волны типа «E».

7. Поперечное волновое сопротивление ρ_E определяют согласно **уравнению 7** табл. 7.1.

8. Аналогично, по **уравнениям 5–7** табл. 7.1 находят составляющие поля \dot{H}_s и \dot{E}_s для волн типа «H».

Глава 8

ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РЕГУЛЯРНОМ ОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ БЕЗ ПОТЕРЬ

8.1. Анализ условий распространения волн в волноводах. Критическая длина волны. Постоянная распространения

Распределение поля вдоль оси z в любой момент времени определяется волновым множителем $e^{j\omega t - \dot{\gamma}z}$, где постоянная распространения $\dot{\gamma}$ находится в результате решения дисперсионного уравнения [14]

$$\dot{\gamma}^2 = k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a.$$

Анализ полученного выражения показывает, что в зависимости от частоты ω (длины λ волны) величина $\dot{\gamma}^2$ может быть больше ($\dot{\gamma}^2 > 0$), меньше ($\dot{\gamma}^2 < 0$) или равна нулю ($\dot{\gamma}^2 = 0$).

Частота (длина волны) $\omega_{кр}$ ($\lambda_{кр}$), при которой величина $\dot{\gamma}$ обращается в нуль ($\dot{\gamma} = 0$), называется **критической**.

В этом случае $k_s^2 - \omega_{кр}^2 \epsilon_a \mu_a = 0$ или $k_s^2 = \omega_{кр}^2 \epsilon_a \mu_a$, откуда получим, что $\omega_{кр}^2 = \frac{k_s^2}{\epsilon_a \mu_a} = k_s^2 v^2$, где $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$ – скорость распространения ЭМВ в среде с параметрами ϵ_a и μ_a .

После несложных преобразований получим $\omega_{кр} = k_s v = \frac{2\pi}{T_{кр}}$, откуда $k_s = \frac{2\pi}{T_{кр} v}$. Поскольку ЭМВ, распространяющаяся со скоростью v , за период

T колебания проходит расстояние, равное длине волны λ , т. е. $\lambda = vT$ или $\lambda_{кр} = vT_{кр}$, то широко применяются следующие формулы:

$$k_s = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}} \Rightarrow \lambda_{кр} = \frac{2\pi}{k_s}. \quad (8.1)$$

Рассмотрим условия распространения ЭМВ в зависимости от соотношения ω и $\omega_{кр}$.

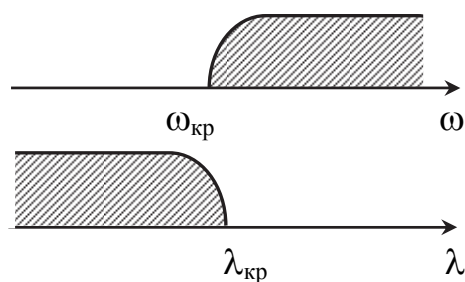


Рис. 8.1. Соотношения между ω и $\omega_{кр}$ для случая, когда $\omega > \omega_{кр}$ ($\lambda < \lambda_{кр}$)

1. Если $\omega > \omega_{кр}$ ($\lambda < \lambda_{кр}$) (рис. 8.1), то

$$\dot{\gamma}^2 = k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a < 0$$

и, следовательно, постоянная распространения $\dot{\gamma}$ выражается чисто мнимым числом, т. е.

$$\dot{\gamma}^2 = \alpha + j \beta = j \beta \Rightarrow \alpha = 0.$$

Значит, можем записать

$$\dot{\gamma}^2 = -\beta^2 = k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a,$$

откуда

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \epsilon_a \mu_a - k_s^2} = \sqrt{\omega^2 \epsilon_a \mu_a - \omega_{кр}^2 \epsilon_a \mu_a} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_{кр}}\right)^2}$$

или

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \quad (8.2)$$

При этом волновой множитель принимает вид $e^{j(\omega t - \beta z)}$ или в вещественной форме $\cos(\omega t - \beta z)$.

Из анализа полученных выражений можно сделать вывод, что при $\omega > \omega_{кр}$ ($\lambda < \lambda_{кр}$) вдоль оси z распространяется бегущая волна (рис. 8.2) с постоянной амплитудой и фазовой скоростью

$$V_{\phi} = \frac{\omega}{\beta}.$$

Этот случай используется для канализации (передачи) энергии СВЧ от источника к потребителю.

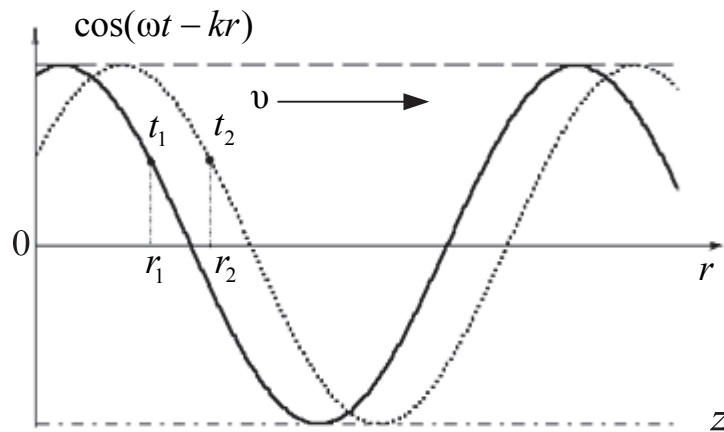


Рис. 8.2. Бегущая волна вдоль оси z

2. Если $\omega < \omega_{кр}$ ($\lambda > \lambda_{кр}$) (см. рис. 8.3), то

$$\dot{\gamma}^2 = k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a > 0$$

и постоянная распространения γ выражается вещественной величиной, т. е.

$$\dot{\gamma}^2 = \alpha + j \beta = \alpha \Rightarrow \beta = 0.$$

Следовательно,

$$\dot{\gamma}^2 = \alpha^2 = k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a,$$

откуда коэффициент затухания

$$\alpha = \sqrt{k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{кр}}{\lambda}\right)^2}.$$

В этом случае волновой множитель принимает вид

$$e^{-\alpha z} e^{-j\omega t}.$$

Анализ полученных выражений показывает, что для фиксированного момента времени ($t = \text{const}$) фаза колебания φ во всех точках одинакова, а амплитуда изменяется от точки к точке по экспоненциальному закону. При этом бегущая волна вырождается в стоячую; ЭМП вдоль направляющей системы (оси z) не распространяется, а затухает по экспоненциальному закону.

Найдем расстояние d (вдоль оси z), на котором ЭМП убывает в e раз ($e \approx 2,718$) (рис. 8.4):

$$\frac{\dot{E}(z_1)}{\dot{E}(z_2)} = e \Rightarrow \frac{E_m e^{-\alpha z_1} e^{j\omega t}}{E_m e^{-\alpha z_2} e^{j\omega t}} = e^{\alpha(z_2 - z_1)} = e^{\alpha d} = e.$$

Отсюда следует, что

$$\alpha d = 1 \Rightarrow d = \frac{1}{\alpha}.$$

Из анализа полученного выражения можно сделать вывод о том, что при частоте ω , стремящейся к критической ($\omega \rightarrow \omega_{кр}$), коэффициент затухания α стремится к нулю ($\alpha \rightarrow 0$).

Действительно, из определения критической частоты при

$$\omega = \omega_{кр} \Rightarrow \gamma = \alpha = 0 \quad d \rightarrow \infty.$$

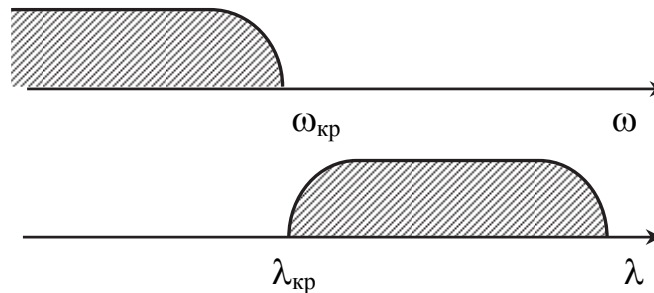


Рис. 8.3. Соотношения между ω и $\omega_{кр}$ для случая $\omega < \omega_{кр}$ ($\lambda > \lambda_{кр}$)

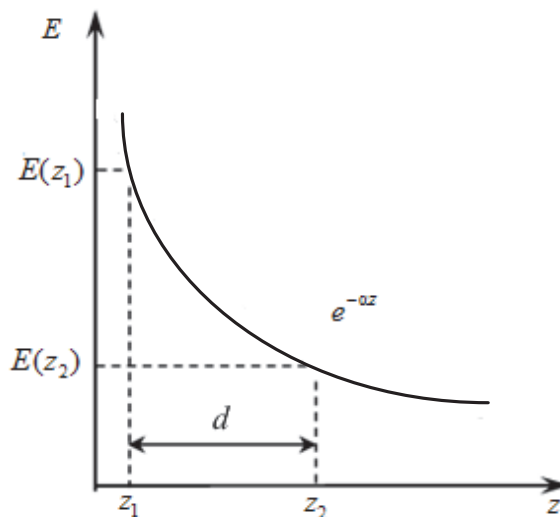


Рис. 8.4. Изменение амплитуды и фазы колебания вдоль оси z для фиксированного момента времени ($t = \text{const}$)

Если же частота ω стремится к нулю ($\omega \rightarrow 0$), то постоянная распространения γ (коэффициент затухания α) стремится к k_s , т. е.

$$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \gamma = \alpha \rightarrow k_s, \text{ а } d \rightarrow \frac{1}{k_s}.$$

Из представленных рассуждений следует, что изменение частоты ω колебаний ЭМП приводит к изменению в больших пределах глубины проникновения поля d в волноводе. По этой причине в случае, когда $\omega < \omega_{кр}$ ($\lambda > \lambda_{кр}$), использовать такой волновод для передачи энергии нельзя. Случай $\omega < \omega_{кр}$ ($\lambda > \lambda_{кр}$) используется в аттенюаторах (ослабителях ЭМЭ).

3. Если $\omega = \omega_{кр}$ ($\lambda = \lambda_{кр}$), то $\dot{\gamma} = 0$ и волновой множитель принимает вид $e^{j\omega t}$. В этом случае вдоль оси z ни амплитуда, ни фаза колебаний не изменяются. Данный случай является промежуточным и соответствует переходу от распространяющихся ($\omega > \omega_{кр}$) волн к нераспространяющимся ($\omega < \omega_{кр}$) волнам.

8.2. Длина волны в волноводе. Фазовая и групповая скорости. Волновое сопротивление

Длиной волны в волноводе ($\lambda_{в}$) называется минимальное расстояние между ближайшими точками вдоль оси z , фазы колебаний в которых отличаются на 2π (рис. 8.5), т. е.

$$(\omega t - \beta z) - [\omega t - \beta(z + \lambda_{в})] = 2\pi.$$

Из этого следует, что $\lambda_{в} = \frac{2\pi}{\beta}$.

Подставим в знаменатель этой формулы выражение (8.2) и получим

$$\lambda_{в} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (8.3)$$

Из анализа выражения (8.3) следует, что $\lambda_{в} > \lambda$. Под величиной λ следует понимать длину волны в безграничном диэлектрике.

График зависимости $\lambda_{в} = f(\lambda)$, построенный согласно выражению (8.3), показан на рис. 8.6, из анализа которого видим, что если

$$\lambda \ll \lambda_{кр}, \text{ то } \lambda_{в} \approx \lambda, \text{ а при } \lambda \rightarrow \lambda_{кр} \Rightarrow \lambda_{в} \rightarrow \infty.$$

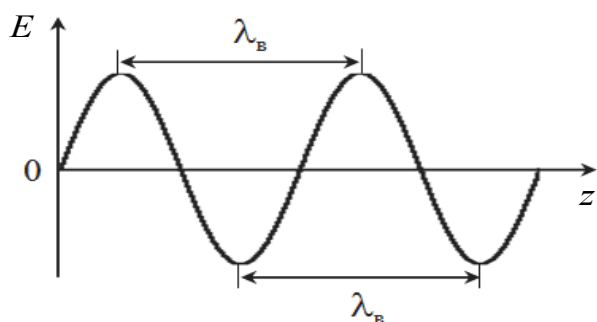


Рис. 8.5. К определению длины волны в волноводе

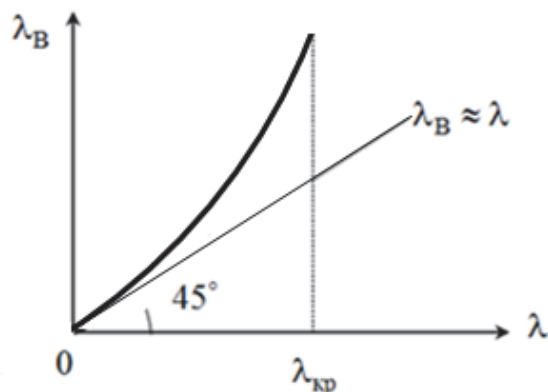


Рис. 8.6. График зависимости $\lambda_{\text{в}} = f(\lambda)$

Таким образом, из анализа рис. 8.6 следует, что понятие длины волны $\lambda_{\text{в}}$ в волноводе существует только для случая $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$, т. е. для распространяющихся волн.

Напомним, что **фазовой $V_{\text{ф}}$ скоростью** называется скорость, с которой в пространстве перемещается фазовый фронт волны [16, с. 109].

Уравнение поверхности равных фаз будет $\omega t - \beta z = \text{const}$, откуда

$$z = \frac{1}{\beta} (\omega t - \text{const}).$$

Продифференцировав это выражение по координате и времени, получим

$$V_{\text{ф}} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2}},$$

где $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a}}$ – есть скорость распространения ЭМВ в диэлектрике, которым заполнена направляющая система.

Отсюда следует, что фазовая скорость $V_{\text{ф}}$ волн в волноводах больше фазовой скорости v в безграничном диэлектрике, т. е.

$$V_{\text{ф}} > v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}.$$

Под групповой $V_{\text{гр}}$ скоростью понимают скорость перемещения максимума огибающей сигнала, т. е. первой гармоники, которая переносит основную часть энергии электромагнитного поля [16, с. 109].

Скорость переноса энергии $V_э$ (групповая скорость $V_{гр}$)

$$V_э = V_{гр} = \frac{1}{\frac{d\beta}{d\omega}} = v \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2} = v \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}.$$

Из полученного выражения следует, что скорость переноса энергии $V_{гр}$ меньше фазовой скорости $V_{ф}$ волны в волноводах:

$$V_{гр} < V_{ф} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

Между значениями $V_{ф}$ и $V_{гр}$ имеется следующая связь: $V_{гр} \cdot V_{ф} = v^2$ (рис. 8.7).

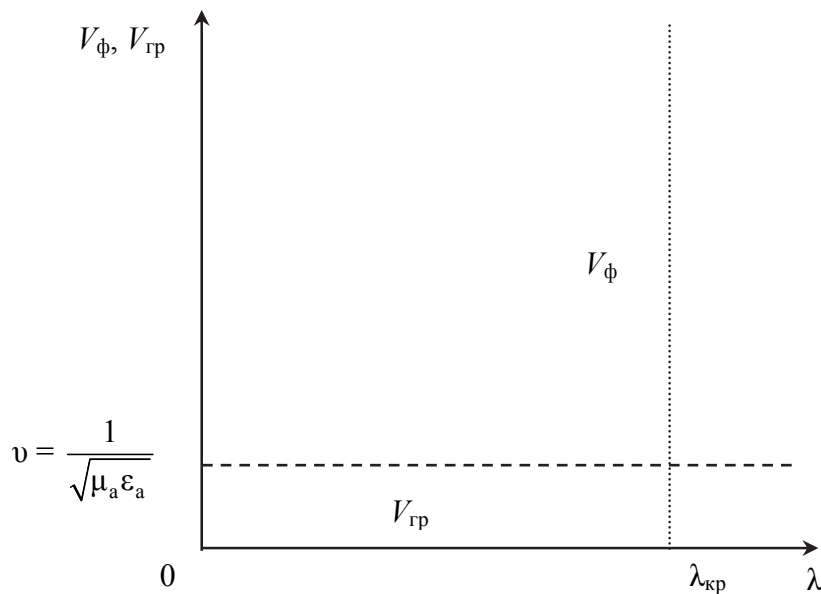


Рис. 8.7. Графики зависимостей $V_{ф} = f(\lambda)$ и $V_{гр} = f(\lambda)$

Поскольку имеет место зависимость фазовой скорости $V_{ф}$ от частоты ω , то волны типа «Н» (TE) и «Е» (TM) являются диспергирующими.

В отличие от явления дисперсии в средах с потерями, которая сопровождается потерей энергии, здесь имеет место так называемая геометрическая дисперсия, не сопровождающаяся потерями энергии в среде.

Рассмотрим зависимость волнового сопротивления ρ от частоты ω для случая распространяющихся волн ($\omega > \omega_{кр}$ или $\lambda < \lambda_{кр}$). При этом, согласно параграфу 8.1, $\dot{\gamma} = j\beta$.

Используя **уравнение 7 из табл. 7.1** (с. 96), находим, что поперечное волновое сопротивление для волн типа «H»

$$\dot{\rho}_H = \frac{j\omega\mu_a}{\dot{\gamma}} = \frac{j\omega\mu_a}{j\beta} = \frac{\omega\mu_a}{\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

Полученное выражение можно преобразовать к виду

$$\rho_H = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (8.4)$$

где $\rho_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$ – волновое сопротивление среды, заполняющей волновод.

Для воздуха и вакуума $\rho_0 = 120 \pi \approx 377$ Ом.

Рассуждая аналогично, получим выражение для поперечного волнового сопротивления для волн типа «E»:

$$\rho_E = \rho_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \quad (8.5)$$

Таким образом, мы получили соотношения для параметров ЭМВ и проанализировали их.

8.3. Мощность, переносимая волной по волноводу

Среднее (за один период T колебания) значение мощности $P_{ср}$, переносимой волной по волноводу, определяется согласно следующему выражению:

$$P_{ср} = \frac{1}{T} \int_0^T P_{мгн} dt,$$

где $P_{мгн} = \int_S \Pi_z ds$ – мгновенная мощность, переносимая через поперечное сечение волновода;

$\Pi_z = E_z H_z = E_s^2 / \rho = H_s^2 \rho$ – продольная составляющая вектора Пойнтинга;

S – площадь поперечного сечения волновода.

Тогда

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_S \frac{E_s^2}{\rho} dS = \frac{1}{T \cdot \rho_0} \int_0^T dt \int_S E_{sm}^2 \cos^2(\omega t - \beta z) dS.$$

Поскольку

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - \beta z) dt = \frac{1}{2},$$

то среднее (за один период T колебания) значение мощности P_{cp} , переносимой волной по волноводу, определяется в соответствии с обобщенной формулой

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{2\rho} \int_S E_{sm}^2 dS = \frac{\rho}{2} \int_S H_{sm}^2 dS. \quad (8.6)$$

Для волн типа « E » выражение (8.6) можно преобразовать к следующему виду:

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{2\rho_E} \int_S E_{sm}^2 dS = \frac{\rho_E}{2} \int_S H_{sm}^2 dS.$$

Для волн типа « H »

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{2\rho_H} \int_S E_{sm}^2 dS = \frac{\rho_H}{2} \int_S H_{sm}^2 dS.$$

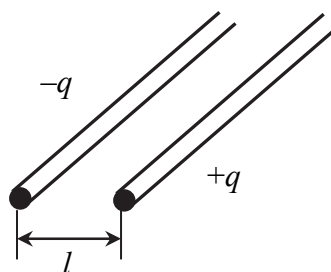
Таким образом, мы получили выражения, позволяющие определять среднее значение мощности, переносимой ЭМВ типа « E » и « H » по волноводу.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ВОЛНОВОДЫ

9.1. Прямоугольный волновод. Общие сведения о полых волноводах

В диапазоне СВЧ при длине волны λ от 30 см и короче открытые двухпроводные линии для передачи энергии не применяются, так как при уменьшении длины волны λ увеличивается мощность потерь на излучение P_{Σ} .

Рис. 9.1. Двухпроводная линия в виде непрерывно расположенных на расстоянии l электрических вибраторов



Действительно, если представить двухпроводную линию в виде непрерывно расположенных на расстоянии l электрических вибраторов (рис. 9.1), то можно воспользоваться формулой для определения мощности излучения элементарного электрического излучателя:

$$P_{\Sigma} = 40 \pi^2 I_m^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right),$$

где I_m – амплитуда тока.

Анализ этого выражения показывает, что для уменьшения мощности излучения P_{Σ} необходимо уменьшать расстояние l между проводниками, что приводит к уменьшению предельной передаваемой мощности $P_{\text{пред}}$ из-за возможности возникновения электрического пробоя.

Исходя из этих соображений рассмотрим закрытые линии передачи:

- коаксиальные линии,
- волноводы.

Коаксиальные линии применяются в основном [10] в диапазоне метровых ($1 \text{ м} < \lambda < 10 \text{ м}$) и дециметровых волн ($10 \text{ см} < \lambda < 1 \text{ м}$). Однако в них из-за наличия изоляторов, поддерживающих центральный проводник, возникают дополнительные отражения, потери энергии и уменьшается диапазонность. Кроме того, наличие внутреннего проводника уменьшает элек-

трическую прочность, поскольку у его поверхности напряженность электрического поля наибольшая. Поэтому в сантиметровом ($1 \text{ см} < \lambda < 10 \text{ см}$) диапазоне волн рекомендуется использовать полые волноводы.

В узком смысле слова волноводом называется металлическая труба, предназначенная для направления движения электромагнитной энергии.

Полые волноводы используются в высокочастотных трактах РЛС РТВ и в зенитно-ракетных войсках (ЗРВ), работающих в сантиметровом диапазоне [3, 11].

9.2. Волны типа «E» и «H» в прямоугольном волноводе

9.2.1. Определение продольных составляющих поля электрических («E») и магнитных («H») волн

Функция распределения продольных составляющих поля в волноводе (рис. 9.2) удовлетворяют скалярным мембранным уравнениям 1 из табл. 7.1 (с. 96).

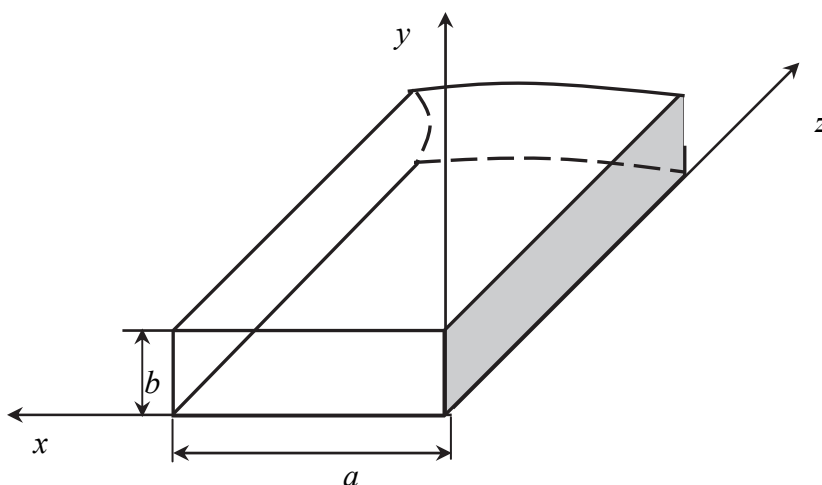


Рис. 9.2. К определению функции распределения продольных составляющих поля в волноводе

Для волн типа «E»

$$\nabla_s^2 \dot{E}_z'(x, y) + k_s^2 \dot{E}_z'(x, y) = 0.$$

Для волн типа «H»

$$\nabla_s^2 \dot{H}_z'(x, y) + k_s^2 \dot{H}_z'(x, y) = 0.$$

Поскольку вышеприведённые уравнения одинаковы по конструкции, то достаточно решить уравнения вида

$$\nabla_s^2 \psi(x, y) + k_s^2 \psi(x, y) = 0,$$

где $\psi(x, y) = \dot{E}'_z(x, y)$ – для волн типа «E»;

$\psi(x, y) = \dot{H}'_z(x, y)$ – для волн типа «H».

Для решения мембранного уравнения воспользуемся методом разделения переменных⁴, для чего представим

$$\psi(x, y) = X(x) Y(y). \quad (9.1)$$

Учитывая, что

$$\nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

получим

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (X(x) Y(y)) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (X(x) Y(y)) + k_s^2 (X(x) Y(y)) = 0.$$

Разделив почленно последнее выражение на $X(x) Y(y)$, находим

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{d x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{d y^2} = -k_s^2.$$

Проанализируем полученное выражение: первое слагаемое является функцией переменной x , второе слагаемое – переменной y , а их сумма равна некоторой постоянной величине (k_s^2). Учитывая это, предположим, что

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{d x^2} = -k_x^2 \quad \text{и} \quad \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{d y^2} = -k_y^2.$$

Перепишем полученные выражения в следующем виде:

$$\frac{d^2 X(x)}{d x^2} + k_x^2 X(x) = 0; \quad \frac{d^2 Y(y)}{d y^2} + k_y^2 Y(y) = 0,$$

где $k_x^2 + k_y^2 = k_s^2$.

Эти дифференциальные уравнения второго порядка имеют, как известно, следующие решения:

$$X(x) = A_1 \cos(k_x x) + A_2 \sin(k_x x);$$

⁴ Метод разделения переменных в литературе называется также методом Фурье.

$$Y(y) = B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y).$$

Тогда, согласно формуле (9.1), искомое решение можно записать таким образом:

$$\begin{aligned} \psi(x, y) = X(x)Y(y) = [A_1 \cos(k_x x) + A_2 \sin(k_x x)] \times \\ \times [B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)]. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Постоянные интегрирования A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , k_x и k_y находят с помощью решения краевых (граничных) уравнений 2 из табл. 7.1 (с. 96).

Для волн типа «E» имеем

$$\left(\dot{E}'_z \right)_c = [\psi(x, y)]_c = 0.$$

В развернутом виде граничные условия имеют вид:

- а) правая граничная плоскость ($x = 0$) $\psi(0, y) = 0$;
- б) левая граничная плоскость ($x = a$) $\psi(a, y) = 0$;
- в) нижняя граничная плоскость ($y = 0$) $\psi(x, 0) = 0$;
- г) верхняя граничная плоскость ($y = b$) $\psi(x, b) = 0$.

Применяя граничное условие (9.3, а) к решению уравнения (9.2), получим

$$\psi(0, y) = A_1 [B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)] = 0.$$

Отсюда следует, что $A_1 = 0$, так как выражение в скобках не может быть равно нулю. В противном случае $\psi(x, y)$ всегда было бы равно нулю.

Подставим полученное значение постоянной интегрирования $A_1 = 0$ в выражение (9.2) и перепишем его в следующем виде:

$$\psi(x, y) = A_2 \sin(k_x x) [B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)].$$

Применяя к полученному выражению граничное условие (9.3, б), получим

$$\psi(a, y) = A_2 \sin(k_x a) [B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)] = 0.$$

Отсюда следует, что нулевое решение будет иметь место при условии, что $\sin(k_x a) = 0$ или $k_x a = m\pi$, где $m = 0, 1, 2, \dots$.

Таким образом,

$$k_x = \frac{m \pi}{a}. \quad (9.4)$$

Подставим полученное значение постоянной k_x интегрирования в выражение (9.2) и перепишем его в следующем виде:

$$\psi(x, y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) [B_1 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y)].$$

Применяя к полученному выражению граничное условие (9.3, в), получим

$$\psi(x, 0) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_1.$$

Из анализа этого уравнения следует, что $B_1 = 0$.

Подставим полученное значение постоянной B_1 интегрирования в выражение (9.2) и перепишем его в виде

$$\psi(x, y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_2 \sin(k_y y).$$

Применяя к полученному выражению граничное условие (9.3, г), получим

$$\psi(x, b) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_2 \sin(k_y b) = 0.$$

Отсюда следует, что нулевое решение будет иметь место при условии, что $\sin(k_y b) = 0$ или $k_y b = n\pi$, откуда следует, что

$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad (9.5)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$.

Подставим полученное значение постоянной интегрирования k_y (выражение (9.5) в выражение (9.2) и перепишем его в виде

$$\psi(x, y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_2 \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right).$$

Следовательно,

$$\psi(x, y) = \dot{E}'_z(x, y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) B_2 \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right).$$

Обозначив произведение $A_2 B_2$ через D , получим для волн типа «E» следующее:

$$\dot{E}'_z(x, y) = D \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right). \quad (9.6)$$

Из анализа выражения (9.6) следует, что для волн типа «E» числа m и n не могут принимать нулевые значения, так как при этом $\dot{E}'_z = 0$ всегда.

Таким образом, исходя из физической сущности решаемой задачи, для волн типа «E» $m = 1, 2, 3, \dots$, $n = 1, 2, 3, \dots$.

Применив к выражению (9.2) граничные условия для волн типа «H» и проделав аналогичные преобразования, получим

$$\dot{H}'_z(x, y) = D' \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right), \quad (9.7)$$

где $D' = A_1 B_1$.

$$\text{Здесь также } k_x = \frac{m \pi}{a}; k_y = \frac{n \pi}{b}.$$

Из анализа выражения (9.7) следует, что индексы m и n **могут** принимать **нулевые** значения, но **не одновременно**.

По найденным функциям распределения (9.6) и (9.7), согласно **уравнению 3 из табл. 7.1** (с. 96) запишем частные решения для мгновенных значений продольных (с индексом z) составляющих волн типа «E» и «H»:

$$\dot{E}_z(x, y, z, t) = D \sin\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}; \quad (9.8)$$

$$\dot{H}_z(x, y, z, t) = D' \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}. \quad (9.9)$$

Определим для волн типа «E» и «H» величины k_s , и $\lambda_{кр}$.
Используя выражения (9.4) и (9.5), получим

$$k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b}\right)^2$$

или

$$k_s = \sqrt{\left(\frac{m \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b}\right)^2}.$$

Используя уравнение (8.1), получим выражение для критической $\lambda_{кр}$ длины волны типа «E» и «H» в прямоугольном волноводе:

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{k_s} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b}\right)^2}}.$$

Следует иметь в виду, что:

- для волн типа «E» индексы m и n **не принимают** нулевых значений,
- для волн типа «H» индексы m и n **принимают** нулевые значения, но **не одновременно**.

9.2.2. Определение поперечных составляющих поля электрических («E») и магнитных («H») волн

Для волн типа «H» согласно уравнению 5 из табл. 7.1 (с. 96)

$$\dot{H}_s = -\dot{\gamma} \frac{1}{k_s^2} \nabla_s \dot{H}_z$$

или

$$\bar{x}^0 \dot{H}_x + \bar{y}^0 \dot{H}_y = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \left(\bar{x}^0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} + \bar{y}^0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} \right).$$

Приравнявая одноименные составляющие и подставляя значение \dot{H}_z (выражение (9.9)), получим

$$\dot{H}_x = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = \frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} D' \frac{m \pi}{a} \sin\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z};$$

$$\dot{H}_y = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} = \frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} D' \frac{n \pi}{b} \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}.$$

Согласно уравнению 6 из табл. 7.1 (с. 96) для волн типа «H» имеем

$$\dot{E}_s = -\dot{\rho}_H \left[\bar{z}^0, \dot{H}_s \right].$$

Используя свойства векторного произведения, преобразуем это уравнение к следующему виду:

$$\begin{aligned} \bar{x}^0 \dot{E}_x + \bar{y}^0 \dot{E}_y &= -\dot{\rho}_H \left[\bar{z}^0, \bar{x}^0 \dot{H}_x + \bar{y}^0 \dot{H}_y \right] = -\dot{\rho}_H \left[\bar{z}^0, \bar{x}^0 \right] \dot{H}_x - \dot{\rho}_H \left[\bar{z}^0, \bar{y}^0 \right] \dot{H}_y = \\ &= -\dot{\rho}_H \bar{y}^0 \dot{H}_x + \dot{\rho}_H \bar{x}^0 \dot{H}_y. \end{aligned}$$

Приравнявая одноименные составляющие, получаем

$$\dot{E}_x = \dot{\rho}_H \dot{H}_y, \quad \dot{E}_y = -\dot{\rho}_H \dot{H}_x.$$

Известно (см. параграф 8.1), что для распространяющихся волн постоянная распространения $\dot{\gamma} = j \beta$.

С учетом этого составляющие поля волн типа «H» в комплексной форме можно записать в следующем виде:

$$\dot{H}_z = D' \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)};$$

$$\begin{aligned}\dot{H}_x &= \frac{j\beta}{k_s^2} D' \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}; \\ \dot{H}_y &= \frac{j\beta}{k_s^2} D' \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}; \\ \dot{E}_x &= \dot{\rho}_H \frac{j\beta}{k_s^2} D' \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}; \\ \dot{E}_y &= -\dot{\rho}_H \frac{j\beta}{k_s^2} D' \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}.\end{aligned}$$

Учитывая, что $\operatorname{Re}\{je^{j(\omega t - \beta z)}\} = -\sin(\omega t - \beta z)$, в вещественной форме записи получим следующее:

$$\begin{aligned}H_z &= D' \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos(\omega t - \beta z); \\ H_x &= -D' \frac{\beta}{k_s^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(\omega t - \beta z); \\ H_y &= -D' \frac{\beta}{k_s^2} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(\omega t - \beta z); \\ E_x &= -D' \rho_H \frac{\beta}{k_s^2} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(\omega t - \beta z); \\ E_y &= D' \rho_H \frac{\beta}{k_s^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(\omega t - \beta z).\end{aligned}\quad (9.10)$$

Проделав аналогичные преобразования для волн типа «E», согласно табл. 7.1, можно получить составляющие поля в вещественной форме записи:

$$\begin{aligned}E_z &= D \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos(\omega t - \beta z); \\ E_x &= D \frac{\beta}{k_s^2} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(\omega t - \beta z); \\ E_y &= D \frac{\beta}{k_s^2} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(\omega t - \beta z);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_x &= -D \frac{1}{\rho_E} \frac{\beta}{k_s^2} \frac{n \pi}{b} \sin\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) \sin(\omega t - \beta z); \\
H_y &= D \frac{1}{\rho_E} \frac{\beta}{k_s^2} \frac{m \pi}{a} \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n \pi}{b} y\right) \sin(\omega t - \beta z). \quad (9.11)
\end{aligned}$$

Полученные математические выражения (9.10), (9.11) для составляющих поля волн типа «E» и «H» позволяют, как будет показано ниже, решать ряд важных практических задач, касающихся эффективного практического применения волноводов (возбуждение волноводов, отбор энергии из волноводов, передача максимальной мощности и т. д.).

9.2.3. Анализ компонент поля в волноводе

Анализ выражений (9.10) и (9.11) показывает следующее:

1. В однородном волноводе могут одновременно распространяться волны типа «E» и «H», характеризующиеся различными парами индексов m и n . Для распространения таких ЭМВ в волноводе необходимо, чтобы выполнялось следующее условие:

$$\lambda < \lambda_{кр} \quad (\omega > \omega_{кр}).$$

Каждая из этих волн имеет свою фазовую V_ϕ и групповую $V_{гр}$ скорости, так как $V_\phi = f(\lambda_{кр})$, $V_{гр} = f(\lambda_{кр})$, а $\lambda_{кр} = f(m, n)$.

Векторы \vec{H} и \vec{E} результирующего поля определяются интерференцией (сложением) частных волн.

2. Частные волны отличаются друг от друга парой конкретных индексов m и n . Магнитные волны (тип «H») обозначаются $H_{mn} (T E_{mn})$. Электрические волны (тип «E») – $E_{mn} (T M_{mn})$.

Например: $H_{10} (T E_{10})$, ($m = 1, n = 0$); $H_{21} (T E_{21})$, ($m = 2, n = 1$); $E_{11} (T M_{11})$, ($m = 1, n = 1$).

Индексы m и n определяют количество полупериодов пространственного изменения поля, укладываемых соответственно вдоль широкой (a) и узкой (b) стенок волновода.

Если индекс m или n равен нулю, то это означает, что вдоль соответствующей стенки волновода поле распределено равномерно – на рис. 9.3 – $E_y(y)$.

3. Все поперечные составляющие поля (индексы x и y) содержат одинаковый волновой множитель $\sin(\omega t - \beta z)$.

Это означает, что для каждой волны все поперечные составляющие колеблются синфазно и достигают своих амплитудных значений в одном и том же поперечном сечении одновременно.

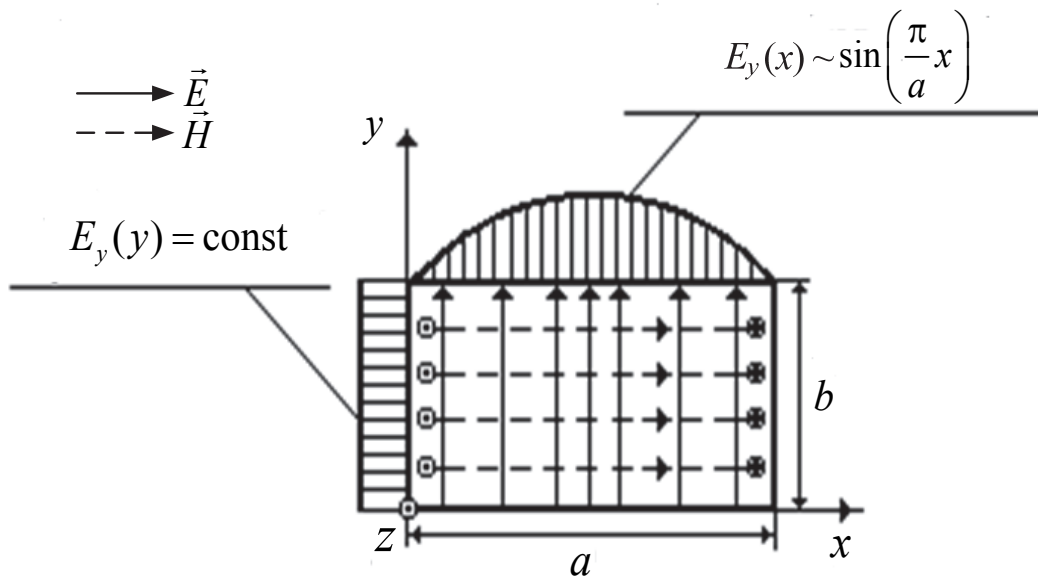


Рис. 9.3. Распределение поля вдоль соответствующей стенки волновода

4. Продольная составляющая поля (индекс z) содержит волновой множитель $\cos(\omega t - \beta z)$.

Если сравнить его с волновым множителем для поперечных составляющих поля

$$\sin(\omega t - \beta z) = \cos(\omega t - \beta z - \pi/2) = \cos[\omega t - \beta(z + \lambda_{\text{в}}/4)]$$

(так как $\beta = 2\pi/\lambda_{\text{в}}$), то можно заметить, что максимум поперечных составляющих поля сдвинут относительно максимума продольной составляющей поля вдоль оси z на величину $\lambda_{\text{в}}/4$.

9.3. Диаграмма типов волн в прямоугольном волноводе

Как уже было сказано выше (в параграфе 9.1), волны типа «H» и «E» характеризуются множеством типов волн, определяемых допустимой парой индексов m и n . Эти волны могут распространяться по волноводу

только при условии $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$ [12], где $\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}$ – критическая

длина волны H_{mn} или E_{mn} в прямоугольном волноводе.

Например, для волны H_{10} в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{(1/a)^2 + 0}} = 2a,$$

для волны H_{20} в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{(2/a)^2 + 0}} = a,$$

для волны H_{01} в прямоугольном волноводе $\lambda_{кр} = 2b$ и т. д.

График типов волн, построенный в порядке убывания критических длин волн ($\lambda_{кр mn}$), называется **диаграммой типов волн**. Для случая $a > 2b$ диаграмма типов волн имеет вид, изображенный на рис. 9.4.

Тип волны в волноводе, обладающий наибольшей критической $\lambda_{кр}$ длиной волны, называется **низшим, или основным**.

Из анализа рис. 9.4 можно сделать вывод, что в прямоугольном волноводе наибольшей критической $\lambda_{кр}$ длиной волны обладает волна H_{10} . Следовательно, H_{10} – **основная волна** прямоугольного волновода. Остальные типы волн называются **высшими, или неосновными**.

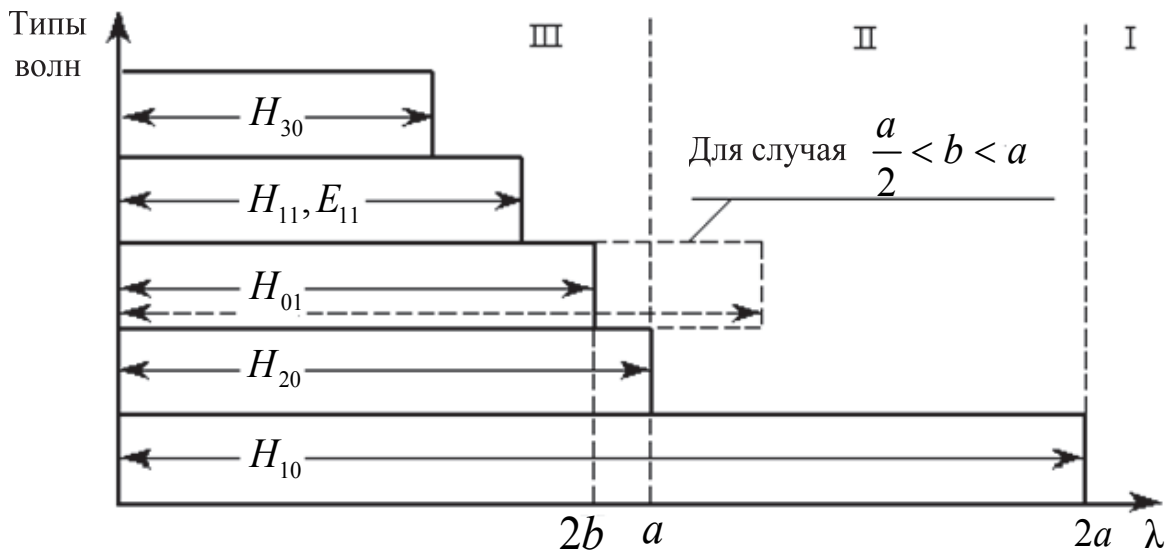


Рис. 9.4. График диаграммы типов волн, построенный в порядке убывания критических длин волн ($\lambda_{кр mn}$)

На диаграмме типов волн (рис. 9.4) можно выделить три характерные области.

1. В области I длина волны источника возбуждения колебаний

$$\lambda > \lambda_{кр H_{10}} = 2a.$$

В этом случае передача энергии по волноводу невозможна ни одним типом волны. Это **режим затухания волн**.

2. В области II длина волны источника возбуждения колебаний

$$a = \lambda_{\text{кр}H_{20}} < \lambda < \lambda_{\text{кр}H_{10}} = 2a.$$

В этой области передача энергии по волноводу **возможна только полем основной волны H_{10}** .

3. В области III передача энергии по волноводу может осуществляться **множеством типов волн одновременно**. При этом возникает сложное неустойчивое интерференционное поле, что приводит к резкому ухудшению оптимального использования волноводного тракта.

Таким образом, из анализа диаграммы типов волн (рис. 9.4) следует, что в прямоугольном волноводе рабочей является область II, т. е. для передачи энергии необходимо, чтобы длина волны λ источника, энергия которого должна передаваться по волноводу, определялась неравенством $a < \lambda < 2a$.

Этот диапазон длин волн λ источника (генератора) справедлив при размерах волновода $b < \frac{a}{2}$. Если же $\frac{a}{2} < b < a$, то рабочий диапазон (область II) сужается до $2b < \lambda < 2a$.

Следовательно, для расширения диапазонности волновода необходимо выполнение условия $b < \frac{a}{2}$ для основной волны прямоугольного волновода

9.3.1. Методика построения структуры поля в волноводе

Из предыдущего вопроса следует, что в прямоугольном волноводе наибольшей критической $\lambda_{\text{кр}}$ длиной волны обладает волна H_{10} , которая, следовательно, и является основной. В прямоугольном волноводе волна типа H_{10} имеет наибольшее практическое значение. Положительные свойства волны H_{10} следующие:

- устойчивость плоскости поляризации;
- отсутствие высших типов волн в широком диапазоне частот;
- независимость критической частоты от одного из размеров (высоты волновода);
- малое затухание из-за потерь в стенках волновода;
- высокая электрическая прочность;
- на заданной частоте размеры поперечного сечения волновода, при которых возможна передача энергии по прямоугольному волноводу, для этой волны наименьшие, следовательно, меньше вес и габариты.

Для того чтобы определить структуру поля основной волны прямоугольного волновода, необходимо знать его составляющие (поля). Выра-

жения для составляющих поля волны H_{10} получим из выражения (9.10), при условии, что $m = 1, n = 0$.

Представим произведение в виде $\rho_{H_{10}} \frac{\beta}{k_s^2} \cdot \frac{\pi}{a} D' = E_{my}$ и учтем, что

$$k_s = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}}; \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_B}; \quad \lambda_{крH_{10}} = 2a.$$

Тогда выражения для ненулевых составляющих поля волны типа H_{10} примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_{my} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - \beta z); \\ H_z &= \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_B}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos(\omega t - \beta z); \\ H_x &= -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - \beta z). \end{aligned} \right\} \quad (9.12)$$

Проанализируем полученные выражения.

Из выражений (9.12) следует, что электрическое поле имеет только одну составляющую E_y , т. е. $\vec{E} = \vec{y}^0 E_y$.

Это значит, что электрические силовые линии являются прямыми, параллельными оси y , т. е. узкой стенке волновода.

Вдоль оси x волна E_y распределена (см. выражение (9.12) по закону $\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$, т. е. E_y достигает своего максимального значения при $x = \frac{a}{2}$.

Составляющая E_y от координаты y , как и все остальные компоненты волны H_{10} , не зависят. Это означает, что все составляющие поля вдоль оси Oy распределены равномерно.

Вдоль оси z для фиксированного момента времени электрическое поле распределено (см. выражение (9.12) по закону $\sin(\omega t - \beta z)$.

Из выражений (9.12) следует, что магнитное поле имеет две составляющие: H_x и H_z , т. е. $\vec{H} = \vec{x}^0 H_x + \vec{z}^0 H_z$.

Это значит, что магнитные силовые линии представляют собой замкнутые плоские кривые, лежащие в плоскостях, параллельных широким стенкам волновода (сечение xOz).

Составляющая H_x вдоль оси x распределена (см. выражение (9.12) по закону $\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$, т. е. максимальна в центре волновода, а составляющая H_z

вдоль оси Ox распределена по закону $\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)$, т. е. максимальна у стенок волновода. Вдоль оси z максимум составляющей H_z сдвинут на величину $\lambda_B/4$ относительно максимума составляющей H_x , так как $H_z \sim \cos(\omega t - \beta z)$, а $H_x \sim \sin(\omega t - \beta z)$.

Направление магнитных (электрических) силовых линий можно определить из анализа выражений (9.12) или из соотношения $\vec{\Pi} = [\vec{E}_y, \vec{H}_x]$.

Распределение плотности тока смещения

$$\dot{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \dot{D}}{\partial t} = j\omega\epsilon_a \dot{E}_m = j\omega\epsilon_a \dot{E}'_m e^{j(\omega t - \beta z)} = \omega\epsilon_a \dot{E}'_m e^{j\left[\omega t - \beta\left(z - \frac{\lambda_B}{4}\right)\right]}$$

повторяет картину электрического поля, только сдвинутую в сторону положительных значений z на величину $\lambda_B/4$.

Магнитные силовые линии замыкаются вокруг векторов плотности тока смещения по правилу правого⁵ буравчика [16]. Этот факт позволяет значительно упростить построение структуры магнитного поля, если электрическое поле уже создано.

Таким образом, в результате анализа выражения (9.12) была получена следующая методика построения структуры поля в волноводе:

1. Используя выражения компонент полей для волн типа H_{mn} (выражения (9.10) и E_{mn} (выражения (9.11)), записать математические выражения для конкретных индексов « m » и « n ».

2. Пользуясь полученными математическими выражениями, построить распределение составляющих поля по координатам x , y , z .

3. Построить структуру электрических силовых линий в сечениях xOy , xOz , yOz волновода.

4. Сдвинув структуру электрических \vec{E} силовых линий в сечениях xOz и yOz в сторону положительных значений оси z на величину $\lambda_B/4$, построить структуру векторов плотности токов смещения $\vec{J}_{\text{см}}$.

5. Построить структуру магнитных \vec{H} силовых линий, замыкая их вокруг векторов плотности токов смещения $\vec{J}_{\text{см}}$, по правилу правого буравчика.

6. Построить структуру поверхностных токов проводимости, замыкая ими токи смещения.

Воспользуемся приведенной выше методикой для построения структуры поля основной волны в прямоугольном волноводе.

⁵ В соответствии с 1-м законом Максвелла.

Рассмотрим алгоритм построения (разработки, реализации) структуры поля основной волны прямоугольного волновода.

9.3.2. Структура поля основной волны прямоугольного волновода

1. Используя выражения компонент полей для волн типа H_{mn} , запишем математические выражения для волны H_{10} (индекс $m = 1$ и $n = 0$) (см. выражения (9.12)).

2. Распределение составляющих поля волны H_{10} по координатам x и z приведено на рис. 9.5 и рис. 9.6 соответственно.

3. Структура электрических силовых линий в сечениях xOy (поперечное сечение), xOz (вид сверху), yOz (вид сбоку) волновода приведена на рис. 9.7. Соответствие электрического поля \vec{E} законам распределения вдоль соответствующих осей (распределение интенсивности поля вдоль координат) на рис. 9.7 отмечено густотой силовых линий.

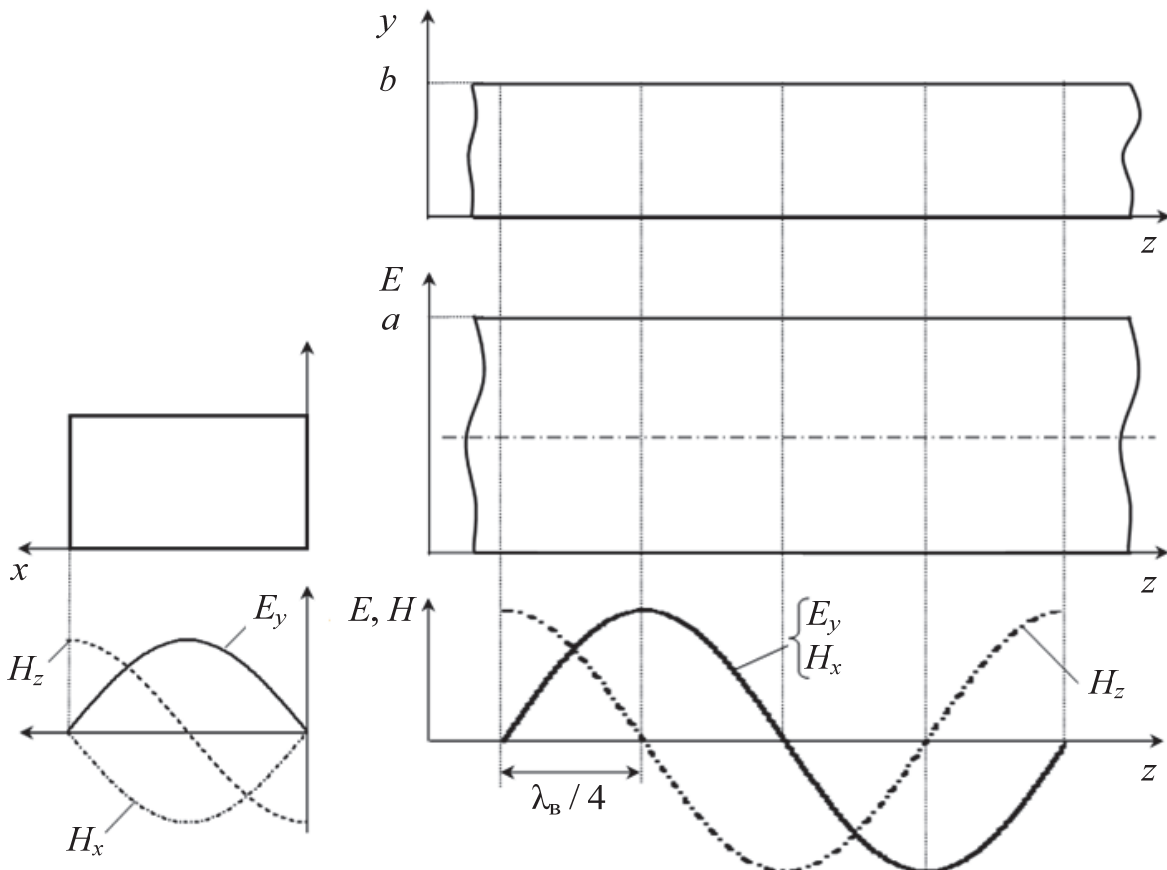


Рис. 9.5. Распределение составляющих поля волны H_{10} по координате x

Рис. 9.6. Распределение составляющих поля волны H_{10} по координате z

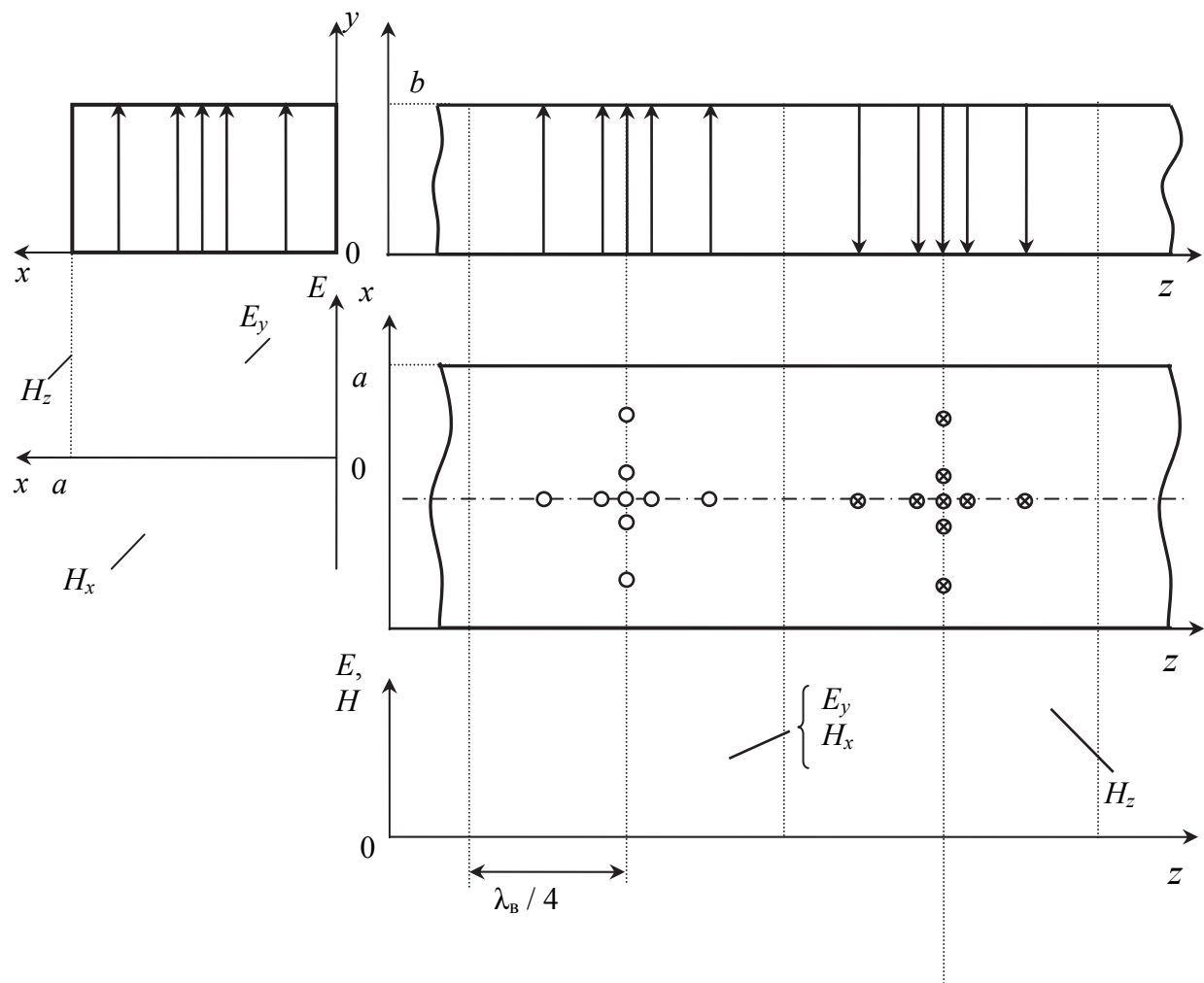


Рис. 9.7. Структура электрических силовых линий \vec{E} в сечениях xOz и yOz со сдвигом в сторону положительных значений оси z на величину $\lambda_B/4$

4. Сдвинув структуру электрических силовых линий \vec{E} в сечениях xOz и yOz (рис. 9.7) в сторону положительных значений оси z на величину $\lambda_B/4$, построим структуру векторов плотности токов смещения $\vec{J}_{\text{см}}$ (рис. 9.8).

5. Структуру магнитных силовых линий \vec{H} построим, замыкая их вокруг векторов плотности токов смещения $\vec{J}_{\text{см}}$ по правилу правого буравчика, причем целесообразно начинать построение структуры магнитного поля \vec{H} в сечении xOz (вид сверху), а уж затем переходить к построению структуры магнитного поля в сечениях yOz (вид сбоку) и yOx (вид спереди). Структура магнитных силовых линий \vec{H} на рис. 9.9 показана пунктирной линией.

6. Структуру магнитных силовых линий \vec{H} построим, замыкая их вокруг векторов плотности токов смещения $\vec{J}_{\text{см}}$ по правилу правого бурав-

чика, причем целесообразно начинать построение структуры магнитного поля \vec{H} в сечении $x0z$ (вид сверху), а уж затем переходить к построению структуры магнитного поля в сечениях $y0z$ (вид сбоку) и $y0x$ (вид спереди). Структура магнитных силовых линий \vec{H} на рис. 9.9 показана пунктирной линией.

На рис. 9.9 представлена структура поля основной волны H_{10} прямоугольного волновода для некоторого фиксированного момента времени $t = \text{const}$.

Электрическое поле основной волны поляризовано линейно, а плоскость поляризации параллельна плоскости $y0z$, поэтому ее называют электрической плоскостью (E -плоскостью).

Магнитные силовые линии основной волны располагаются в плоскостях, параллельных плоскости $x0z$, которую поэтому называют магнитной плоскостью (H -плоскостью).

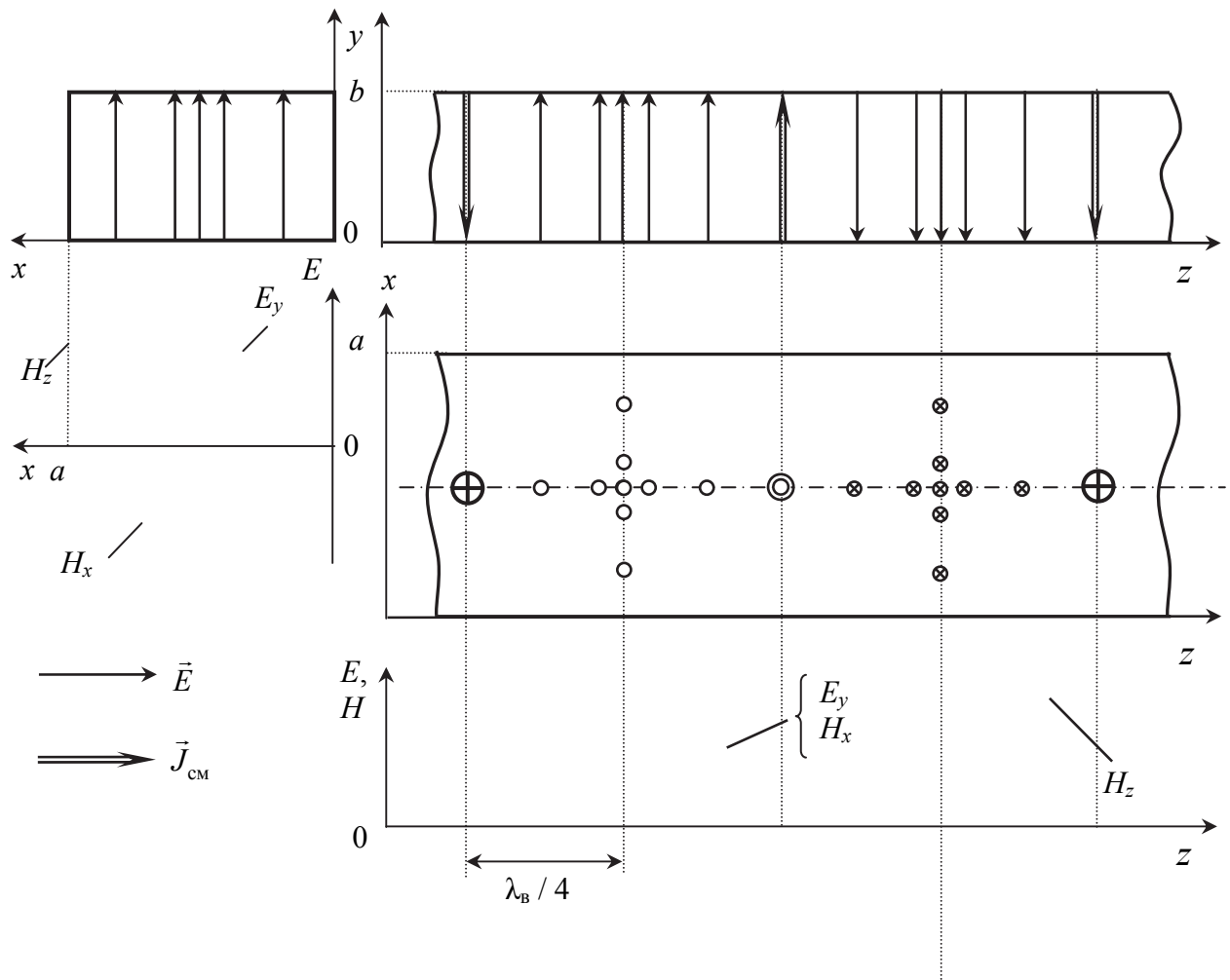


Рис. 9.8. Структура векторов плотности токов смещения \vec{J}_{cm} в сечениях $x0z$ и $y0z$

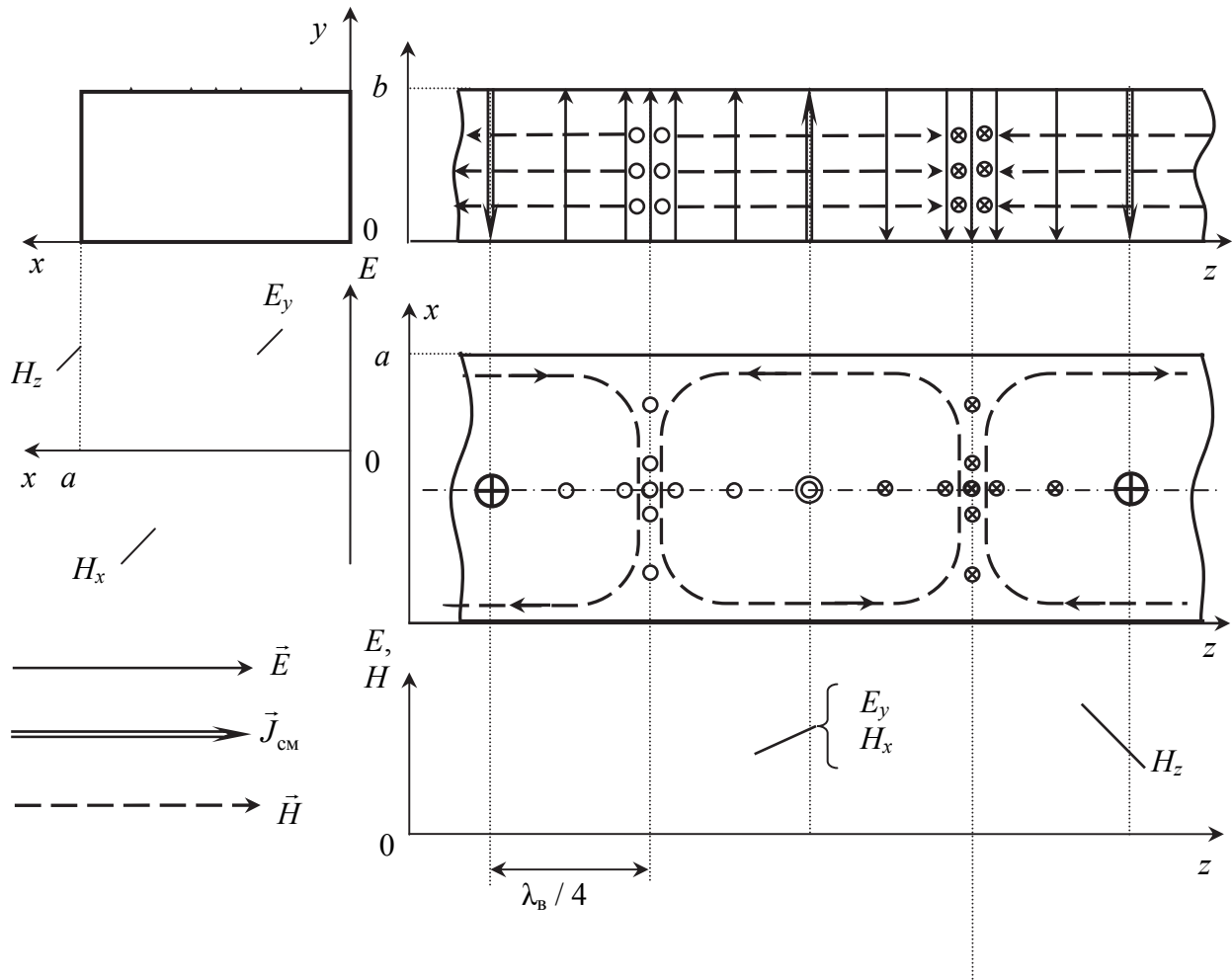


Рис. 9.9. Структура магнитного поля основной волны прямоугольного волновода H_{10}

В отличие от поляризации электрического поля магнитное поле в разных точках поперечного сечения поляризовано по-разному.

Рассмотрим, как ведет себя вектор напряженности магнитного поля \vec{H} основной волны прямоугольного волновода в его поперечном сечении.

Магнитное поле основной волны прямоугольного волновода H_{10} имеет продольную H_z и поперечную H_x составляющие (см. выражение (9.12)):

$$H_z = \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_B}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$H_x = -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - \beta z).$$

Для бóльшей наглядности преобразуем выражение для продольной составляющей H_z к виду

$$H_z = \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_B}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{2}\right).$$

При этом составляющие H_z и H_x могут быть рассмотрены как два колебания, у которых:

- поляризация линейная;
- плоскости поляризации взаимно перпендикулярны;
- начальные фазы отличаются на $\pi/2$, т. е. $\varphi_z - \varphi_x = \pi/2$;
- амплитуды произвольны, т. е.

$$H_{mz} = \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_B}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \neq H_{mx} = -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right);$$

- частоты равны, т. е. $\omega_x = \omega_z$.

Отсюда видим, что магнитное поле имеет вращающуюся поляризацию во всех точках, за исключением средней плоскости волновода.

В точках при $x = 0,5a$ магнитное поле поляризовано линейно.

Чисто круговая поляризация имеет место при таких значениях x , когда амплитуды H_{mx} и H_{mz} взаимно перпендикулярных колебаний равны, т. е.

$$\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_B}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) = -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right).$$

Решая это уравнение, получаем, что магнитное поле имеет круговую поляризацию в точках плоскостей, отстоящих от узких стенок волновода на расстоянии $d = \frac{a}{\pi} \arctg\left(\frac{\lambda_B}{2a}\right) \approx \frac{a}{4}$. При этом результирующий вектор магнитного поля \vec{H} вращается в сторону отстающей по фазе компоненты, т. е. если смотреть на волновод (рис. 9.10) сверху вниз при распространении ЭМВ в сторону положительных значений z , то справа от середины волновода вектор \vec{H} вращается по часовой стрелке, а слева – против часовой.

Подобное различие в знаке поляризации вектора \vec{H} широко используется на практике, например, при создании невзаимных устройств с ферритами, а также направленных ответвителей.

Структура волны H_{10} , показанная на рис. 9.9, с течением времени движется в сторону положительных значений оси z с фазовой скоростью.

Построим структуру векторов плотности поверхностного тока проводимости \vec{J}_s , замыкая ими векторы плотности тока смещения $\vec{J}_{см}$. Структуру плотности поверхностного тока (тока проводимости) можно построить, исходя из граничного условия

$$\vec{J}_s = [\vec{n}^0, \vec{H}_\tau],$$

где \vec{n}^0 – единичный вектор, указывающий направление нормали к границе раздела сред;

\vec{H}_τ – тангенциальная составляющая вектора напряженности магнитного поля, падающего на границу раздела сред.

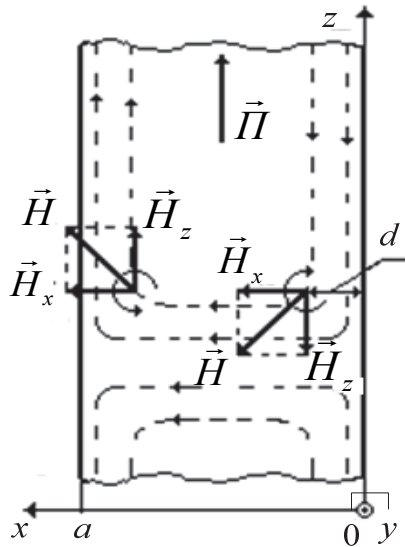


Рис. 9.10. Круговая поляризация в точках плоскостей, отстоящих от узких стенок волновода на расстояние

$$d = \frac{a}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\lambda_B}{2a} \right) \approx \frac{a}{4}$$

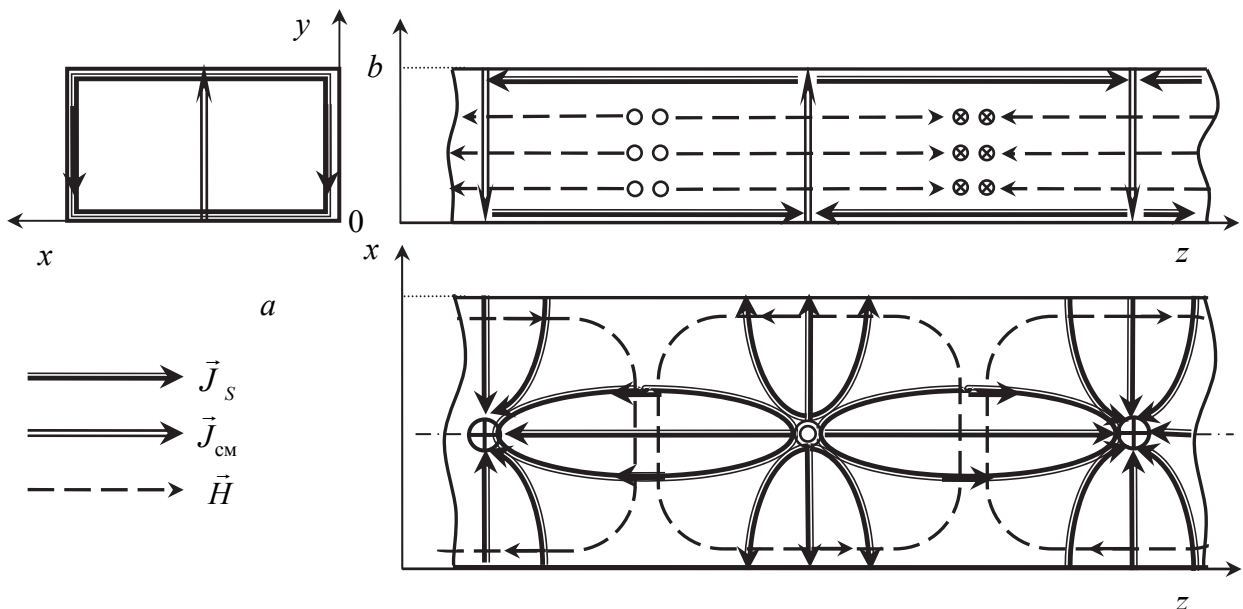


Рис. 9.11. Структура векторов плотности поверхностного тока проводимости \vec{J}_s на внутренних стенках волновода

Из анализа этого условия следует, что вектор плотности тока проводимости \vec{J}_s на внутренних стенках волновода перпендикулярен к магнитным силовым линиям \vec{H} , проходящим вблизи стенок волновода.

При построении структуры плотности поверхностного тока \vec{J}_s необходимо иметь в виду, что если вектор плотности тока смещения $\vec{J}_{см}$ не замыкается сам на себя, то он замыкается вектором \vec{J}_s плотности поверхностного тока проводимости (рис. 9.11).

9.4. Структуры полей высших типов волн прямоугольного волновода

Структура поля волны H_{20}

Структура электрического и магнитного полей волны H_{20} в плоскостях изображена на рис. 9.12.

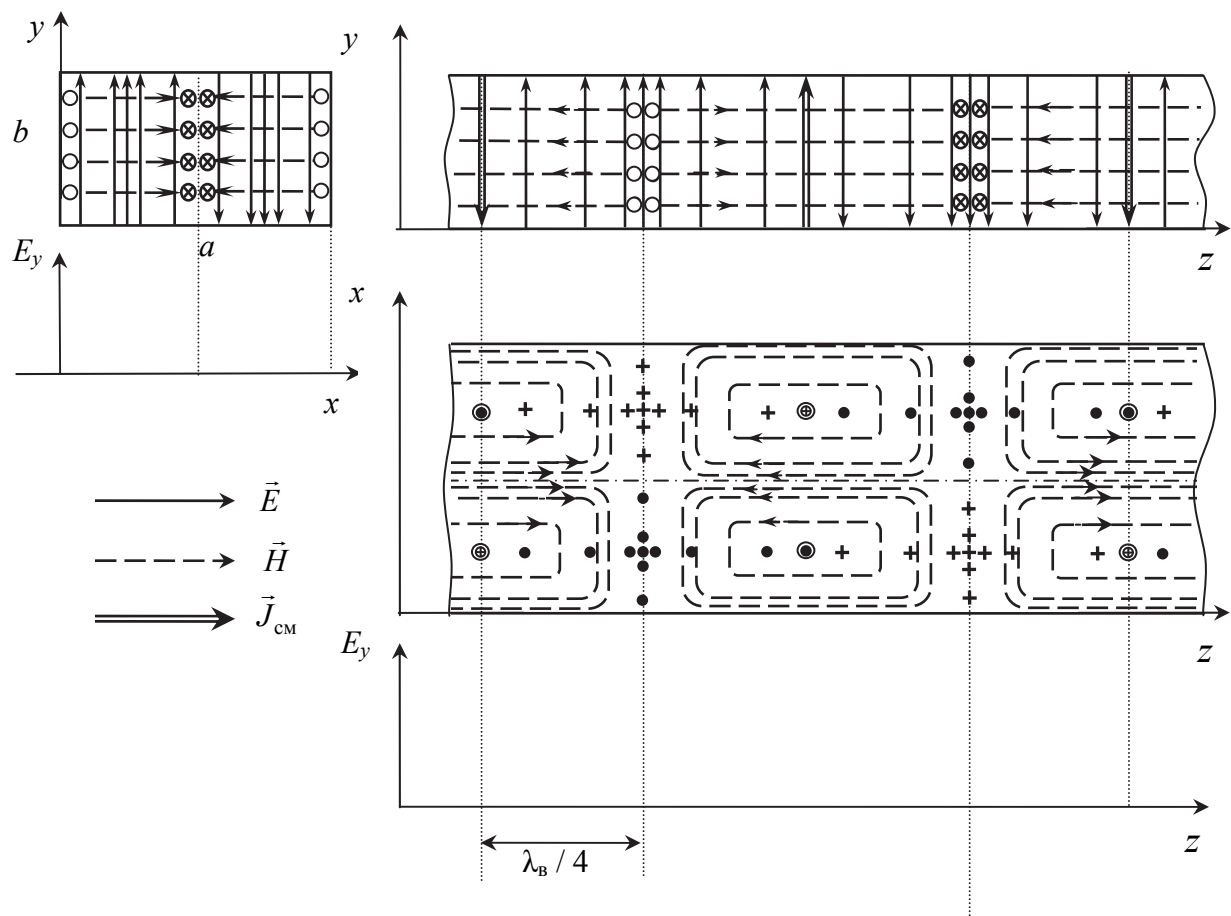


Рис. 9.12. Структура электрического и магнитного полей волны H_{20} в плоскостях

Критическая длина волны H_{20} равна поперечному размеру широкой стенки a прямоугольного волновода.

Для волны H_{20} вдоль широкой стенки имеются два максимума интенсивности полей. Это по сути дела картина поля волны типа H_{10} , повторенная дважды со сдвигом фаз в соседних ячейках поля на 180° .

Структура поля волны E_{11}

Среди E -волн наименьшую критическую длину волны имеет собственная волна E_{11} ($\lambda_{кр} = 2ab / (a^2 + b^2)^{0,5}$). Конфигурация поля волны E_{11} относительно простая.

Как видно из рис. 9.13, силовые линии волны E_{11} начинаются на боковых стенках волновода, сходятся к середине поперечного сечения, собираются как бы в жгут и далее идут вдоль волновода, после чего опять расходятся к стенкам волновода.

Важно отметить что структура поля волны E_{11} является базовой при построении картин силовых линий векторов \vec{E} и \vec{H} собственных волн E_{mn} (см. правило, изложенное в параграфе 9.3.2).

В прямоугольном волноводе волны типа E_{10} и E_{01} не могут существовать, так как магнитное поле таких волн должно было бы быть направлено перпендикулярно стенкам волновода, что, как уже указывалось, невозможно.

В случае E -волн в стенках волновода могут течь только продольные токи. Следовательно, нет необходимости обеспечивать хороший контакт в углах волновода.

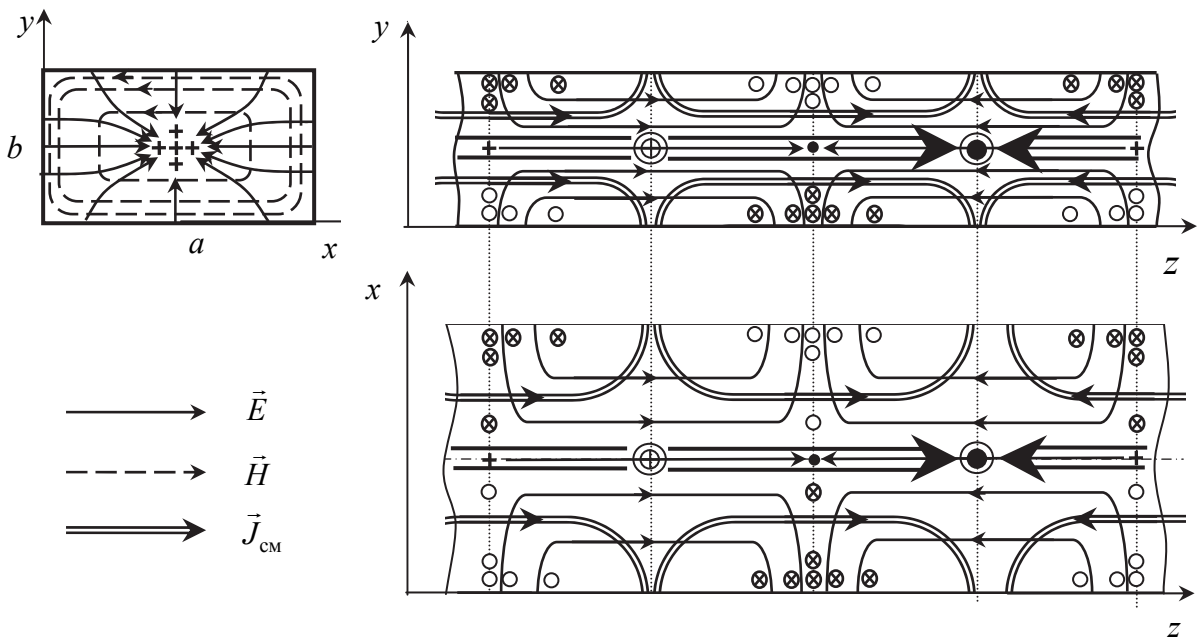


Рис. 9.13. Структура электрического и магнитного полей волны E_{11} в плоскостях

Структура поля волны H_{01} , H_{11}

Итак, ознакомление со структурой полей собственных волн высших типов облегчает понимание физического смысла индексов m и n , входящих в обозначения этих волн. Во всех собственных волнах поле в поперечном сечении волновода представляет собой стоячие волны, пространственные периоды которых вдоль осей x и y равны λ_x и λ_y соответственно. Индекс m показывает, сколько полуволн стоячей волны укладывается вдоль широкой стенки волновода, а индекс n – сколько полуволн стоячей волны укладывается вдоль узкой стенки волновода.

Формально это заключение можно сделать на основании следующих математических выкладок:

$$\lambda_x = 2\pi/k_x = 2\pi / (m\pi/a) = 2a / m,$$

$$\lambda_y = 2\pi/k_y = 2\pi / (n\pi/b) = 2b / n.$$

Отсюда

$$m = a / (\lambda_x / 2); \quad n = b / (\lambda_y / 2).$$

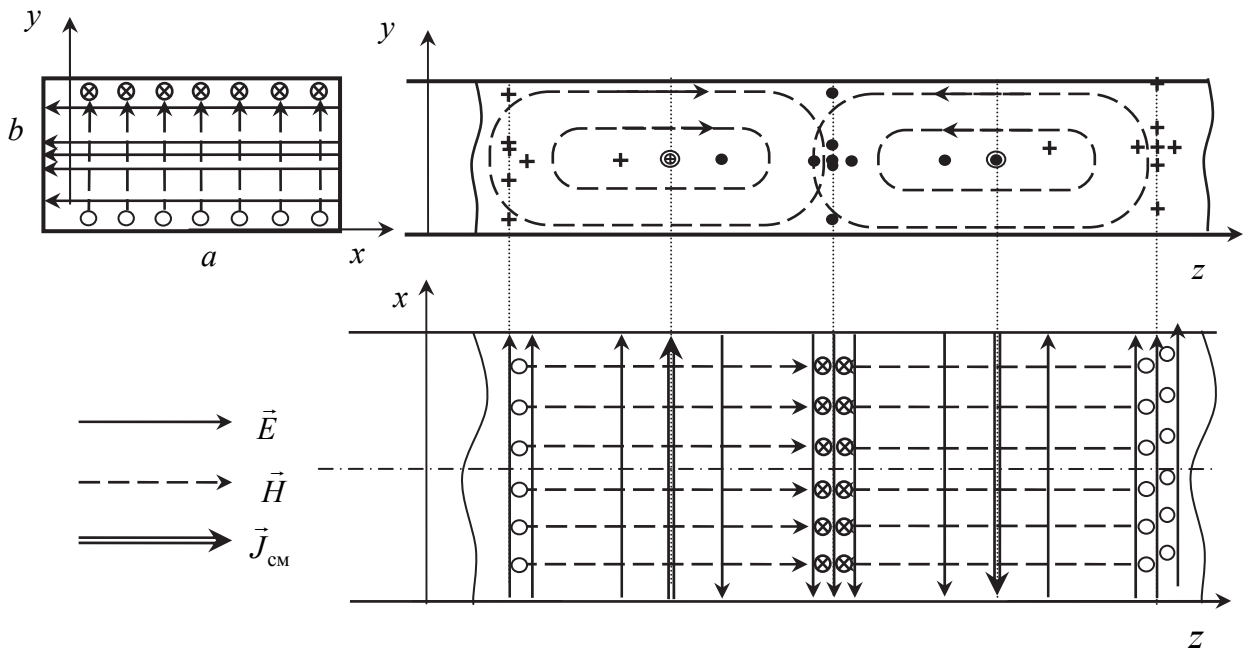


Рис. 9.14. Структура электрического и магнитного полей волны H_{01} в плоскостях

Распределение тока по стенкам волновода важно знать как при конструировании самого волновода, так и при конструировании волноводных устройств. Большая плотность токов через ребро прямоугольного волновода требует хорошей проводимости этих участков. При создании на базе волноводов устройств различного назначения приходится прорезать в нем

узкие щели. Щели не вызывают заметных потерь на излучение и не искажают структуру поля волны, если они расположены вдоль линий тока. Для волны H_{10} такими щелями являются поперечные щели на узких стенках и продольная щель, расположенная посередине широкой стенки волновода.

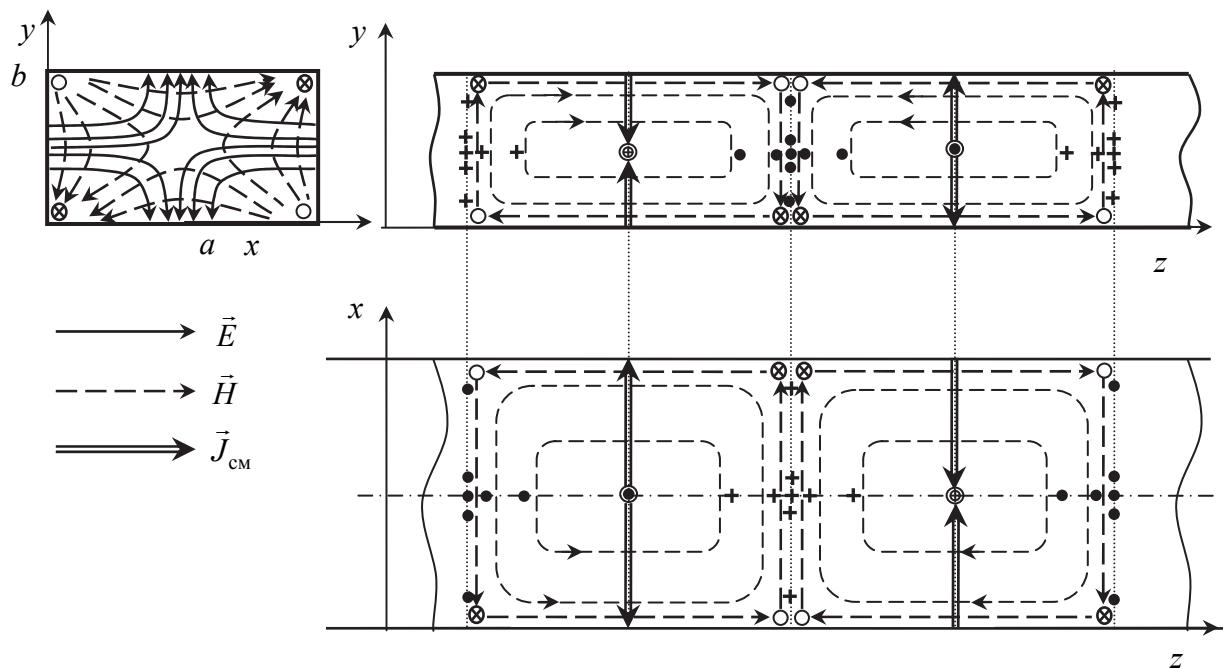


Рис. 9.15. Структура электрического и магнитного полей волны H_{11} в плоскостях

На практике часто возникает задача создания излучающей щели, которая является элементом щелевой антенны или используется для ввода энергии в волновод. Излучающая щель хотя бы часть периода пересекается линиями тока.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

10.1. Способы возбуждения волноводов и отбора энергии из них

Знание структуры поля волны позволяет наметить способы ее эффективного возбуждения и извлечения переносимой ею электромагнитной энергии. В этих целях волновод связывается с источником и приемником энергии.

В качестве элементов связи с волноводом используются погружаемые в волновод штырь (прямолинейный проводник), петля (плоская рамка), щель (узкое отверстие, прорезанное в стенке волновода).

Каждый из этих элементов связи способен эффективно возбуждать поле заданной волны, если при существующей волне он способен столь же эффективно выводить ее энергию из волновода. Это утверждение является следствием теоремы взаимности, поэтому удобно рассматривать взаимодействие элементов связи с уже существующей основной волной H_{10} прямоугольного волновода.

Конструктивно штырь и петля обычно выполняются, как продолжение внутреннего проводника коаксиальной линии (кабеля). При этом наружный проводник кабеля присоединяется к стенке волновода.

Для эффективного возбуждения или отбора энергии штырь располагается в пучности электрического поля возбуждаемого типа волны параллельно электрическим силовым линиям (рис. 10.1).

Наводимая в штыре электрическим полем электродвижущая сила (ЭДС) вычисляется по формуле

$$\dot{e} = \int_l \dot{\vec{E}} \cdot \vec{dl},$$

где $\dot{\vec{E}}$ – вектор напряженности поля вблизи штыря;
 \vec{dl} – элемент его длины.

Как следует из этой формулы, в штыре будет наводиться ЭДС, если

- он находится в месте, где $\dot{\vec{E}} \neq 0$,
- он не перпендикулярен силовым линиям вектора \vec{E} .

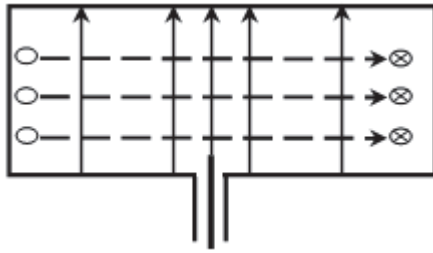


Рис. 10.1. Расположение волноводного штыря в пучности электрического поля возбуждаемого типа волны в прямоугольном волноводе

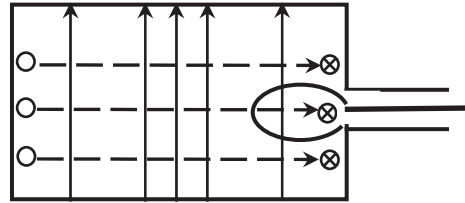


Рис. 10.2. Расположение петли связи в пучности магнитного поля возбуждаемого типа волны в прямоугольном волноводе

При этом максимум ЭДС достигается в случае, когда векторы \vec{E} и \vec{dl} параллельны.

Петлю необходимо располагать в пучности магнитного поля так, чтобы ее плоскость была перпендикулярна магнитным силовым линиям (рис. 10.2).

Наводимая в петле магнитным полем ЭДС вычисляется по формуле

$$\dot{e} = -\frac{d}{dt} \int_s \dot{\vec{B}} \cdot \vec{ds} = -j\omega\mu_a \int_s \dot{\vec{H}} \cdot \vec{ds}.$$

Как видно из формулы, в петле будет наводиться ЭДС, если

- она расположена в месте, где $\dot{\vec{H}} \neq 0$,
- ее плоскость не параллельна силовым линиям вектора $\dot{\vec{H}}$.

При этом ЭДС достигает своего максимального значения в случае, когда векторы $\dot{\vec{H}} \parallel \vec{ds}$, т. е. плоскость петли перпендикулярна вектору $\dot{\vec{H}}$.

Узкая щель, прорезанная в стенке волновода, в зависимости от ее расположения, может быть **излучающей** или **неизлучающей**.

В первом случае щель необходимо прорезать так, чтобы она пересекалась пучностью векторов плотности поверхностных токов \vec{J}_s . Например, для волны H_{10} щели *B* и *C* (рис. 10.3) будут излучающими, а щель *A* излучать энергию не будет, так как она не пересекается пучностью векторов плотности поверхностных токов \vec{J}_s .

Через такие щели (щель *A*) в измерительных линиях в полость волновода вводят электрический штырь или магнитную петлю. Оценивая величину ЭДС, наводимую на штыре или петле, производят измерения основных параметров ЭМП в волноводе.

Рассмотрим излучение электромагнитной энергии щелью *B*. Векторы плотности поверхностных токов проводимости \vec{J}_s , пересекаемые щелью,

продолжаются в ней векторами плотности токов смещения $\vec{J}_{см}$. При этом на ее краях наводятся быстропеременные во времени заряды (рис. 10.4). Следовательно, в щели создается электрическое поле, перпендикулярное магнитному полю у стенки волновода. В этом случае вектор Пойнтинга $\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}]$ направлен в пространство, окружающее волновод, т. е. происходит излучение из щели.

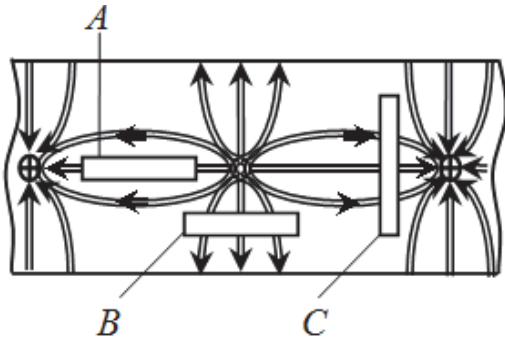


Рис. 10.3. Узкие щели, прорезанные в стенке волновода: B и C – излучающие; A – неизлучающая

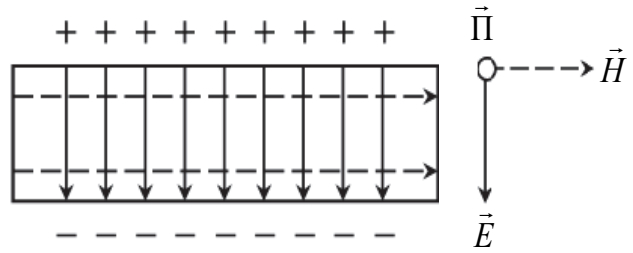


Рис. 10.4. Структура полей и поверхностных токов на стенках прямоугольного волновода

Поле в щели тем сильнее, чем больше плотность поверхностного тока \vec{J}_s в месте расположения щели, и достигает своего максимального значения, когда вектор \vec{J}_s перпендикулярен оси щели.

Таким образом, для эффективного возбуждения волн требуемой структуры в волноводе или отбора энергии из него необходимо знать структуры полей и поверхностных токов.

10.2. Предельная и допустимая мощности, передаваемые по волноводу

Средняя мощность (за один период T колебания), переносимая волной по волноводу,

$$P = \frac{1}{2\rho_s} \int_s E_{sm}^2 ds = \frac{\rho}{2} \int_s H_{sm}^2 ds .$$

Определим, какую мощность переносит по волноводу волна H_{10} за один период T колебания.

Волновое сопротивление ρ , входящее в данное выражение, для случая основной волны прямоугольного волновода $\rho = \rho_{H_{10}}$.

Амплитуда поперечной составляющей электрического поля E_{sm} волны H_{10}

$$E_{sm} = E_y = E_{my} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right).$$

Тогда

$$P = \frac{1}{2\rho_{H_{10}}} \int_S E_{my}^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) ds = \frac{E_{my}^2}{2\rho_{H_{10}}} \int_0^b dy \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx = \frac{E_{my}^2}{4\rho_{H_{10}}} ab.$$

Учитывая, что поперечное волновое сопротивление для основной волны прямоугольного волновода $\rho_{H_{10}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}$, получим

$$P = \frac{E_{my}^2}{4\rho_0} ab \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}.$$

Отсюда предельная мощность

$$P_{\text{пред}} = \frac{E_{\text{пред}}^2}{4\rho_0} ab \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2},$$

где $E_{\text{пред}} = 30$ кВ/см – предельно допустимая напряженность электрического поля, при которой наступает электрический пробой такого диэлектрика, как сухой воздух, при нормальном атмосферном давлении [5].

При снижении давления газа, заполняющего волновод, $E_{\text{пред}}$ уменьшается. Данный факт необходимо учитывать при работе РЛС в условиях с пониженным атмосферным давлением, например, на летательных аппаратах, в горной местности.

Обозначим $\frac{E_{\text{пред}}^2}{4\rho_0} = ab P_{\text{о. пред}}$. Тогда можно получить следующее выражение:

$$\left(P_{\text{пред}}/P_{\text{о. пред}}\right)^2 = 1 - (\lambda/2a)^2.$$

Это уравнение окружности с радиусом, равным единице, поэтому график зависимости $P_{\text{пред}}/P_{\text{о. пред}} = f(\lambda/2a)$ имеет вид, изображенный на рис. 10.5.

Для анализа практической применимости рабочих длин волн на графике (рис. 10.5) выделим три области.

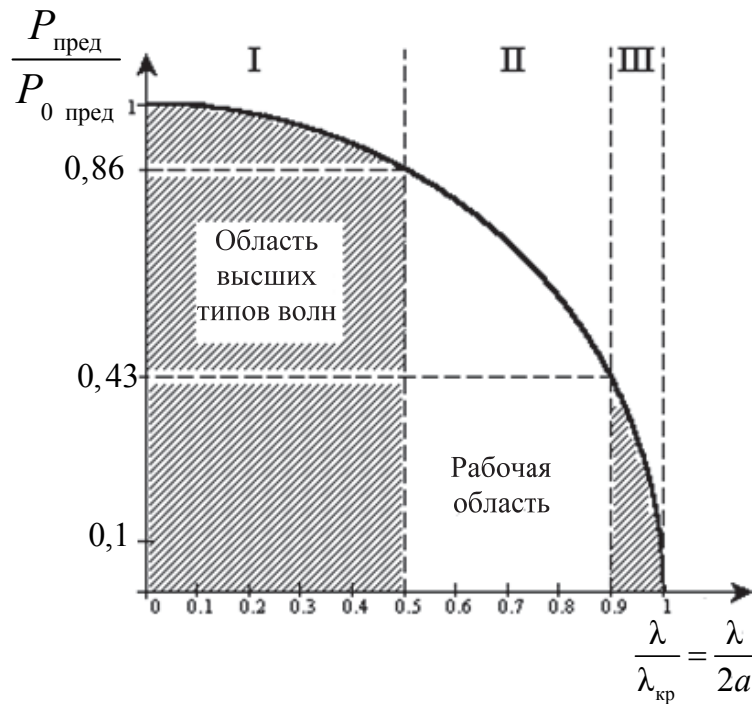


Рис. 10.5. График анализа практической применимости рабочих длин волн для прямоугольного волновода

В области I, где $(\lambda/2a) < 0,5 \Leftrightarrow \lambda < a$, могут существовать различные типы волн (область высших типов), поэтому эта область не является рабочей.

В области III, где $0,9 < (\lambda/2a) < 1 \Leftrightarrow 1,8a < \lambda < 2a$, происходит резкий спад предельной мощности $P_{\text{пред}}$. По этой причине область III также не является рабочей.

Область II, где $0,5 < (\lambda/2a) < 0,9 \Leftrightarrow a < \lambda < 1,8a$, удовлетворяет практике и является рабочей. Левая ее граница $(\lambda/2a) < 0,5 \Leftrightarrow \lambda < a$ выбрана из условия исключения возможности возникновения волн высших типов, а правая $(\lambda/2a) < 0,9 \Leftrightarrow \lambda < 1,8a$ из условия, чтобы в пределах рабочей области мощность изменялась не более, чем в два раза.

Среднее значение рабочей длины волны

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{a + 1,8a}{2} = 1,4a \Leftrightarrow \frac{\lambda_{\text{ср}}}{2a} = 0,7.$$

Однако на практике левая граница рабочей области определяется из условия, что $\lambda < 1,1a$.

Данный факт объясняется тем, что в области $a < \lambda < 1,1a$, кроме основной волны прямоугольного волновода, существуют также медленно затухающие волны высшего типа H_{20} ($\lambda_{\text{кр}} = a$) и H_{01} ($\lambda_{\text{кр}} = 2b$).

По волноводу нельзя передавать предельную мощность $P_{\text{пред}}$ из-за большой вероятности электрического пробоя. При электрическом пробое

газ – диэлектрик – переходит в новое состояние – плазму, которая является практически идеальным проводником. Электромагнитная волна отражается от границы раздела диэлектрик – проводник, поэтому распространение энергии от источника в нагрузку не происходит. Наличие отражения падающей волны от места, где произошел пробой, может привести к выходу из строя генератора (передатчика) ЭМЭ.

Спустя некоторое время (время необходимо для рассеивания свободных электронов) после электрического пробоя волновод восстанавливает свои свойства.

Увеличение уровня передаваемой средней мощности по реальной линии передачи приводит к увеличению мощности потерь в заполняющем диэлектрике, что сопровождается его нагреванием. Увеличение температуры может вызвать разрушение диэлектрика, т. е. наступит тепловой пробой.

Поэтому обычно допустимая мощность $P_{\text{доп}}$ определяется из соотношения

$$P_{\text{доп}} = \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{5} \right) P_{\text{пред}}$$

В линиях передачи с воздушным заполнением, работающих в импульсном режиме с высокой частотой следования импульсов, наиболее опасен электрический пробой. В линиях с диэлектрическим заполнением, отличным от воздуха, а также, если по линии передается большая мощность в непрерывном режиме, наиболее опасен тепловой пробой.

При необходимости передачи по линии высокого уровня мощности используют воздушное заполнение, или заполнение специальными газами (элегаз), или жидкими диэлектриками (например, нонан, декан, гексан, гептан), которые имеют $E_{\text{пред}} > 100$ кВ/см. С этой же целью линии передачи заполняют воздухом или газом под давлением, в несколько раз превышающим атмосферное [5].

10.3. Учёт потерь в стенках волновода

В идеальных ($\sigma_m = \infty$, $\sigma_d = 0$) волноводах при $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$ ЭМВ распространяются без затухания, т. е. $\dot{\gamma} = j\beta$.

В реальных волноводах проводимость металла $\sigma_m \neq \infty$, хотя она и достаточно большая, а проводимость диэлектрика $\sigma_d \neq 0$, хотя и близка к нему. Это приводит к затуханию амплитуды волны при ее распространении. Затухание электромагнитной энергии обусловлено тепловыми потерями в стенках волновода и в диэлектрике. При этом постоянная распространения

$$\dot{\gamma} = \alpha_{\Pi} + j\beta,$$

где $\alpha_{\Pi} = \alpha_{\Pi.м} + \alpha_{\Pi.д}$ – коэффициент затухания;

$\alpha_{\Pi.м}$ – коэффициент затухания, учитывающий потери в металлических стенках волновода;

$\alpha_{\Pi.д}$ – коэффициент затухания, учитывающий потери в диэлектрике, заполняющем волновод, приобретает комплексный характер, а волновой множитель имеет вид $e^{j\omega t - \dot{\gamma}z} = e^{j\omega t - (\alpha_n + j\beta)z} = e^{-\alpha_n z} e^{j(\omega t - \beta z)}$.

Такой учет потерь предложил в 1940 году советский ученый С.Н. Рытов [5].

Обычно волновод заполняется сухим воздухом или иным газом, имеющим высокие диэлектрические свойства, т. е. $\alpha_{\Pi.д} \approx 0$. Поэтому можно предположить, что $\alpha_{\Pi} \approx \alpha_{\Pi.м}$.

Определим мощность потерь на единицу длины волновода (рис. 10.6). С этой целью выделим на боковой поверхности волновода ленту шириной dz . Длина этой ленты определяется периметром поперечного сечения прямоугольного волновода.

На поверхности ленты рассмотрим элементарную площадку, размеры которой $dz \cdot dl$.

Потери мощности в элементарной площадке стенки волновода ($S_{эл} = dz \cdot dl$)

$$dP_{\text{пот.эл}} = \frac{1}{2} J_{ms}^2 R_s S_{эл} = \frac{1}{2} J_{ms}^2 R_s dl dz,$$

где R_s – поверхностное сопротивление;

J_{ms} – плотность поверхностного тока проводимости.

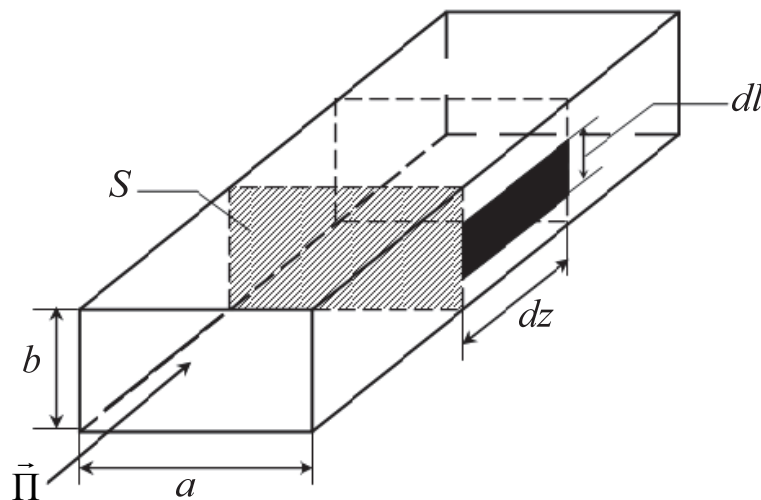


Рис. 10.6. К определению мощности потерь на единицу длины волновода

Тогда потери мощности во всей ленте (по периметру волновода)

$$dP_{\text{пот}} = \oint_l dP_{\text{пот.эл}} dl = \oint_l \frac{1}{2} J_{ms}^2 R_s dl dz = \frac{R_s dz}{2} \oint_l J_{ms}^2 dl.$$

Учитывая граничное условие $J_s = H_\tau$, преобразуем полученное выражение к следующему виду:

$$\frac{dP_{\text{пот}}}{dz} = \frac{R_s}{2} \oint_l H_{m\tau}^2 dl.$$

Так как мощность потерь равна убыли мощности, проходящей вдоль волновода, т. е., $\frac{dP_{\text{пот}}}{dz} = -\frac{dP}{dz}$, то представим выражение в виде

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{R_s}{2} \oint_l H_{m\tau}^2 dl.$$

Разделим это уравнение почленно на выражение $P = \frac{\rho}{2} \int_s H_{ms}^2 ds$, определяющее мощность, переносимую вдоль волновода, и получим

$$-\frac{1}{P} \frac{dP}{dz} = \frac{R_s}{\rho} \frac{\oint_l H_{m\tau}^2 dl}{\oint_s H_{ms}^2 ds}.$$

Правая часть полученного выражения не зависит от координаты z . Обозначим ее через $2\alpha_{\text{п.м}}$, т. е.

$$\alpha_{\text{п.м}} = \frac{R_s}{2\rho} \frac{\oint_l H_{m\tau}^2 dl}{\oint_s H_{ms}^2 ds}, \quad (10.1)$$

где $R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_a}{2\sigma_m}}$ – поверхностное сопротивление;

$H_{m\tau}$ – амплитудное значение тангенциальной составляющей магнитного поля вблизи проводящей поверхности;

l – периметр проводящей поверхности в плоскости поперечного сечения;

ρ – волновое сопротивление соответствующего класса волн («E» или «H»);

H_{ms} – амплитудное значение поперечной составляющей магнитного поля в плоскости поперечного сечения;

S – площадь поперечного сечения.

Тогда получим

$$dP / dz + 2\alpha_{п.м} P = 0.$$

Решение этого дифференциального уравнения первого порядка имеет вид

$$P_0 = P_0 e^{-2\alpha_{п.м} z}, \quad (10.2)$$

где P_0 – постоянная интегрирования, равная мощности переносимой ЭМВ в сечении $z = 0$.

Проведем анализ полученного выражения.

1. За счет потерь в стенках волновода передаваемая мощность убывает вдоль волновода по экспоненциальному закону. Коэффициент затухания $\alpha_{п.м}$ характеризует быстроту убывания амплитуды напряженности поля в зависимости от расстояния z .

2. Величина затухания, согласно формуле (10.1), зависит от типа колебания. Действительно, $H_{m\tau}$, входящая в выражение (10.1), является тангенциальной составляющей амплитуды вектора напряженности магнитного поля у стенок волновода, величина которой зависит от структуры поля, т. е. от типа колебания.

3. Чем меньше значение магнитного \vec{H} поля у стенок волновода по сравнению с его значением в середине, тем затухание меньше.

4. Величина $\alpha_{п.м}$ затухания зависит от частоты, так как при изменении ω меняется поверхностное сопротивление R_s .

5. Уменьшения мощности потерь ЭМВ можно достичь за счет уменьшения сопротивления R_s . С этой целью стенки волновода покрывают металлами с высокой проводимостью (Ag – серебро, Au – золото и т. д.), добиваются высокой точности обрабатываемой поверхности, так как путь поверхностного тока через шероховатую поверхность длиннее, а следовательно, величина потерь больше.

6. Чем меньше периметр поперечного сечения волновода при одной и той же площади поперечного сечения, тем затухание меньше. По этой причине затухание в круглых волноводах меньше, чем в прямоугольных при одинаковой площади поперечного сечения.

Можно показать, что для основной волны H_{10} прямоугольного волновода величина затухания (Нп/м)

$$\alpha_{п.м} = \frac{\frac{a}{b} + 2(\lambda/2a)^2}{\sqrt{240\sigma_m a^3} \sqrt{(\lambda/2a) - (\lambda/2a)^3}}.$$

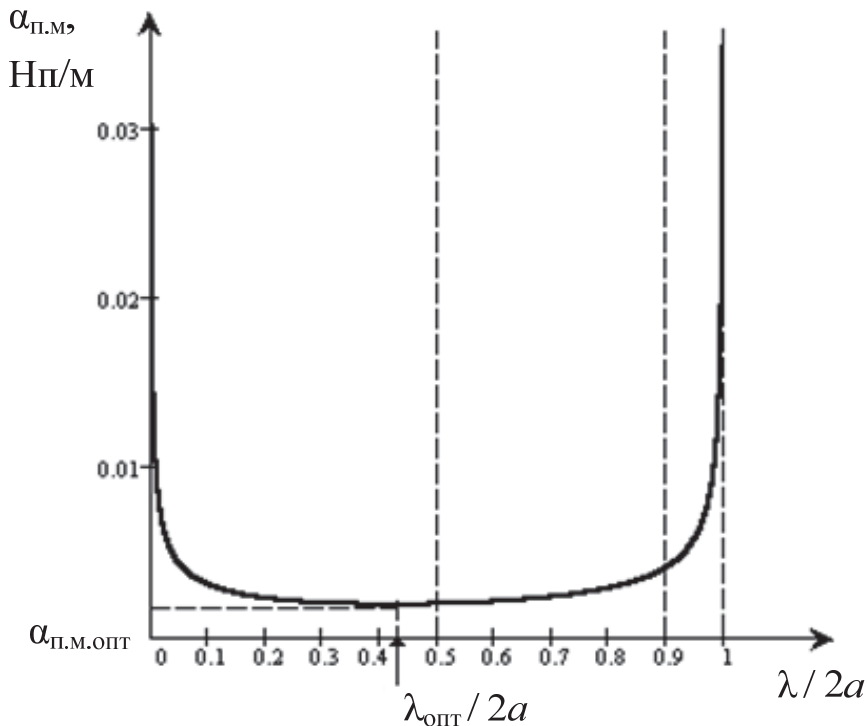


Рис. 10.7. График зависимости $\alpha_{п.м} = f(\lambda/2a)$ для основной волны прямоугольного волновода при размерах волновода $a = 7,2$ см, $b = 3,4$ см

Для получения затухания в децибелах необходимо воспользоваться следующим соотношением: $1 \text{ Нп} = 8,686 \text{ дБ}$ [5].

Рассмотрим график, приведенный на рис. 10.7. Из графика видно, что при некоторой $\lambda_{\text{опт}}$ коэффициент затухания $\alpha_{п.м.опт}$ минимален и резко возрастает при приближении к $\lambda_{\text{кр}}$ ($\kappa(\lambda/2a) = 1$).

При уменьшении длины волны (увеличением частоты) короче $\lambda_{\text{опт}}$ затухание также увеличивается из-за возрастания поверхностного сопротивления R_s .

Итак, анализируя рис. 10.7 видим:

- коэффициент затухания $\alpha_{п.м.опт}$ минимален в области, где

$$(\lambda/2a) < 0,5 \Leftrightarrow \lambda < a,$$

т. е. могут существовать различные типы волн (область высших типов);

- рабочий диапазон длин волн с точки зрения минимальных потерь в волноводе выбирается в пределах

$$0,5 < (\lambda/2a) < 0,9 \Rightarrow a < \lambda < 1,8a.$$

В этих пределах коэффициент затухания $\alpha_{п.м}$ изменяется в два раза.

С учетом соображений, приведенных в параграфе 10.2, рабочий диапазон длин волн реального прямоугольного волновода лежит в пределах $1,1a < \lambda < 1,8a$.

Следует отметить, что в случае заполнения волновода твердым диэлектриком его проводимость становится заметной и потери в диэлектрике оказываются больше, чем потери в металлических стенках волновода, т. е. $\alpha_{п.д} > \alpha_{п.м}$.

При этом коэффициент $\alpha_{п.д}$ затухания ЭМЭ в диэлектрике (Нп/м) определяется в соответствии с выражением

$$\alpha_{п.д} = \frac{\sigma_{д}}{2} \frac{\sqrt{\mu/\epsilon}}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}.$$

В коротковолновой части сантиметрового диапазона потери в стандартных волноводах весьма велики. Например, при $\lambda = \lambda_0 = 1$ см в стандартном волноводе с медными стенками для основной волны $\alpha_{п.м} = 0,55$ дБ/м, т. е. при длине линии всего 10 м потери энергии будут составлять 5,5 дБ (более 70 % входящей мощности). Поэтому на волнах порядка 1 см и короче применение прямоугольных волноводов целесообразно только в виде коротких отрезков.

10.4. Конструкции прямоугольных волноводов

Конструктивная сложность волноводных линий передачи обусловлена прежде всего тем, что при размещении аппаратуры на различных объектах нельзя подвести энергию от источника к потребителю с помощью только прямолинейного волновода постоянного сечения.

По условиям монтажа волноводная линия собирается обычно из нескольких узлов различной конфигурации, соединенных между собой специальными волноводными фланцами.

Прямоугольные волноводы изготавливаются, как правило, в виде цельнотянутых металлических труб. В качестве материала применяются немагнитные металлы с хорошей проводимостью.

Наибольшее применение получили медные, латунные и алюминиевые волноводы. На величину потерь мощности существенное влияние оказывает качество обработки внутренней поверхности стенок волновода. Тщательная ее полировка снижает затухание на 15...20 %.

Иногда внутренняя поверхность волновода покрывается золотом, серебром, палладием для предотвращения коррозии и сохранения высокой проводимости стенок на длительный срок. С этой же целью часто наносится тонкая пленка из высококачественного диэлектрика.

Для снижения металлоемкости и погонной массы волновода его можно изготавливать из пластмассы, а внутреннюю поверхность и соединительные фланцы – металлизировать медью, серебром. Для придания

гибкости прямоугольному волноводу иногда применяют гофрированные прямоугольные трубы.

В последние годы проведена частичная унификация поперечных размеров прямоугольных волноводов и разработаны Международной электротехнической комиссией (МЭК) соответствующие стандарты, приведенные в табл. П1 прил. 1. Частотный диапазон использования прямоугольных волноводов, охватывающий частоты от 400 МГц до 140 ГГц, в соответствии с рекомендацией МЭК разбит на 28 поддиапазонов, частично перекрывающих друг друга, для каждого из которых рекомендованы стандартные размеры волновода.

10.5. Выбор размеров прямоугольного волновода

При выборе размеров волновода необходимо удовлетворить следующим требованиям:

1. Передавать ЭМЭ на одном (основном) типе колебаний.

2. Передавать наибольшую предельную мощность на средней $\lambda_{\text{ср}}$ длине волны.

3. Получать наименьший коэффициент затухания, т. е. $\alpha_{\text{п.м}} \rightarrow \min$.

4. Расширять диапазон рабочих частот, т. е. $\Delta\lambda = \lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}} \rightarrow \max$.

Из диаграммы типов волн (рис. 9.4) следует, что для удовлетворения первого требования необходимо, чтобы $a < \lambda < 2a$.

Для удовлетворения второго и третьего требований, согласно рис. 10.7, необходимо, чтобы

$$0,55 < (\lambda / 2a) < 0,9 \quad \text{или} \quad 1,1a < \lambda < 1,8a.$$

Объединив результаты анализа трех требований, можно для средней длины волны $\lambda_{\text{ср}}$ записать следующее выражение: $\lambda_{\text{ср}} < 1,45a$.

Тогда для заданной средней $\lambda_{\text{ср}}$ длины волны размер a широкой стенки волновода будет определяться в соответствии с выражением $a = \frac{\lambda_{\text{ср}}}{1,45}$.

Для удовлетворения четвертого требования, как видно из диаграммы типов волн (рис. 9.4), необходимо, чтобы размер узкой стенки волновода соответствовал неравенству $b \leq \frac{a}{2}$.

С другой стороны, для обеспечения бóльшей предельной передаваемой мощности $P_{\text{пред}}$ размер b узкой стенки волновода должен быть возможно бóльшим (увеличивается $E_{\text{пред}}$). Обычно выбирают $b = (0,4 \dots 0,5) a$.

Таким образом, видим что необходимые размеры волновода зависят от используемого диапазона длин волн.

Рассмотрим следующий пример.

Определить размеры a и b прямоугольного волновода при условии, что распространяется основной тип колебания с длиной волны $\lambda_{\text{ср}} = 3$ см.

1. Определяем размеры волновода при условии распространения волны типа H_{10} :

$$a = \frac{\lambda_{\text{ср}}}{1,45} = \frac{3}{1,45} = 2,07 \text{ см};$$

$$b = (0,4 \dots 0,5) a = 0,45 \cdot 2,07 = 0,93 \text{ см}.$$

2. Используя полученные значения, определяем по таблице МЭК (табл. П1 прил. 1) ближайший по размерам стандартный волновод.

3. Согласно таблице МЭК, ближайший по размерам – это прямоугольный волновод типа МЭК – 100, размеры поперечного сечения которого

$$a = 22,86 \text{ мм}, b = 10,16 \text{ мм}.$$

Следует отметить, что на частотах порядка 500 МГц и ниже прямоугольные волноводы применяются редко из-за значительных габаритов и массы. Например, отрезок волновода из алюминия длиной 1 м при размерах поперечного сечения $457 \cdot 228,5$ мм ($\lambda_0 = 60$ см) и с толщиной стенок 3 мм имеет массу около 11 кг, а медный того же сечения и с той же толщиной стенок – около 36 кг.

10.6. Волноводы П- и Н-образных сечений

Диапазонные свойства прямоугольных волноводов в ряде случаев оказываются недостаточными. Иногда, например, в длинноволновой части сантиметрового диапазона ($\lambda \approx 10$ см) и в дециметровом диапазоне ($10 \text{ см} < \lambda < 1 \text{ м}$) габариты прямоугольных волноводов настолько велики, что применение их оказывается нерациональным. В таких случаях применяют специальные типы волноводов – волноводы П- и Н-образного сечения (рис. 10.8).

Эти волноводы представляют собой видоизмененную конструкцию прямоугольных волноводов [10].

Основными преимуществами П- и Н-образных волноводов (иногда их называют гребенчатыми) являются:

- более широкий, чем у прямоугольных волноводов, диапазон рабочих частот Δf при работе на основной волне;
- меньшие габариты при работе на той же средней длине волны $\lambda_{\text{ср}}$.

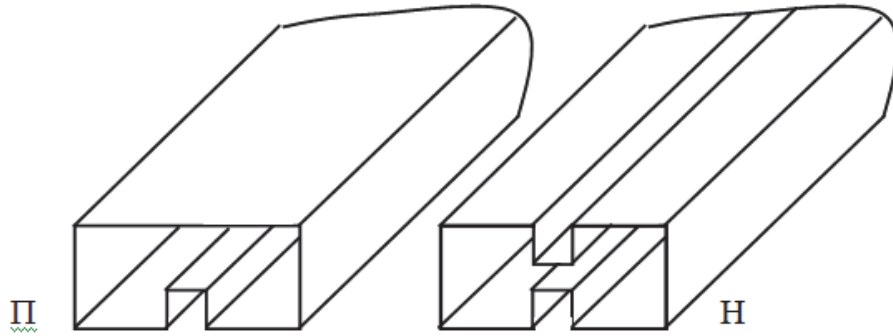


Рис. 10.8. Специальные типы волноводов – волноводы П- и H-образного сечения

Доказать это можно при помощи следующих рассуждений.

Ребра, введенные на середине стенки прямоугольного волновода, существенно изменяют поле волны H_{10} (рис. 10.9, а) и не влияют на поле H_{20} , так как расположены там, где проходит узловая плоскость волны H_{20} (рис. 10.9, б).

Известно, что теоретический диапазон рабочих длин волн определяется выражением $a < \lambda < 2a$. Очевидно, что длина волны $\lambda_{крH_{20}}$ при введении ребер не изменится (они не влияют на поле волны H_{20}).

Чтобы выяснить, как изменится $\lambda_{крH_{10}}$, т. е. диапазон рабочих длин волн, изобразим эквивалентную схему H(Π)-образного волновода для волны H_{10} (рис. 10.10).

Эквивалентная схема сечения волновода представляет собой два четвертьволновых короткозамкнутых отрезка (как и для любого прямоугольного волновода). Концентрацию электрического поля между ребрами H(Π)-образного волновода (рис. 10.10) учтем введением эквивалентной емкости.

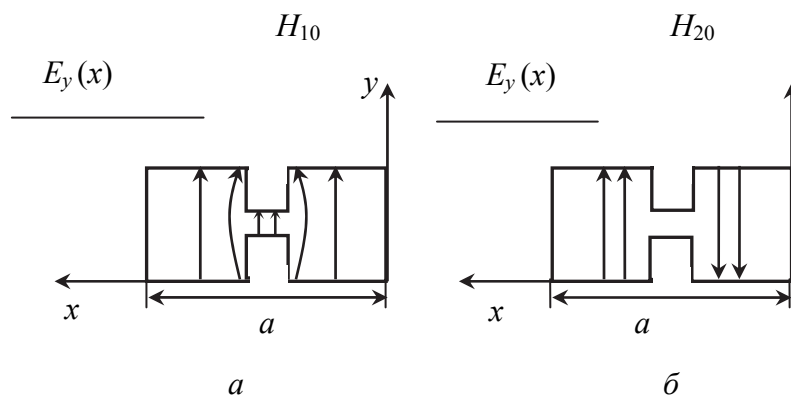


Рис. 10.9. Структура полей волн H_{10} и H_{20} в H-образном прямоугольном волноводе

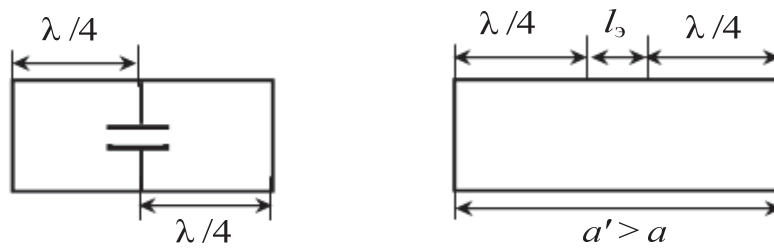


Рис. 10.10. Эквивалентная схема Н (П)-образного волновода для волны H_{10}

Из теории длинных линий известно, что сосредоточенную емкость можно заменить разомкнутым отрезком линии длиной $l_3 < (\lambda / 4)$.

Из рис. 10.10 следует, что сечение Н(П)-образного волновода для волны H_{10} эквивалентно сечению прямоугольного волновода с размером широкой стенки $a' > a$. Поэтому для волновода с введенными ребрами $\lambda_{кр H_{10}^H} = 2a' > \lambda_{кр H_{10}} = 2a$.

Таким образом, диапазон рабочих длин волн для Н(П)-образного волновода ($\Delta\lambda^H$) увеличивается по сравнению с диапазоном для прямоугольного волновода ($\Delta\lambda$)

$$\Delta\lambda^H = \left(\lambda_{кр H_{10}^H} - \lambda_{кр H_{20}^H} \right) > \Delta\lambda = \left(\lambda_{кр H_{10}} - \lambda_{кр H_{20}} \right),$$

так как

$$\lambda_{кр H_{20}^H} = \lambda_{кр H_{20}}, \text{ а } \lambda_{кр H_{10}^H} > \lambda_{кр H_{10}}.$$

Чем больше эквивалентная емкость, внесенная ребром, т. е. чем больше высота ребер, тем больше величина $\lambda_{кр H_{10}^H}$ и, следовательно, тем больше диапазон рабочих длин волн Н(П)-образного волновода по сравнению с диапазоном прямоугольного волновода.

Перекрытие по диапазону для Н (П)-образных волноводов достигает $\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = 3 \dots 4,5$, в то время как для прямоугольных волноводов эта величина не превышает 1,7.

Благодаря указанным преимуществам, П- и Н-образные волноводы могут использоваться как широкодиапазонные линии передачи, широкополосные согласующие переходы в волноводно-коаксиальных соединениях, малогабаритные волноводы и т. д.

Волновод типа Н более предпочтителен для протяженных трактов, поскольку его проще деформировать, изготавливать гибкие волноводы, а также высота выступов у него в два раза меньше по сравнению с волноводом П-типа.

Волновод типа П больше всего пригоден для переходов к коаксиальной линии, так как у него волновое сопротивление по напряжению в два раза меньше, чем у Н-волновода, т. е. ближе к волновому сопротивлению коаксиальной линии.

Недостатки П- и Н-образных волноводов по сравнению с прямоугольными волноводами:

- затухание ЭМЭ больше (дополнительные потери в металле ребер);
- меньшая величина предельной передаваемой мощности, так как в районе ребер раньше может наступить высокочастотный пробой.

П- и Н-образные волноводы в сантиметровом диапазоне волн применяются ограниченно.

КРУГЛЫЕ ВОЛНОВОДЫ

11.1. Расчет электромагнитного поля в круглом волноводе

В технике СВЧ наряду с прямоугольными находят применение круглые волноводы. Отрезки круглых волноводов используются:

- во вращающихся сочленениях;
- в устройствах, предназначенных для получения поля с круговой поляризацией;
- в устройствах с ферритами;
- в качестве излучателей фазированных антенных решеток и т. д.

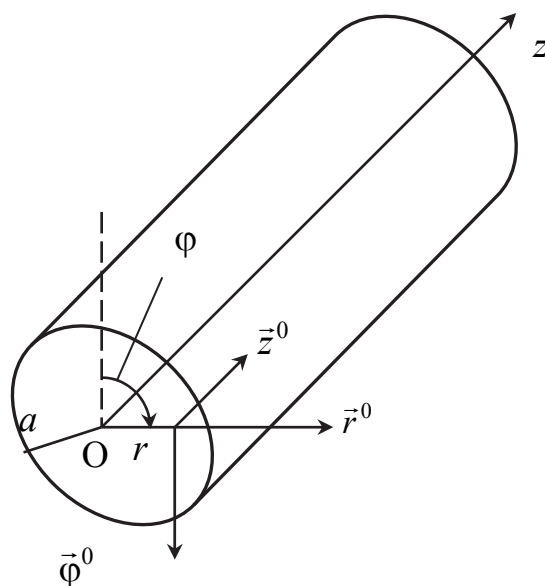


Рис. 11.1. Модель круглого волновода в цилиндрической системе координат

Расчет поля в круглом волноводе произведем в соответствии с алгоритмом и данными, приведенными в табл. 7.1, но в цилиндрической системе координат (рис. 11.1).

Единичные орты \vec{r}^0 , $\vec{\phi}^0$, \vec{z}^0 направлены в сторону возрастания соответствующих координат и составляют правую тройку векторов. В цилиндрической системе координат

$$\nabla = \vec{r}^0 \frac{\partial}{\partial r} + \vec{\varphi}^0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z} = \nabla_s + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z};$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla_s^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

11.1.1. Определение продольных составляющих поля электрических и магнитных волн

Решим мембранное уравнение 1 из табл. 7.1 (с. 96) в цилиндрической системе координат:

$$\nabla_s^2 \psi(r, \varphi) + k_s^2 \psi(r, \varphi) = 0,$$

где $\psi(r, \varphi) = \dot{E}'_z(r, \varphi)$ – для электрических волн;

$\psi(r, \varphi) = \dot{H}'_z(r, \varphi)$ – для магнитных волн;

$\dot{E}'_z(r, \varphi)$ – продольная составляющая комплексной векторной функции распределения электрического поля в поперечном сечении круглого волновода;

$\dot{H}'_z(r, \varphi)$ – продольная составляющая комплексной векторной функции распределения магнитного поля в поперечном сечении круглого волновода.

Применяя оператор ∇_s^2 в цилиндрической системе координат, получаем

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + k_s^2 \psi = 0.$$

Решение этого дифференциального уравнения второго порядка с использованием метода разделения переменных будем искать в виде

$$\psi(r, \varphi) = R(r) \Phi(\varphi).$$

Тогда

$$\Phi \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{\Phi}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{R}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + k_s^2 \Phi R \right) = 0.$$

После преобразований (домножим левую и правую часть на $r^2 / R\Phi$) можно получить следующее выражение:

$$\frac{1}{R} \left(r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + k_s^2 r^2 R \right) = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2}.$$

Левая часть уравнения является функцией только координаты r , а правая – координаты φ , поэтому равенство возможно, если каждая его часть равна некоторой общей постоянной m^2 :

$$-\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = m^2; \quad \frac{1}{R} \left(r^2 \frac{d^2R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + k_s^2 r^2 R \right) = m^2$$

или

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0; \quad (11.1)$$

$$r^2 \frac{d^2R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + (k_s^2 r^2 - m) R = 0. \quad (11.2)$$

Уравнение (11.1) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Его решение имеет вид

$$\Phi(\varphi) = A \cos [m(\varphi - \varphi_0)],$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$

Для упрощения расчетов положим, что $\varphi_0 = 0$, так как это зависит от выбора начала отсчета координаты φ . Таким образом, $\Phi(\varphi) = A \cos (m \varphi)$.

Уравнение (11.2) является уравнением Бесселя. Его решение имеет вид

$$R(r) = B_1 J_m(k_s r) + B_2 Y_m(k_s r),$$

где $J_m(k_s r)$ – функция Бесселя первого рода порядка m ;

$Y_m(k_s r)$ – функция Бесселя второго рода порядка m .

Графики этих функций изображены соответственно на рис. 11.2 и 11.3.

Из рис. 11.3 видно, что при аргументе $u = k_s r$, стремящемся к нулю, функция Бесселя второго рода стремится к $-\infty$, т. е. если $u = k_s r \rightarrow 0 \Rightarrow Y_m(u) \rightarrow -\infty$.

Это означает, что при учете второго слагаемого напряженность поля на оси волновода (при $r = 0$) будет бесконечно велика, что физически лишено смысла. Следовательно, коэффициент B_2 должен быть равен нулю, т. е. $B_2 = 0$.

Тогда

$$R(r) = B_1 J_m(k_s r).$$

Таким образом решение мембранного уравнения **1** из табл. 7.1 (с. 96) в цилиндрической системе координат будет иметь следующий вид:

$$\psi(r, \varphi) = R(r) \Phi(\varphi) = A \cos(m\varphi) \cdot B_1 J_m(k_s r) = D J_m(k_s r) \cos(m\varphi), \quad (11.3)$$

где $D = AB_1$.

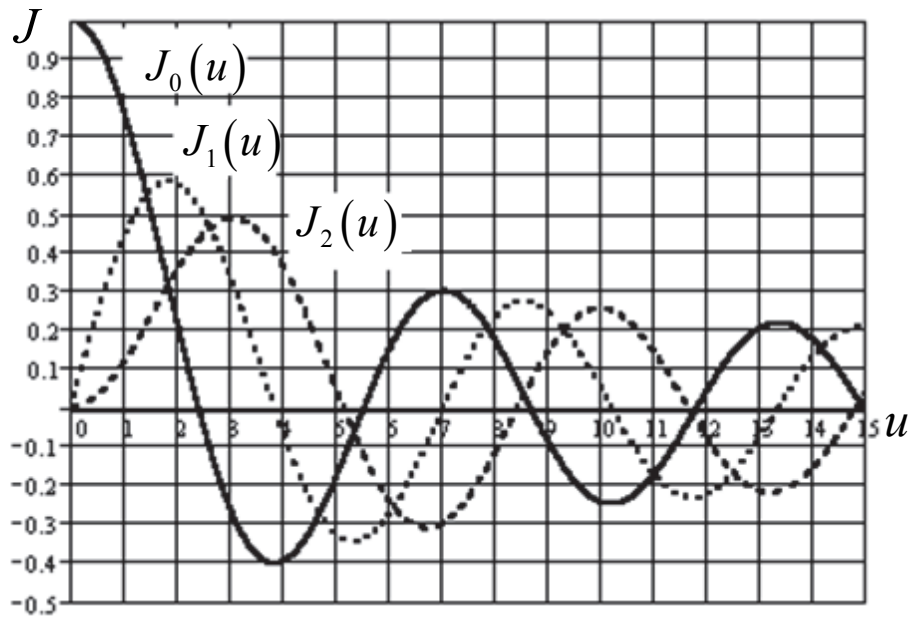


Рис. 11.2. Функции Бесселя первого рода порядка m

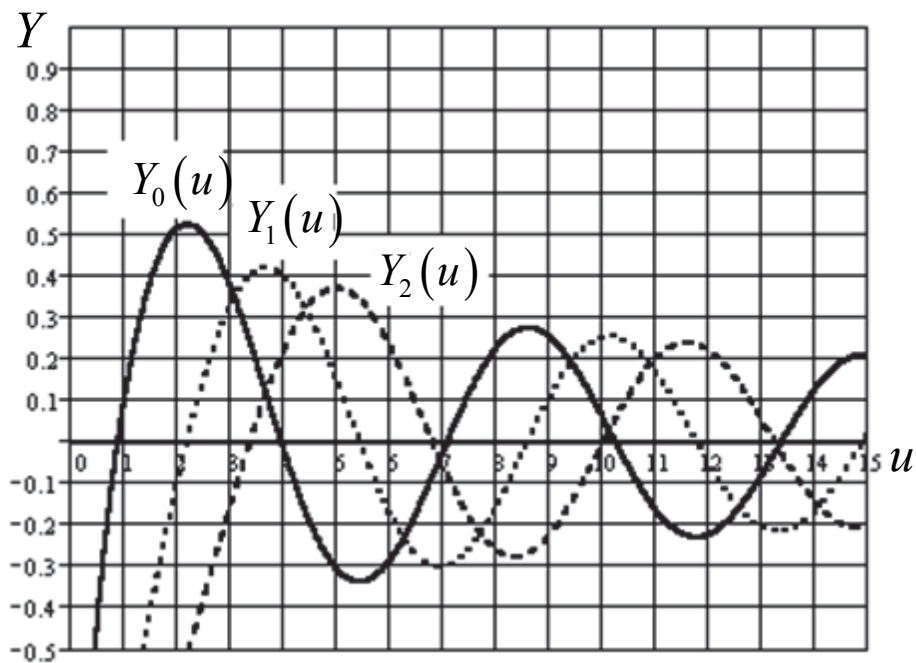


Рис. 11.3. Функции Бесселя второго рода порядка m

Для определения собственного числа мембранного уравнения k_s воспользуемся **уравнением 2 из табл. 7.1** (граничные условия), с. 96.

Для волн типа «E» граничные условия

$$\left[\psi(r, \varphi) \right]_c = \psi(r, \varphi) \Big|_{r=a} = D J_m(k_s a) \cos(m \varphi) = 0.$$

Отсюда следует, что $J_m(k_s a) = 0$.

Значения аргумента ($k_s a$), при которых функция Бесселя равна нулю, являются ее корнями и обозначаются $u_{mn} = k_s a$.

Тогда

$$k_s = \frac{u_{mn}}{a}, \quad (11.4)$$

где n – порядковый номер корня ($n = 1, 2, 3, \dots$) функции Бесселя порядка $m = 0, 1, 2, \dots$.

Зная k_s (собственные числа мембранного уравнения), можно определить критические $\lambda_{кр}$ длины волн типа «E» в круглом волноводе:

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{k_s} = \frac{2\pi a}{u_{mn}}. \quad (11.5)$$

Для волн типа «H» граничные условия имеют вид

$$\left(\frac{\partial \psi(r, \varphi)}{\partial n} \right)_c = \frac{\partial \psi(r, \varphi)}{\partial r} \Big|_{r=a} = D k_s J'_m(k_s a) \cos(m\varphi) = 0.$$

Отсюда следует, что $J'_{mn}(k_s a) = 0$.

Значения ($k_s a$) аргумента, при которых производная J'_m функции Бесселя равна нулю, являются корнями производной функции Бесселя и обозначаются $u'_{mn} = k_s a$.

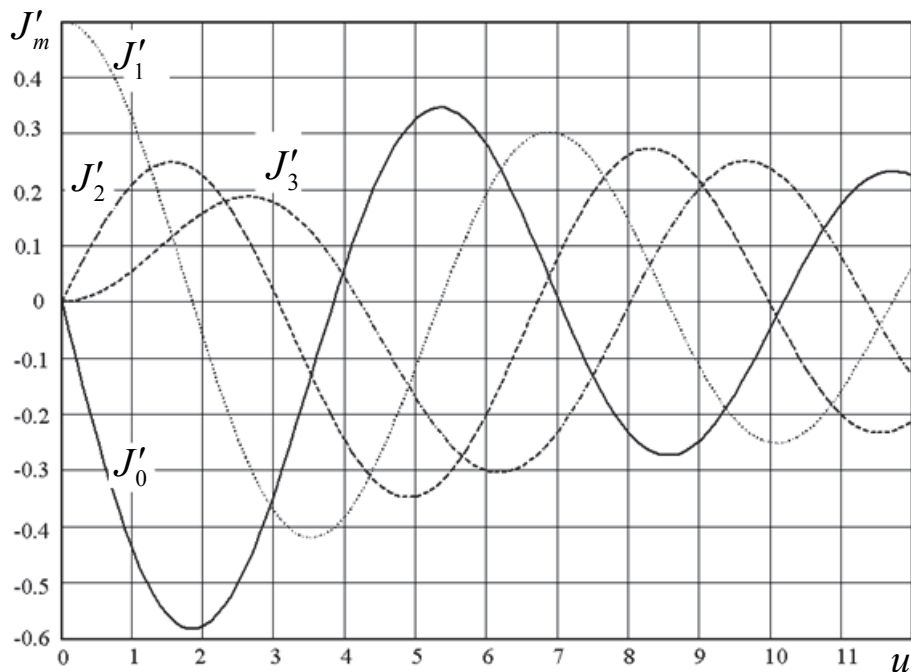


Рис. 11.4. Графики первой производной функций Бесселя

Тогда

$$k_s = \frac{u'_{mn}}{a}; \quad (11.6)$$

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{k_s} = \frac{2\pi a}{u'_{mn}}, \quad (11.7)$$

где n – порядковый номер ($n = 1, 2, 3, \dots$) корня производной функции Бесселя порядка m .

Производная функции Бесселя равна нулю в точках, где сама функция принимает экстремальные значения. Значения корней функций Бесселя и их производных находят по графикам функций Бесселя или по таблицам (табл. П3 и табл. П4 прил. 1). Графики первой производной функций Бесселя изображены на рис. 11.4.

Из анализа графиков функций Бесселя и их первой производной (соответственно рис. 11.2, 11.3 и 11.4) следует, что $J'_0(u) = -J_1(u)$.

Выражения для мгновенных значений продольных составляющих поля согласно **уравнению 3 из табл. 7.1** (с. 96) имеют следующий вид:

$$\dot{E}_z(r, \varphi, z, t) = DJ_m(k_s r) \cos(m\varphi) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}, \quad (11.8)$$

где $k_s = \frac{u_{mn}}{a}$ – для волн типа «E»;

$$\dot{H}_z(r, \varphi, z, t) = DJ_m(k_s r) \cos(m\varphi) e^{j\omega t - \dot{\gamma} z}, \quad (11.9)$$

где $k_s = \frac{u'_{mn}}{a}$ – для волн типа «H».

11.1.2. Определение поперечных составляющих поля электрических и магнитных волн

Для определения поперечных составляющих поля воспользуемся **формулами 5 из табл. 7.1** (с. 96).

Для волн типа «E»

$$\dot{\vec{E}}_s = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \nabla_s \dot{E}_z.$$

Записывая $\dot{\vec{E}}_s$ и ∇_s в цилиндрической системе координат, получаем

$$\vec{r}^0 \dot{E}_r + \vec{\varphi}^0 \dot{E}_\varphi = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \left(\vec{r}^0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \vec{\varphi}^0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi} \right).$$

Приравнивая одноименные составляющие векторов, находим

$$\dot{E}_r = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r}; \quad (11.10)$$

$$\dot{E}_\varphi = -\frac{\dot{\gamma}}{k_s^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi}. \quad (11.11)$$

Согласно выражению 6 из табл. 7.1 (с. 96)

$$\bar{r}^0 \dot{H}_r + \bar{\varphi}^0 \dot{H}_\varphi = \frac{1}{\dot{\rho}_E} \left[\bar{z}^0, \bar{r}^0 \dot{E}_r + \bar{\varphi}^0 \dot{E}_\varphi \right] = \frac{1}{\dot{\rho}_E} \bar{\varphi}^0 \dot{E}_r - \frac{1}{\dot{\rho}_E} \bar{r}^0 \dot{E}_\varphi.$$

Приравнивая одноименные составляющие векторов, получаем

$$\dot{H}_r = -\frac{1}{\dot{\rho}_E} \dot{E}_\varphi; \quad (11.12)$$

$$\dot{H}_\varphi = \frac{1}{\dot{\rho}_E} \dot{E}_r. \quad (11.13)$$

Подставим выражение (11.8) в (11.10), а полученные результаты в формулу (11.13) и, учитывая то обстоятельство, что при $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$ постоянная распространения $\dot{\gamma} = j\beta$, и то, что $\frac{\dot{\gamma}}{k_s} = \frac{j\beta}{k_s} = j \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}}$, получим выражения для мгновенных значений составляющих поля волн E_{mn} в комплексной форме.

Взяв от этих выражений реальную часть, запишем выражения для составляющих поля волн E_{mn} в круглом волноводе в вещественной форме:

$$\begin{aligned} E_z &= D J_m(k_s r) \cos(m\varphi) \cos(\omega t - \beta z); \\ E_r &= D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} J'_m(k_s r) \cos(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z); \\ E_\varphi &= -m D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} \frac{J_m(k_s r)}{k_s r} \sin(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z); \\ H_r &= \frac{m}{\rho_E} D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} \frac{J_m(k_s r)}{k_s r} \sin(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z); \\ H_\varphi &= \frac{1}{\rho_E} D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} J'_m(k_s r) \cos(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z). \end{aligned} \quad (11.14)$$

Поперечные составляющие поля волн H_{mn} определяют по такой же схеме. Окончательно выражения для составляющих поля волн H_{mn} в вещественной форме записи имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 H_z &= D J_m(k_s r) \cos(m\varphi) \cos(\omega t - \beta z); \\
 H_r &= D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} J'_m(k_s r) \cos(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z); \\
 H_\varphi &= -mD \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} \frac{J_m(k_s r)}{k_s r} \sin(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z); \\
 E_r &= -\rho_H m D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} \frac{J_m(k_s r)}{k_s r} \sin(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z); \\
 E_\varphi &= -\rho_H D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} J'_m(k_s r) \cos(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z), \tag{11.15}
 \end{aligned}$$

где $k_s = \frac{u'_{mn}}{a}$.

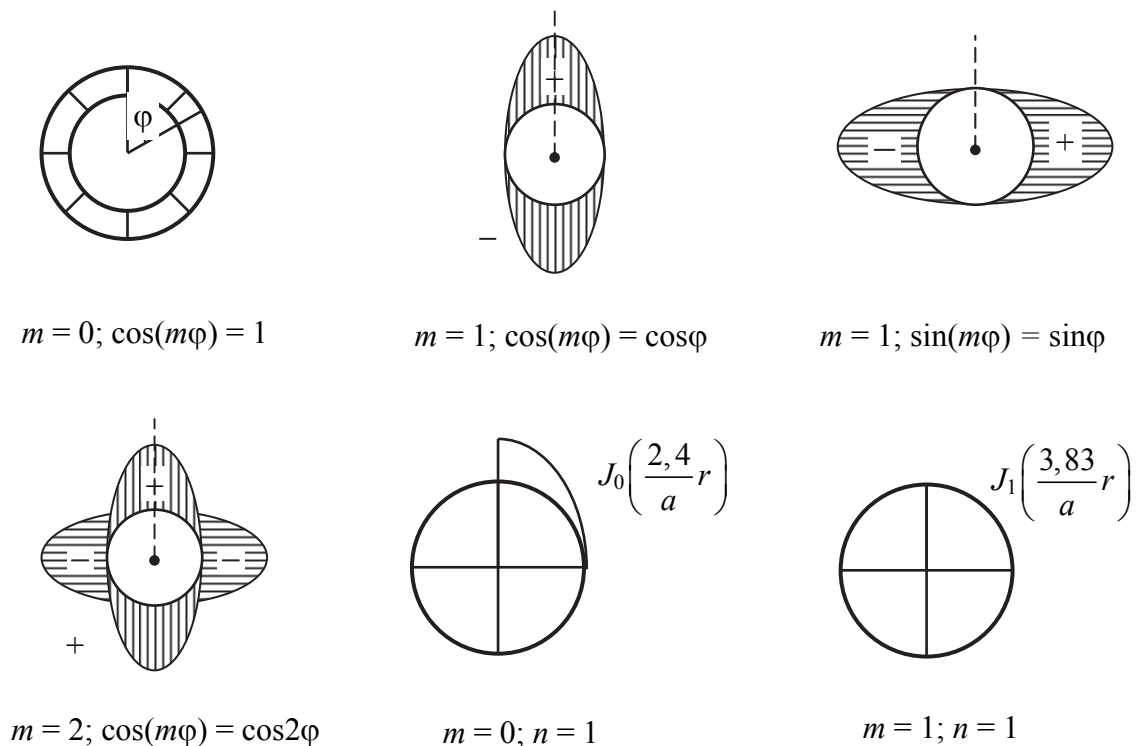


Рис. 11.5. Распределение поля в поперечном сечении вдоль радиуса r

Из анализа выражений (11.14) и (11.15) можно сделать следующие выводы:

1. В круглых волноводах может распространяться целый спектр бегущих волн типа E_{mn} и H_{mn} , отличающихся между собой парами индексов m и n . Для этого достаточно, чтобы выполнялось следующее условие $\lambda < \lambda_{кр}$.

2. Распределение поля в поперечном сечении вдоль радиуса r определяется функциями Бесселя первого рода, их первой производной или отношением $\frac{J_m(k_s r)}{k_s r}$, а по угловой координате φ – функциями $\cos(m\varphi)$ или $\sin(m\varphi)$ – см. рис. 11.5.

3. В обозначениях составляющих полей E_{mn} и H_{mn} индекс m , с одной стороны, указывает на порядок функции Бесселя первого рода и их производных, а с другой – определяет количество полных вариаций (пространственных периодов) поля по угловой координате φ . Индекс n определяет порядковый номер корня функции Бесселя или ее первой производной.

11.2. Диаграмма типов волн в круглом волноводе.

Выбор размеров волновода

В круглом волноводе для волн типа E_{mn} $\lambda_{кр} = \frac{2\pi a}{u_{mn}}$, а для волн типа H_{mn} $\lambda_{кр} = \frac{2\pi a}{u'_{mn}}$. Рассчитав значения для различных типов волн $\lambda_{кр}$ (результаты расчетов см. в табл. 11.1), построим диаграмму типов волн в порядке убывания значения их критических длин волн $\lambda_{кр}$ (рис. 11.6).

Таблица 11.1

Рассчитанные значения $\lambda_{кр}$ для различных типов волн

E_{mn}	U_{mn}	$\lambda_{кр}, a$	H_{mn}	U'_{mn}	$\lambda_{кр}, a$
E_{01}	2,405	2,61	H_{01}	3,832	1,64
E_{02}	5,52	1,14	H_{02}	7,016	0,898
E_{11}	3,832	1,64	H_{11}	1,841	3,41
E_{12}	7,016	0,898	H_{12}	5,332	1,18
E_{21}	5,136	1,22	H_{21}	3,054	2,06
E_{22}	8,417	0,747	H_{22}	6,706	0,94

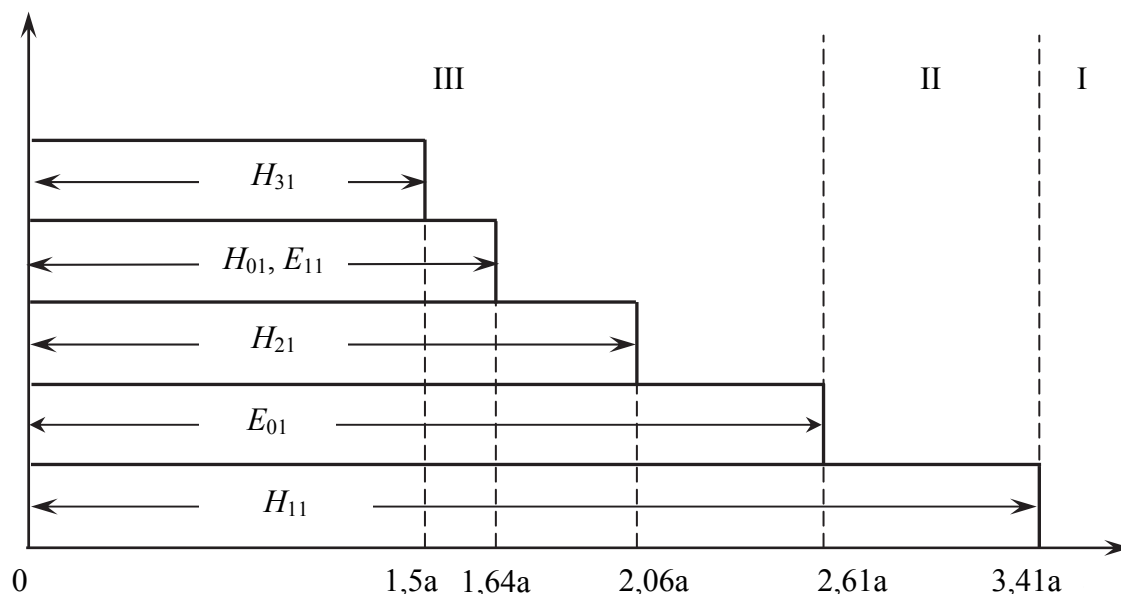


Рис. 11.6. Диаграмма типов волн в порядке убывания значения их критических длин волн $\lambda_{кр}$

Из рис. 11.6 следует:

- основным типом волны в круглом волноводе является волна типа H_{11} ;
- чтобы в круглом волноводе мог распространяться тот или иной тип волны, необходимо выбирать соответствующие размеры круглого волновода (размер a).

При выборе размеров круглого волновода должны быть учтены те же требования, что и при выборе размеров прямоугольного волновода, но расчет размеров круглого волновода проще, так как его поперечное сечение характеризуется лишь одним размером – радиусом a .

Требования к круглым волноводам в отношении затухания ЭМВ обычно не являются жесткими, так как в волноводных трактах используются в основном короткие отрезки круглых волноводов.

Чаще других в круглых волноводах используются волны H_{11} и E_{01} .

При работе на волне H_{11} диаметр круглого волновода выбирается так, чтобы волна E_{01} не проходила. Для этого, как следует из диаграммы типов волн (рис. 11.6), необходимо обеспечить выполнение условия $2,61a < \lambda < 3,41a$.

Отсюда вытекает, что радиус a волновода должен быть приблизительно равен одной трети средней рабочей длины волны, т. е. $a \approx \lambda_{ср} / 3$.

Если же используется волна E_{01} , необходимо удовлетворить другому неравенству: $2,06a < \lambda < 2,61a$, откуда радиус круглого волновода $a \approx \lambda_{ср} / 2,33$.

11.3. Структура полей волн в круглом волноводе

Структура поля волны E_{01} .

Для построения структуры поля в волноводе воспользуемся методикой, приведенной в подпараграфе 9.3.1. Для волны E_{01} индекс $m = 0$ и $n = 1$.

Используя выражения (11.14) компонент полей для волн типа E_{mn} , запишем математические выражения при $m = 0$ и $n = 1$:

$$E_z = D J_0(k_s r) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_r = \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J'_0(k_s r) \sin(\omega t - \beta z);$$

$$H_\varphi = \frac{1}{\rho_{E_{01}}} \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J'_0(k_s r) \sin(\omega t - \beta z);$$

где $k_s = \frac{U_{01}}{a} = \frac{2,405}{a}$.

Зная известное равенство $J'_0(u) = -J_1(u)$, перепишем полученные выражения в следующем виде:

$$E_z = D J_0\left(\frac{2,405}{a} r\right) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_r = -\frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J_1\left(\frac{2,405}{a} r\right) \sin(\omega t - \beta z);$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{\rho_{E_{01}}} \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J_1\left(\frac{2,405}{a} r\right) \sin(\omega t - \beta z).$$

Волна E_{01} имеет три отличные от нуля и не зависящие от φ компоненты поля (две составляющие электрического и одну составляющую магнитного поля). Поэтому поле симметрично относительно оси z .

Зависимость компонент от координаты r определяется функциями Бесселя $J_0(k_s r)$ и $J_1(k_s r)$.

Поскольку магнитное поле \vec{H} имеет одну составляющую, то целесообразно структуру поля строить в следующем порядке:

- сначала построим распределение составляющих магнитного поля \vec{H} по координатам r, φ, z ;
- затем построим структуру магнитных силовых линий \vec{H} в поперечном и продольном сечениях волновода;

- далее построим силовые линии плотности токов смещения $\vec{J}_{см}$, поскольку магнитное поле \vec{H} замыкается вокруг них по правилу правого буравчика;

- и, наконец, сдвинув структуру плотности токов смещения $\vec{J}_{см}$ в сторону отрицательных значений оси z на величину $\lambda_b/4$, построим структуру электрических силовых \vec{E} линий.

Магнитное поле имеет одну компоненту H_ϕ . Поскольку H_ϕ не зависит от координаты ϕ , магнитные линии представляют собой замкнутые кольца (концентрические окружности), расположенные в поперечной плоскости (рис. 11.7), а густота их распределения вдоль координаты r определяется функцией $J_1\left(2,405\frac{r}{a}\right)$, т. е. интенсивность магнитных линий в центре волновода равна нулю и максимальна вблизи поверхности волновода.

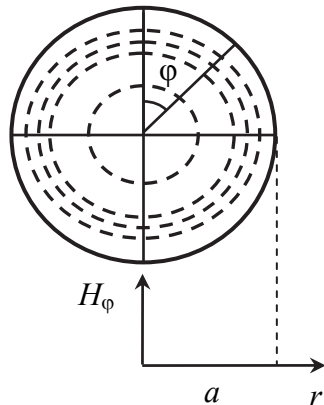


Рис. 11.7. Магнитное поле волны H_ϕ и ее магнитные линии в виде окружностей, расположенных в поперечной плоскости

В продольной плоскости распределение компоненты H_ϕ вдоль координаты z определяется функцией $\sin(\omega t - \beta z)$ – рис. 11.8.

Построим силовые линии плотности токов смещения $\vec{J}_{см}$, поскольку магнитное поле \vec{H} замыкается вокруг них по правилу правого буравчика.

Сдвинув структуру плотности токов смещения $\vec{J}_{см}$ в сторону отрицательных значений оси z на величину $\lambda_b/4$, построим структуру электрических силовых линий \vec{E} .

Возбуждение и отбор энергии, переносимой волной E_{01}^0 , проще всего осуществить посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля через торцевую стенку (рис. 11.10).

При передаче энергии на волне E_{01}^0 необходимо предусмотреть подавление волны основного типа H_{11} . Это связано с тем, что волна H_{11} может существовать одновременно с E_{01}^0 (см. рис. 11.6), что нежелательно.

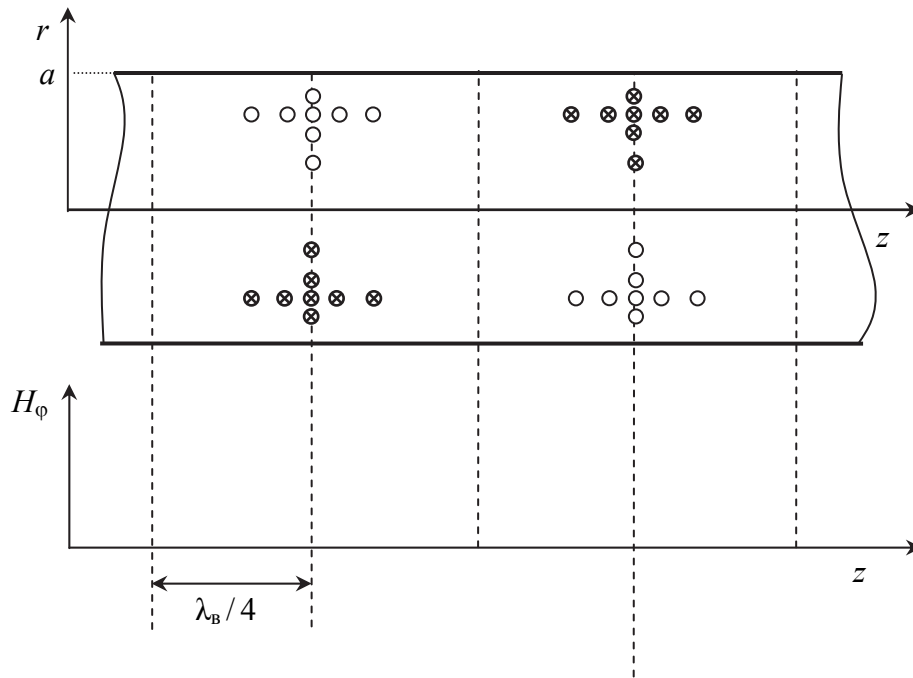


Рис. 11.8. Распределение компоненты H_φ вдоль координаты z

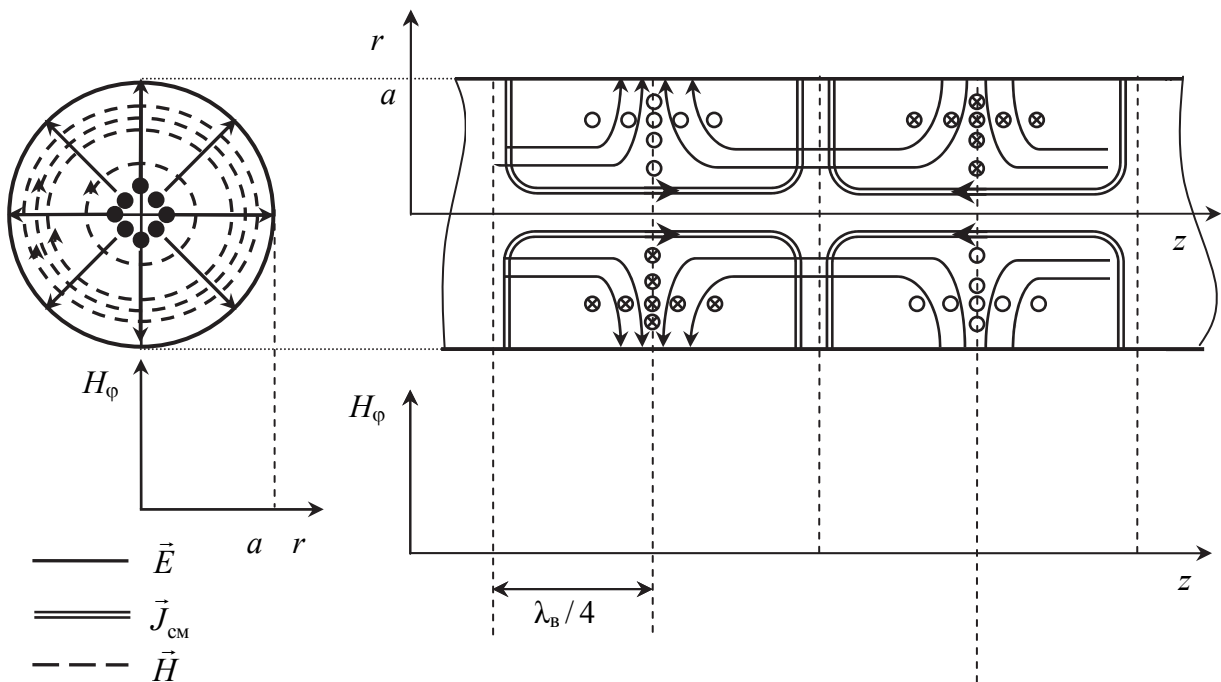


Рис. 11.9. Структура электромагнитного поля волны E_{01} в поперечной и продольной плоскостях

Из анализа рис. 11.9 видно, что структура ЭМП волны E_{01}^0 обладает осевой симметрией. Это позволяет использовать ее во вращающихся сочленениях.

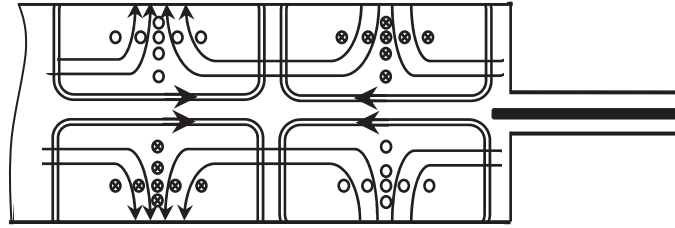


Рис. 11.10. Возбуждение и отбор энергии, переносимой волной E_{01} , посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля через торцевую стенку волновода

Структура поля волны H_{01} .

Для построения структуры поля в волноводе воспользуемся методикой, приведенной в подпараграфе 9.3.1. Для волны типа H_{01}^0 индекс $m = 0$ и $n = 1$.

Используя выражения компонент полей для волн типа H_{mn} , запишем математические выражения при $m = 0$, $n = 1$ и $k_s = \frac{U'_{01}}{a} = \frac{3,83}{a}$, при этом следует учесть, что $J'_0(u) = -J_1(u)$:

$$H_z = DJ_0\left(\frac{3,83}{a}r\right) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_\varphi = \rho_{H_{01}^0} \frac{\lambda_{кр}}{\lambda_в} DJ_1\left(\frac{3,83}{a}r\right) \sin(\omega t - \beta z).$$

Как видно из полученных выражений, волна H_{01}^0 имеет одну компоненту E_φ , не зависящую от φ . Следовательно, электрические силовые линии расположены в поперечной плоскости и имеют вид концентрических окружностей (рис. 11.11), а густота их распределения вдоль координаты r определяется функцией $J_1\left(3,83\frac{r}{a}\right)$.

В продольной плоскости распределение компоненты E_φ вдоль координаты z определяется функцией $\sin(\omega t - \beta z)$ – рис. 11.12.

Структура плотности токов смещения $\vec{J}_{см}$ повторяет структуру электрического поля, опережая его вдоль направления распространения на $\lambda_в/4$, а магнитные силовые линии замыкаются вокруг тока смещения.

Так как волна H_{01} имеет вблизи стенок волновода только продольную составляющую поля ($\vec{H}_\tau = \vec{z}^0 H_z$), то линии поверхностного тока про-

проводимости ($\vec{J}_s = [\vec{n}^0, \vec{H}_z] = \vec{\phi}^0 H_z$) представляют из себя кольца радиуса a (рис. 11.13).

Поскольку линии поверхностного тока проводимости представляют собой кольца радиуса a , то при поперечном разрезе круглого волновода с волной H_{01} линии плотности поверхностного тока \vec{J}_s не будут пересекаться. Следовательно, очевидно преимущество применения этой волны во вращающихся сочленениях, предназначенных для канализации ЭМЭ от передатчика к вращающейся в азимутальной плоскости антенне.

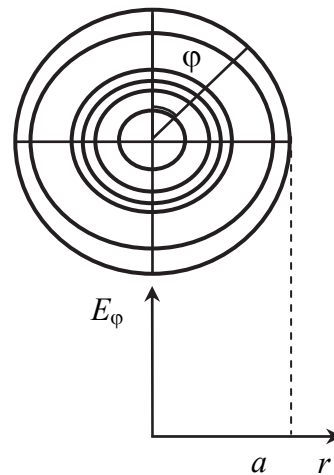


Рис. 11.11. Электрические силовые линии компоненты E_ϕ

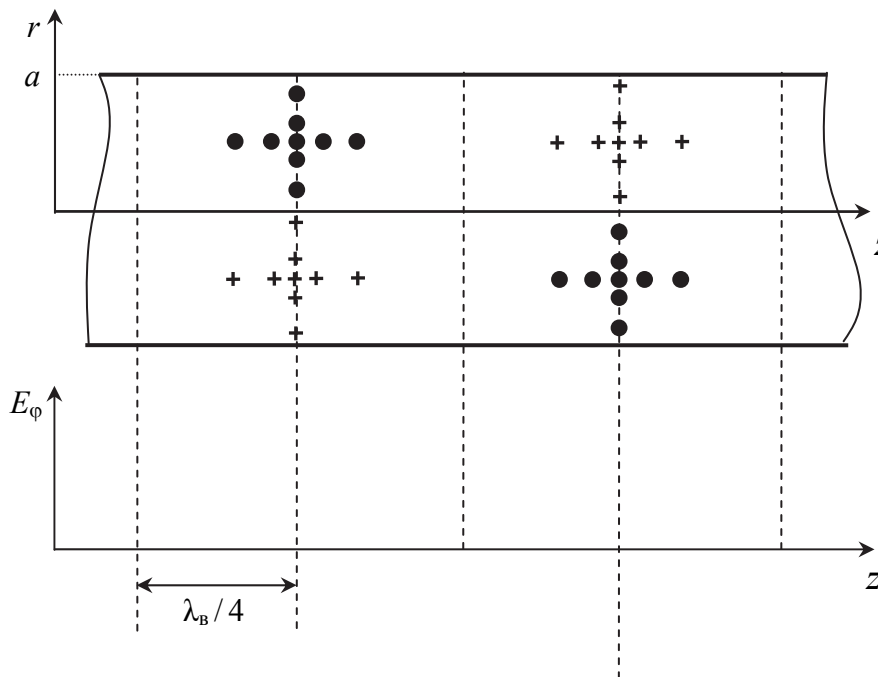


Рис. 11.12. Распределение компоненты E_ϕ вдоль координаты z

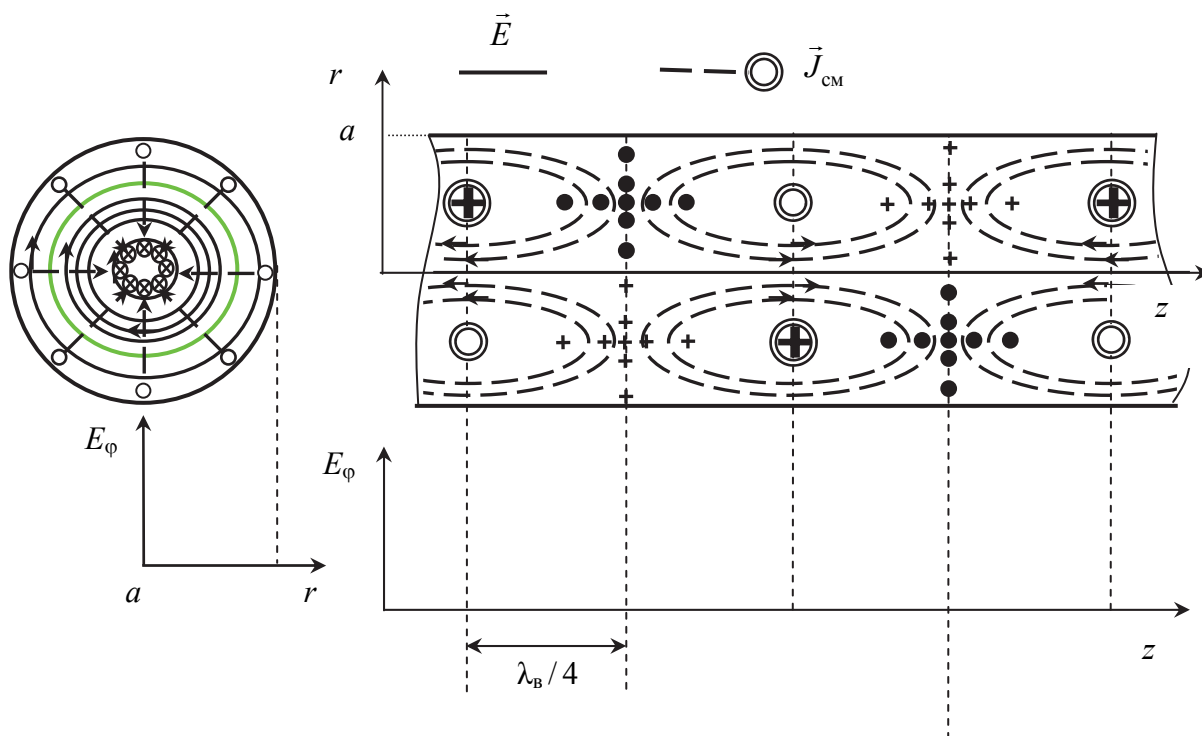


Рис. 11.13. Картина электромагнитного поля волны H_{01} в поперечной и продольной плоскостях

Концентрация магнитного поля волны H_{01} у стенок намного меньше, чем в центре волновода, поэтому, согласно выражению (10.1), коэффициент $\alpha_{\text{пм } H_{01}}$ затухания волны H_{01} мал. Это позволяет использовать волну H_{01} там, где недопустимы потери ЭМЭ в стенках волновода. При возрастании частоты, величина поверхностного тока проводимости уменьшается, а значит, уменьшается и величина затухания. Волна H_{01} применяется в круглых волноводах для построения линий связи в миллиметровом диапазоне длин волн. При этом обеспечивается малый коэффициент затухания и чрезвычайно широкая полоса частот.

Применение волны H_{01} вызывает немалые трудности, связанные с необходимостью подавления волн H_{11} , E_{01} , H_{21} и E_{11} , которые являются низшими (см. рис. 11.6) волнами по отношению к H_{01} и могут существовать вместе с последней. Например, если внутреннюю поверхность волновода покрыть тонким слоем диэлектрика, то можно устранить волну E_{11} . Круглый волновод с рабочей волной H_{01} и устройствами подавления паразитных типов волн является очень дорогим.

Структура поля основной волны H_{11} .

Для построения структуры поля в волноводе воспользуемся методикой, приведенной в подпараграфе 9.3.1. Для волны типа H_{11}^0 индекс $m = 1$ и $n = 1$.

Используя выражения (9.11) компонент полей для волн типа H_{mn} , запишем математические выражения при $m = 1, n = 1, k_s = \frac{U'_{11}}{a} = \frac{1,84}{a}$:

$$H_z = D J_1 \left(\frac{1,84}{a} r \right) \cos \varphi \cdot \cos (\omega t - \beta z);$$

$$H_r = \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J'_1 \left(\frac{1,84}{a} r \right) \cos \varphi \cdot \sin (\omega t - \beta z);$$

$$H_\varphi = -D \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} \frac{J'_1 \left(\frac{1,84}{a} r \right)}{\frac{1,84}{a} r} \sin \varphi \cdot \sin (\omega t - \beta z);$$

$$E_r = \rho_H \cdot H_\varphi; \quad E_\varphi = -\rho_H \cdot H_z.$$

Волна H_{11} имеет все пять составляющих поля и ее структуру точно построить сложно. Поэтому структуру поля волны H_{11} построим качественно, исходя из следующих соображений.

Волна H_{11} имеет две составляющие электрического поля E_r и E_φ , которые находятся в поперечном сечении волновода. Следовательно, электрические силовые линии должны располагаться в поперечном сечении.

Кроме того, электрические \vec{E} силовые линии должны подходить к стенкам волновода перпендикулярно, согласно граничным условиям на границе с идеальным проводником. Следовательно, силовые линии электрического поля \vec{E} в поперечном сечении волновода можно изобразить в виде, показанном на рис. 11.14.

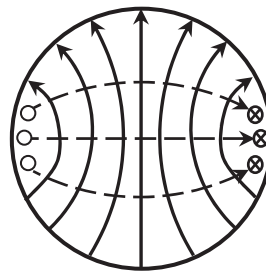


Рис. 11.14. Силовые линии электрического поля \vec{E} в поперечном сечении волновода

По силовым линиям электрического поля \vec{E} можно найти силовые линии плотности токов смещения $\vec{J}_{\text{см}}$, которые повторяют картину силовых линий электрического поля, но смещенную в сторону положительных значений z на величину $\lambda_{\text{в}}/4$.

После построения силовых линий плотности токов смещения $\vec{J}_{\text{см}}$, замкнув вокруг них по правилу правого буравчика магнитные силовые линии \vec{H} , получим качественную картину поля волны H_{11} в круглом волноводе (рис. 11.15).

Поле основной волны H_{11}^0 в круглом волноводе сходно с полем основной волны H_{10}^0 . Поэтому, если прямоугольный волновод плавно переходит в круглый, структура электромагнитного поля волны H_{10}^0 будет плавно трансформироваться в структуру поля волны H_{11}^0 . Такой плавный переход называют трансформатором типов волн $H_{10}^0 \Leftrightarrow H_{11}^0$.

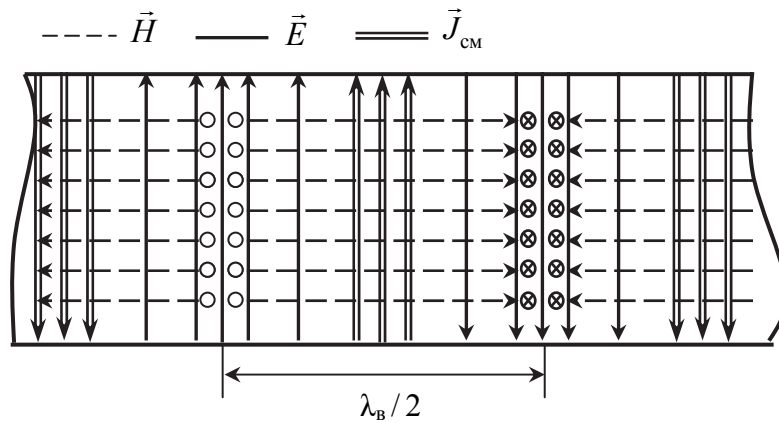


Рис. 11.15. Картина поля волны H_{11} в круглом волноводе

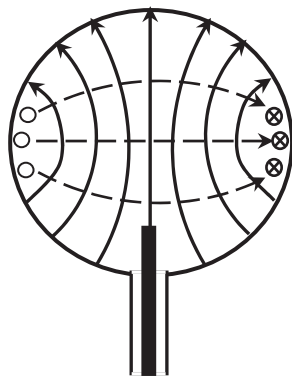


Рис. 11.16. Возбуждение основной H_{11}^0 волны круглого волновода посредством штыря

Возбуждение основной H_{11}^0 волны круглого волновода проще всего осуществить посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля (рис. 11.16).

Мощность, переносимая волной H_{11} по круглому волноводу, рассчитывается по формуле

$$P = \frac{E_m^2}{1590} S \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2},$$

где E_m – амплитуда вектора \vec{E} на оси волновода,
 S – площадь поперечного сечения.

Структура поля волны E_{11} .

Из электрических волн в круглом волноводе низшей является волна E_{01} . Магнитные силовые линии имеют вид концентрических окружностей. Электрические силовые линии начинаются и заканчиваются на внутренней стороне волновода. Волна E_{01} имеет круговую симметрию и широко используется в волноводных вращающихся соединениях РЛС кругового или секторного обзора. Сравнивая между собой волну E_{11} (рис. 11.17) в прямоугольном волноводе и волну E_{01} в круглом, можно обнаружить большое сходство. Волну E_{11} можно преобразовать в волну E_{01} тем же способом, что и при преобразовании волны H_{10} в волну H_{11} .

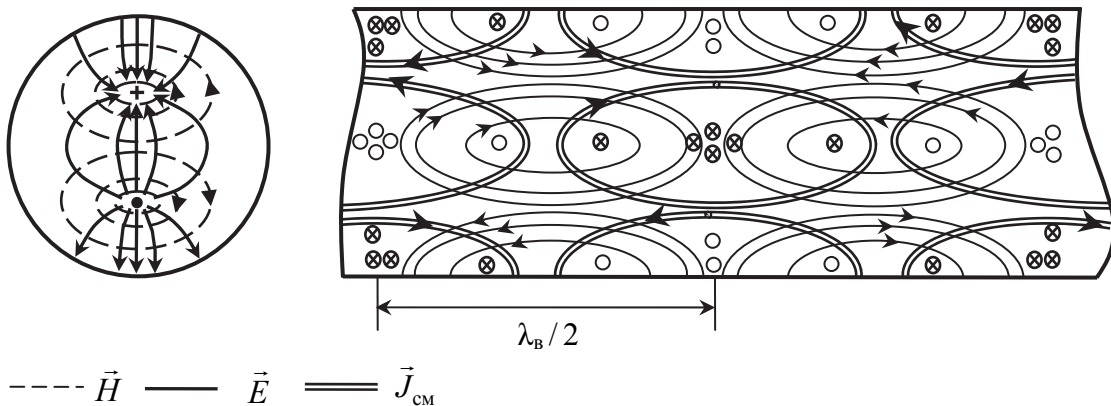


Рис. 11.17. Структура поля волны E_{11}

Для волн E_{11} существуют области, где затухание минимально. При приближении к критическим частотам затухание увеличивается, так как растет число отражений плоских волн от внутренней поверхности волновода. При увеличении частоты от области минимального затухания потери возрастают за счет поверхностного эффекта. На высоких частотах это происходит не по всему поперечному сечению волновода, а лишь по тонкому поверхностному слою. При длине волны 10 см толщина проводящего поверхностного слоя составляет примерно 1 мкм. В миллиметровом диапазоне эта величина уменьшается до десятых долей микрона.

Свойство круговой симметрии волны E_{01} имеет важное практическое значение при построении волноводных вращающихся сочленений в антенно-волноводных трактах обзорных РЛС РТВ и подвижных радиовысотометров (ПРВ).

11.4. Конструкция круглых волноводов

Круглые волноводы могут иметь как жесткую, так и гибкую конструкцию. Жесткие волноводы изготавливаются из металлических или пластмассовых труб (с внутренним металлическим покрытием) в виде отрезков с соединительными фланцами.

Изготовление круглого волновода из отдельных взаимно изолированных металлических колец производится не только для придания гибкости волноводу, но главным образом для ликвидации условий распространения всех нежелательных типов волн, кроме волны H_{01} . Дело в том, что потери энергии сигнала, передаваемого на волне H_{01} , можно разложить на две составляющие:

- тепловые потери непосредственно волны H_{01} ;
- потери на перерождение волны H_{01} в нерабочие типы (E_{11} , H_{11} , H_{21} и т. п.), которые не обладают аномальным характером затухания.

Анизотропная проводимость стенок волновода из колец приводит к тому, что все типы волн, имеющие продольные составляющие векторов плотности токов проводимости \vec{J}_s (такие составляющие имеют все типы волн, кроме H_{01}), не могут распространяться в таком волноводе, а волна H_{11} не имеет продольных токов и потому распространяется беспрепятственно.

Для улучшения технологичности изготовления волноводов с поперечными разрезами вместо колец применяется плотная поперечная спиральная навивка из тонкого проводника. В результате получается спиральный волновод, шаг спирали которого значительно меньше диаметра волновода. Поэтому электрические свойства такого волновода мало отличаются от свойств волновода из колец.

Одним из недостатков линии передачи на круглом волноводе с основной волной H_{11} является неустойчивость поляризации: из-за неоднородностей, изгибов и т. п. структура поля может повернуться вокруг продольной оси. Тем самым нормальная работа линии передачи может быть нарушена. Для устранения этого недостатка поперечное сечение круглого волновода деформируют, делают его эллиптическим с небольшим эксцентриситетом. Электрические свойства такого волновода оказываются промежуточными между свойствами круглого и прямоугольного волноводов.

Для придания определенной гибкости сплошному круглому (или эллиптическому) волноводу его делают гофрированным. Амплитуда (глубина) гофра значительно меньше диаметра волновода. Иногда такие волноводы изготавливаются в виде отрезков большой длины, а затем наматываются на специальные барабаны, что значительно упрощает прокладку протяженных линий передачи. Затухание в гофрированных волноводах несколько выше, чем в гладких.

11.5. Диэлектрический волновод

Круглым диэлектрическим волноводом называют направляющую систему, выполненную из диэлектрического стержня (рис. 11.18).

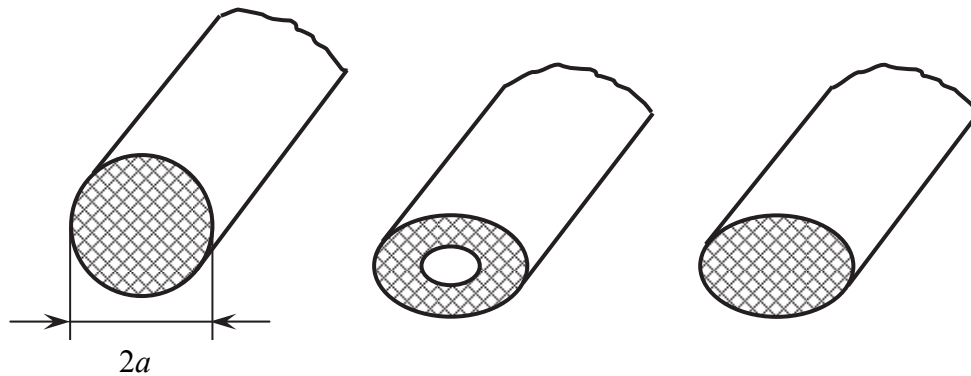


Рис. 11.18. Диэлектрические волноводы с круглой формой поперечного сечения

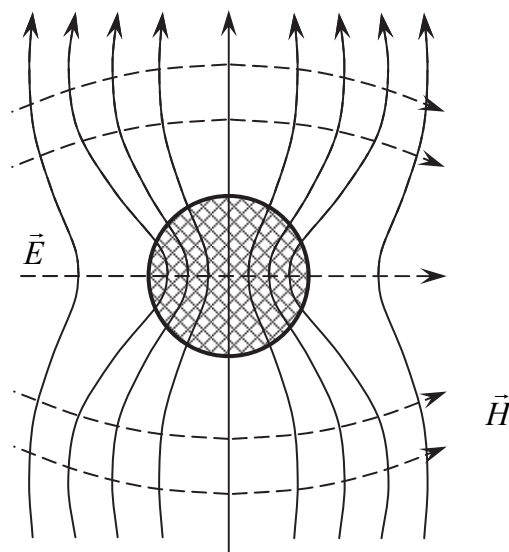


Рис. 11.19. Структура поля волны HE_{11}

Поля в таких волноводах обозначаются символом HE_{mn} . В пределах диэлектрического цилиндра структуры этих полей близки к структурам полей H_{mn} и E_{mn} в круглом волноводе и индекс n обозначает число полупериодов изменения поля на радиусе a диэлектрического цилиндра.

Рассмотрим рис. 11.19 со структурой поля волны HE_{11} . В этом поле существенно преобладает поле H_{11} над полем E_{11} .

Как видим, направляемые волны переносят часть мощности в диэлектрике, а другую часть – в окружающем пространстве, которое, являясь сухим воздухом, имеет малые тепловые потери. Тепловые потери такой направляющей системы определяются только проводимостью диэлектрика.

Данный факт, а также появление диэлектриков с очень малыми тепловыми потерями в диапазоне $0,1 \text{ мм} \leq \lambda \leq 10 \text{ мм}$ привело к широкому применению диэлектрических волноводов, которые применяются как линии передачи ЭМЭ в оптическом диапазоне волн и как элементы антенных систем.

В диэлектрических волноводах, применяемых в качестве линий передачи, используется волна с линейной поляризацией, и их делают, как правило, либо эллиптическими, либо прямоугольными для обеспечения устойчивости плоскости поляризации. Достоинством диэлектрического волновода по сравнению с металлическим является то, что коэффициент затухания ЭМЭ в диэлектрике $\alpha_{\text{пл}} \sim \omega$ (для сравнения, коэффициент затухания ЭМЭ в металле $\alpha_{\text{пм}} \sim \omega^{1,5}$).

В диэлектрических волноводах, используемых в качестве элементов антенн бегущих волн, используется волна HE_{11} с круговой или линейной поляризацией.

Для передачи ЭМВ в миллиметровом диапазоне и световых волн применяются диэлектрические волноводы и оптические волокна.

Термин «оптическое волокно» характеризует один из типов диэлектрических волноводов, направляющих световые волны.

Один из типов оптических волокон показан на рис. 11.20 и называется волоконном в оболочке. Здесь $n_1 > n_2$.

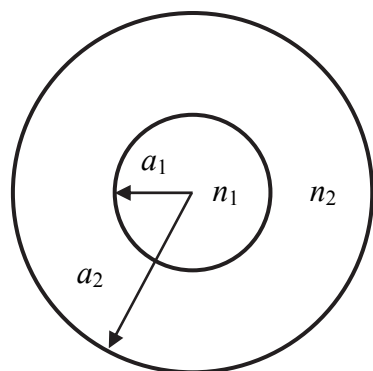


Рис. 11.20. Оптическое волокно типа «волокно в оболочке»

Для одноволнового режима необходимо, чтобы отношение $\frac{n_1}{n_2}$ было как можно ближе к единице, а размер a_1 был как можно меньше ($a_1 \leq 0,5$ мкм).

Световые волны распространяются в основном в диэлектрике с показателем преломления n_2 .

11.6. Сравнение прямоугольных и круглых волноводов

Основное преимущество прямоугольных волноводов заключается в том, что они более диапазонны, чем круглые. Так, максимальное (теоретическое) перекрытие по диапазону $\left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}\right)$ при передаче энергии основной волной в прямоугольном волноводе $\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = 1,64$, а в круглом волноводе – только 1,3.

Второе преимущество прямоугольных волноводов состоит в том, что в них устойчивая поляризация поля, а в круглых волноводах при деформации стенок возможен «паразитный» поворот плоскости поляризации. Следовательно, прямоугольные волноводы менее чувствительны к деформации, чем круглые, поэтому они нашли в настоящее время более широкое применение.

КОАКСИАЛЬНЫЕ И ПОЛОСКОВЫЕ ВОЛНОВОДЫ

12.1. Коаксиальные волноводы

В длинноволновой части сантиметрового диапазона, а также на более длинных волнах, вплоть до постоянного тока, широко применяются коаксиальные волноводы, в которых поле распространяется в диэлектрике, заполняющем пространство между двумя проводящими круговыми цилиндрами с общей осью (рис. 12.1).

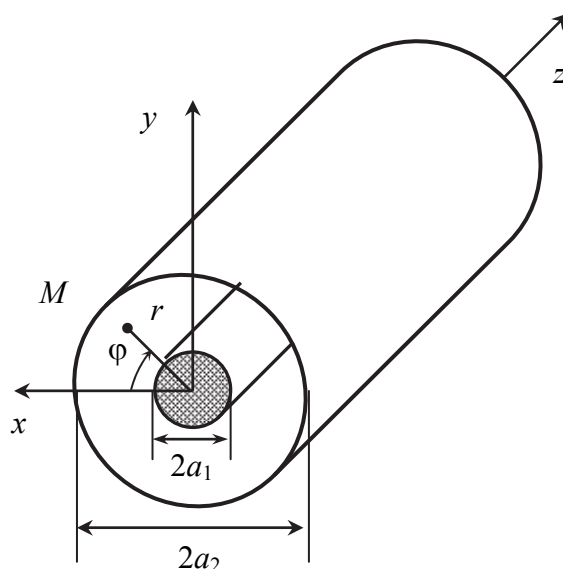


Рис. 12.1. Конструкция коаксиального волновода

Как следует из общей теории регулярного волновода [5], в коаксиальной линии кроме волн типа « E » и « H » возможна волна типа « T », распространяющаяся при любой частоте возбуждения и являющаяся основной волной. Именно она используется для передачи энергии, а волны типа « E » и « H » обычно исключаются соответствующим выбором поперечных размеров, поэтому далее будем рассматривать только волну типа « T ».

12.1.1. Основная волна в коаксиальном волноводе

Пусть коаксиальная линия образована двумя соосными проводящими цилиндрами, радиусы которых a_1 и a_2 ($a_1 < a_2$). Будем считать волновод идеальным: $\sigma_d = 0$, $\sigma_m = \infty$. Покажем, что волна типа « T » является основной.

Из общей теории линий передачи диапазона СВЧ известно (**уравнение 6 из табл. 7.1**, с. 96), что

$$\dot{\vec{H}}_s = \frac{j\omega\epsilon_a}{\dot{\gamma}} \left[\vec{z}^0, \dot{\vec{E}}_s \right]; \quad \dot{\vec{E}}_s = -\frac{j\omega\mu_a}{\dot{\gamma}} \left[\vec{z}^0, \dot{\vec{H}}_s \right],$$

откуда

$$\dot{\gamma} \dot{\vec{H}}_s = j\omega\epsilon_a \left[\vec{z}^0, \dot{\vec{E}}_s \right]; \quad \dot{\gamma} \dot{\vec{E}}_s = -j\omega\mu_a \left[\vec{z}^0, \dot{\vec{H}}_s \right].$$

Исключив из этой системы, например $\dot{\vec{H}}_s$, и воспользовавшись свойством двойного векторного произведения, получим

$$\dot{\gamma}^2 \dot{\vec{E}}_s = -\omega^2 \epsilon_a \mu_a \dot{\vec{E}}_s$$

или

$$\left(\dot{\gamma}^2 + \omega^2 \epsilon_a \mu_a \right) \dot{\vec{E}}_s = 0.$$

Поскольку для волн типа «Т» $\dot{\vec{E}}_s \neq 0$ ($\dot{\vec{E}}_z = 0, \dot{\vec{H}}_z = 0$), то в дисперсионном уравнении $\dot{\gamma}^2 + \omega^2 \epsilon_a \mu_a = k_s^2$ собственное число мембранного уравнения $k_s = 0$. Тогда критическая длина волны

$$\lambda_{кр T} = 2\pi / k_s = \infty.$$

Таким образом, волна типа «Т» имеет наибольшее значение $\lambda_{кр}$ и по определению является основной в коаксиальном волноводе.

12.1.2. Волна типа «Т» в коаксиальном волноводе

Найдем векторы \vec{E} и \vec{H} электромагнитной волны типа «Т». Анализ поля в коаксиальном волноводе, как и в круглом, лучше производить в цилиндрической круговой системе координат r, φ, z (рис. 12.1). Запишем в этой системе уравнение Лапласа:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = 0, \quad (12.1)$$

а также составляющие векторов \vec{E} и \vec{H} :

$$\dot{\vec{E}}_r = \vec{r}^0 \frac{dq}{dz} \frac{d\psi}{dr}; \quad (12.2)$$

$$\dot{\vec{E}}_\varphi = \vec{\varphi}^0 \frac{dq}{dz} \frac{1}{r} \frac{d\psi}{d\varphi}; \quad (12.3)$$

$$\dot{H}_r = \vec{r}^0 j\omega\epsilon_a \frac{q}{r} \frac{d\psi}{d\phi}; \quad (12.4)$$

$$\dot{H}_\phi = -\vec{\phi}^0 j\omega\epsilon_a q \frac{d\psi}{dr}. \quad (12.5)$$

Составляющая электрического поля \vec{E}_ϕ является касательной составляющей к внутреннему и внешнему проводникам коаксиальной линии передачи и в силу общих граничных условий $E_\tau = 0$ на контуре C должна быть равна нулю при $r = a_1, r = a_2$, т. е. $E_\phi = 0$ при $r = a_1, r = a_2$.

Подставляя в формулу (12.1) выражение (12.3) и сокращая на отличные от нуля множители, получаем, что

$$\frac{\partial\psi}{\partial\phi} = 0 \text{ при } r = a_1, r = a_2.$$

Равенство производной нулю свидетельствует о том, что функция $\psi(r, \phi)$ не зависит от угла ϕ при $r = a_1$ и при $r = a_2$. Это дает основание предположить, что функция ψ не зависит от ϕ также и при других значениях r , т. е. при $a_1 < r < a_2$, и является лишь функцией r : $\psi = \psi(r)$. Тогда из уравнения (12.1) находим

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial\psi}{\partial r} \right) = 0 \text{ или } r \frac{\partial\psi}{\partial r} = C_1.$$

Решение последнего дифференциального уравнения имеет следующий вид:

$$\psi = C_1 \ln r + C_2, \quad (12.6)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные.

Поскольку решение уравнения (12.6) удовлетворяет граничному условию $(\partial\psi/\partial\phi) = 0$, то найдено единственное решение и, следовательно, предположение о независимости ψ от координаты ϕ справедливо и далее будет использовано.

Подставляя уравнение (12.6) в (12.2)–(12.5), находим следующие выражения для поля волны типа «Т»:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_T = \dot{E}_r = \vec{r}^0 \dot{E}_m \frac{a_1}{r} e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_T = \dot{H}_\phi = \vec{\phi}^0 \frac{\dot{E}_m a_1}{\rho_c r} e^{-j\beta z}, \end{aligned} \right\} \quad (12.7)$$

где $\dot{E}_m = -\frac{j\beta AC_1}{a_1}$ – максимальная амплитуда напряженности электрического поля;

$\rho_c = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$ – характеристическое сопротивление.

При переходе от уравнений (12.2)–(12.5) к выражению (12.7) учтено, что $\dot{q}(z) = Ae^{-j\beta z}$ и $(\partial\psi/\partial\phi) = 0$. Структура волны типа «Т», рассчитанная по формулам (12.7), показана на рис. 12.2.

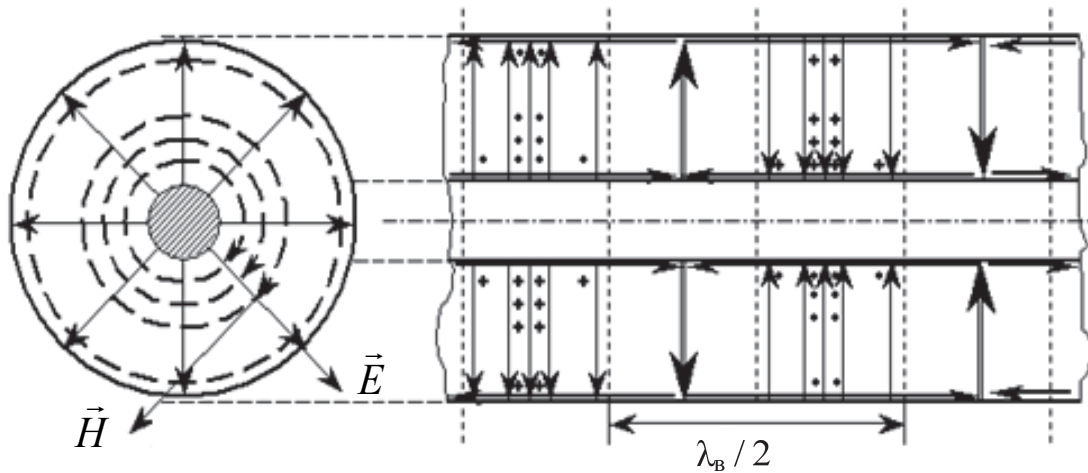


Рис. 12.2. Структура волны типа «Т»

Магнитное поле \vec{H} волны типа «Т» целиком поперечное, поэтому векторы плотности токов проводимости \vec{J}_s на внутреннем и внешнем цилиндрах только продольные, причем в одном и том же сечении их направления на внешнем и внутреннем цилиндрах противоположны (рис. 12.3).

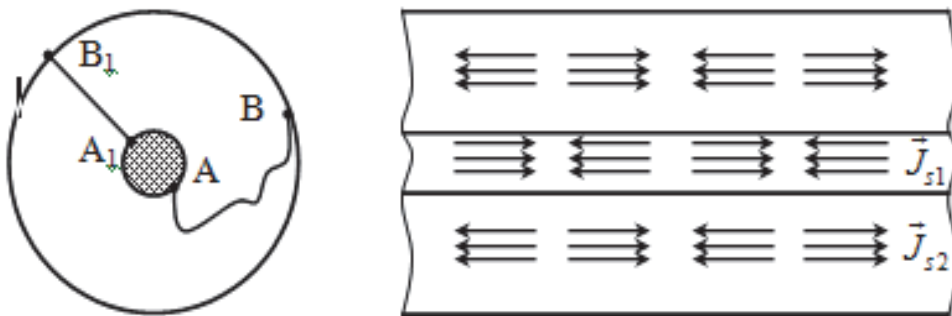


Рис. 12.3. Структура магнитного поля \vec{H} волны типа «Т»

Таким образом, знание структуры электрического и магнитного поля волны типа «Т» в коаксиальном волноводе позволяет произвести определение напряжения и тока, а также произвести расчет предельной мощности $P_{\text{пред}}$ для данного волновода.

12.1.3. Электрические характеристики коаксиального волновода с волной типа «Т»

Напряжение между проводниками.

Особенностью волны типа «Т» в любом многосвязном волноводе является то, что линейный интеграл $\int_L \dot{\vec{E}} d\vec{l}$ вдоль кривой L , лежащей в плоскости поперечного сечения, не зависит от формы пути интегрирования. Это обстоятельство позволяет однозначно вычислить напряжение U между проводящими цилиндрами коаксиальной линии. В качестве пути интегрирования целесообразно взять не произвольную кривую L , а отрезок A_1B_1 , направленный по радиусу (рис. 12.3). Учитывая, что $d\vec{l} = \vec{r}^0 dr$, получаем

$$\dot{U} = \int_L \dot{\vec{E}} d\vec{l} = \int_{a_1}^{a_2} \dot{E}_m \frac{a_1}{r} \vec{r}^0 e^{-j\beta z} \vec{r}^0 dr = \dot{E}_m a_1 \ln \frac{a_2}{a_1} e^{-j\beta z}. \quad (12.8)$$

Применение формулы $\dot{U} = \int_L \dot{\vec{E}} d\vec{l}$ для вычисления напряжения между различными точками волноводов с волнами типа «E» или «H» также возможно. Однако получающиеся результаты зависят как от формы пути интегрирования L , так и от положения начальной и конечной точек пути интегрирования.

В этом легко убедиться, вычислив напряжение между различными точками прямоугольного волновода, например, с волной H_{10} : можно получить любой результат в пределах от 0 до $b \cdot E_m$. Эта неоднозначность снижает практическую ценность понятия напряжения для волн типа «E» и «H».

Ток проводимости.

Так как в коаксиальном волноводе векторные линии плотности токов проводимости \vec{J}_s на цилиндрах параллельны друг другу, можно вычислить полный ток проводимости, и его величина будет однозначной.

Вычислим полный ток, протекающий по внутренней поверхности наружного цилиндра (рис. 12.3). Согласно граничным условиям, плотность поверхностного тока проводимости в некоторой точке численно равна напряженности касательной составляющей магнитного поля в этой точке:

$$j_{s2} = \dot{H}_\tau \Big|_{r=a_2} = \frac{\dot{E}_m}{\dot{\rho}_c} \frac{a_1}{a_2} e^{-j\beta z}.$$

Поскольку J_{s2} не зависит от угла φ , то полный ток получаем умножением J_{s2} на длину окружности поперечного сечения внешнего цилиндра:

$$\dot{I}_2 = 2\pi a_2 \cdot j_{s2} = \frac{\dot{E}_m}{\dot{\rho}_c} a_1 e^{-j\beta z}. \quad (12.9)$$

Легко убедиться, что полный ток, протекающий по внешней поверхности внутреннего цилиндра, $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$.

В линиях передачи, где в качестве рабочей используется волна либо типа « E », либо типа « H », также можно найти полные токи проводимости, текущие по стенкам. Как и при вычислении напряжений, при вычислении токов имеет место неоднозначность, но здесь она состоит в том, что одни типы волн имеют только продольные токи (все волны типа « E »), другие – только поперечные (например, волны H_{0n} в круглом волноводе), третьи – и продольные, и поперечные токи (например, волна H_{10} в прямоугольном волноводе).

Волновое сопротивление.

Однозначное определение напряжения и тока для волны типа « T » позволяет ввести так называемое волновое сопротивление (в отличие от характеристического сопротивления по полю $\rho_c = E_s / H_s$):

$$Z_B = \frac{U}{I_2} = \frac{\rho_c}{2\pi} \ln \frac{a_2}{a_1} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{a_2}{a_1} \approx \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{a_2}{a_1}. \quad (12.10)$$

Приводимые в справочниках данные о коаксиальных линиях содержат значения волновых сопротивлений, рассчитанных по формуле (12.10). Знание величины Z_B необходимо для согласования коаксиального волновода с нагрузкой и источником поля, например, генератором.

Выражение (12.10) позволяет найти волновое сопротивление при известных размерах линии и параметрах заполняющей среды. Часто необходимо решать и обратную задачу: при заданном значении волнового сопротивления и параметров среды определить размеры проводников. При этом размером внутреннего проводника задаются, а размеры внешнего находят

по выражению: $a_2 = a_1 \cdot 10^{\frac{-Z_B \sqrt{\epsilon}}{138}}$.

Длина волны в волноводе.

Поскольку промежуток между проводниками заполнен диэлектриком, то длина λ_B волны в коаксиальном волноводе оказывается меньше, чем λ_0 в свободном пространстве: $\lambda_B = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon}$.

Мощность, передаваемая по коаксиальному волноводу T -волной.
Для вычисления мощности используют формулу

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{2\rho_c} \int_{a_1}^{a_2} \int_0^{2\pi} \left| E_m \frac{a_1}{r} \right|^2 d\varphi r dr = \frac{\pi}{\rho_c} (E_m a_1)^2 \ln \frac{a_2}{a_1}. \quad (12.11)$$

Эту же формулу можно получить, используя выражения

$$P_{\text{ср}} = \frac{U^2}{2Z_{\text{в}}} = \frac{I^2 Z_{\text{в}}}{2},$$

широко применяемые в теории электрорадиоцепей. Следует иметь в виду, что они справедливы только для волн типа « T ».

Если напряженность E_m заменить предельной напряженностью $E_{\text{пред}}$, то получим формулу для расчета предельной мощности $P_{\text{пред}}$. В коаксиальной линии допустимая $P_{\text{доп}}$ мощность обычно много меньше $P_{\text{пред}}$ и зависит главным образом от способа крепления внутреннего проводника. Если линия жесткая с воздушным заполнением, а крепление осуществляется посредством четвертьволновых металлических изоляторов, то $P_{\text{доп}} \approx P_{\text{пред}} / 6$.

В случае крепления посредством диэлектрических опорных шайб $P_{\text{доп}} \approx P_{\text{пред}} / 20$.

Для гибких коаксиальных волноводов со сплошным диэлектрическим заполнением основную опасность представляет не электрический, а тепловой пробой, который обычно наступает раньше, чем электрический.

Затухание за счет потерь в металле и диэлектрике.

Приведем без вывода приближенные расчетные выражения для определения затухания $\alpha_{\text{п.м}}$ и $\alpha_{\text{п.д}}$ (дБ/м):

$$\alpha_{\text{п.м}} \approx \frac{8,686}{4\pi\rho_c} \left(\frac{R_{s1}}{a_1} + \frac{R_{s2}}{a_2} \right), \quad (12.12)$$

где R_{s1} и R_{s2} – поверхностные сопротивления материала внутреннего и внешнего проводников соответственно.

В том случае, когда внешний проводник не гладкий (сплошной), а представляет собой проволочную оплетку, величину поверхностного сопротивления R_{s2} следует увеличить в 2...3 раза (дБ/м):

$$\alpha_{\text{п.д}} \approx 8,886 \pi \sqrt{\varepsilon} \frac{\text{tg}\delta}{\lambda}. \quad (12.13)$$

12.2. Конструкции коаксиальных волноводов и выбор поперечных размеров

Коаксиальные волноводы выполняются в виде жестких и гибких конструкций. Жесткая линия состоит из внешнего и внутреннего жестких проводников, чаще всего в виде трубок.

Точное центрирование внутреннего проводника осуществляется либо с помощью четвертьволновых ($\lambda/4$) металлических изоляторов (рис. 12.4), либо, когда размеры четвертьволновых изоляторов оказываются неприемлемо большими (например, в метровом диапазоне), посредством диэлектрических опорных шайб (рис. 12.5).

Принцип действия четвертьволнового изолятора следует из свойств четвертьволнового короткозамкнутого отрезка⁶.

Пространство между цилиндрами заполняется воздухом, реже – инертным газом.

Гибкая коаксиальная линия (рис. 12.6) имеет наружный цилиндр в виде медной проволочной оплетки, а внутренний – чаще всего в виде жгута из нескольких тонких проводников.

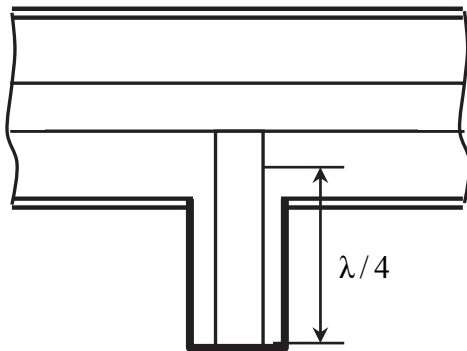


Рис. 12.4. Центрирование внутреннего проводника коаксиального волновода с помощью четвертьволновых металлических изоляторов

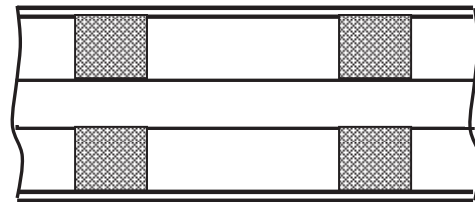


Рис. 12.5. Центрирование внутреннего проводника коаксиального волновода с помощью диэлектрических опорных шайб

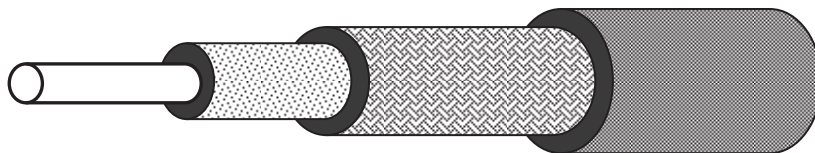


Рис. 12.6. Конструкция гибкой коаксиальной линии

⁶ Входное сопротивление четвертьволнового короткозамкнутого отрезка равно бесконечности.

Пространство между внутренним и внешним цилиндрами заполняется гибким диэлектриком, реже – плотно прилегающими друг к другу шайбами. Снаружи гибкая линия покрывается слоем хлорвинила или другого материала для защиты от механических повреждений и метеофакторов.

Гибкие линии по сравнению с жесткими, имеющими воздушное заполнение, обладают большими потерями и меньшим уровнем пропускаемой мощности.

При выборе поперечных размеров коаксиальной линии обычно учитывают следующие требования (одно или несколько):

- работа в заданном диапазоне длин волн только на волне типа «Т» (условие единственности основной волны);
- передача наибольшей мощности;
- наименьшее затухание;
- механическая прочность конструкции.

Анализ показывает, что из всех волн типа «E» наибольшей критической длиной волны обладает волна E_{01} , а из волн типа «H» – волна H_{11} . Обе эти волны будут отсутствовать (а также и все другие высшие типы), если выбрать поперечные размеры коаксиального волновода из условия

$$\lambda > 2\pi \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

Для передачи больших уровней мощности применяются, как правило, линии с воздушным заполнением. Предположим, что по коаксиальному волноводу требуется передать мощность $P_{\text{ср}} = P_{\text{пред}} / K$, где $K > 1$ – коэффициент запаса электрической прочности. Тогда выражение (12.11) будет иметь следующий вид:

$$a_1^2 \ln \frac{a_2}{a_1} = \frac{\rho_c P_{\text{ср}} K}{\pi E_{\text{пред}}^2},$$

откуда

$$a_2 = a_1 e^{\frac{\rho_c P_{\text{ср}} K}{a_1 \pi E_{\text{пред}}^2}}.$$

Анализ полученного выражения показывает, что радиус внешнего проводника a_2 как функция a_1 достигает минимального значения, равного $a_2 = a_1 / \sqrt{e}$, при

$$a_1 = \sqrt{\frac{2\rho_c P_{\text{ср}} K}{\pi E_{\text{пред}}^2}}.$$

Следовательно, коаксиальная линия с таким образом выбранными радиусами a_1 и a_2 обеспечивает передачу заданной мощности при мини-

мальных поперечных размерах. Волновое сопротивление при этом составляет $Z_B = 30 \text{ Ом}$.

Для обеспечения наименьшего затухания необходимо минимизировать выражение (12.12) как функцию a_1 и a_2 . Если зафиксировать радиус a_2 , определяющий внешние размеры коаксиального волновода, то минимум $\alpha_{п.м}$ достигается при $a_1 = a_2 / 3,591$. Волновое сопротивление при этом составляет $Z_B = 76,7 \text{ Ом}$.

В каждом конкретном случае размеры поперечного сечения линии, ее волновое сопротивление следует выбирать в зависимости от того, какое требование к линии является доминирующим. По-видимому, нецелесообразно использовать жесткие коаксиальные линии, волновые сопротивления которых лежат вне пределов 30...80 Ом. Среди гибких коаксиальных линий наибольшее распространение получили волноводы с волновыми сопротивлениями 50 и 75 Ом.

Гибкие коаксиальные волноводы используются главным образом в цепях с низким уровнем мощности.

Данные для некоторых стандартных гибких коаксиальных фидеров приведены в табл. П6 прил. 1.

На гибкие коаксиальные линии (кабели радиочастотные) разработаны соответствующие стандарты.

Например, стандартное обозначение коаксиального волновода РК 75-7-22 расшифровывается так:

РК – радиочастотный коаксиальный;

75 – волновое сопротивление в омах;

7 – наружный диаметр внутреннего диэлектрического заполнения в миллиметрах;

22 – первая цифра (2) указывает тип изоляции (в данном случае это фторопласт-4), а вторая (2) – порядковый номер конструкции.

В Англии коаксиальные волноводы имеют буквенную маркировку UR , а в США – RG .

12.3. Полосковые линии передачи

В последние годы к радиотехническим устройствам СВЧ-диапазона предъявляются все более жесткие требования по снижению стоимости, повышению надежности, уменьшению массогабаритных показателей. В связи с этим одной из актуальных задач современной радиоэлектроники является миниатюризация и микроминиатюризация элементов и узлов СВЧ.

В аппаратуре сантиметрового и дециметрового диапазонов волн применяются главным образом волноводы и коаксиальные линии.

Волноводы отличаются сравнительно малыми потерями, обеспечивают полное экранирование и позволяют получить высокую добротность. Однако волноводная аппаратура тяжела, в ряде случаев громоздка, дорого стоит и при ее изготовлении необходимо точно соблюдать заданные размеры.

Элементы коаксиальных линий имеют несколько меньшие размеры, но при их изготовлении также нужно соблюдать жесткие допуски, что делает их производство еще более дорогим и сложным.

Усложнение радиоэлектронной аппаратуры – характерная особенность развития современной радиотехники (например, фазированные антенные решетки содержат до 10^6 и более компонентов). Большое число различных элементов также включает в себя малогабаритные многоканальные (на сотни и тысячи каналов) системы связи и т. д.

Совершенно очевидно, что для создания таких устройств необходимо использовать полосковые линии и системы, так как применение здесь коаксиальных и волноводных линий приводит к значительному удорожанию и увеличению размеров устройств.

В настоящее время полосковые линии – единственный перспективный тип линий передачи для осуществления микроминиатюризации в диапазоне СВЧ.

Полосковым называется волновод, у которого проводник ленточного, круглого или квадратного сечений расположен на некотором расстоянии от металлической плоскости (основание) или заключен между двумя металлическими основаниями.

Полосковые линии можно рассматривать как видоизмененные коаксиальные и двухпроводные линии передачи (рис. 12.7).

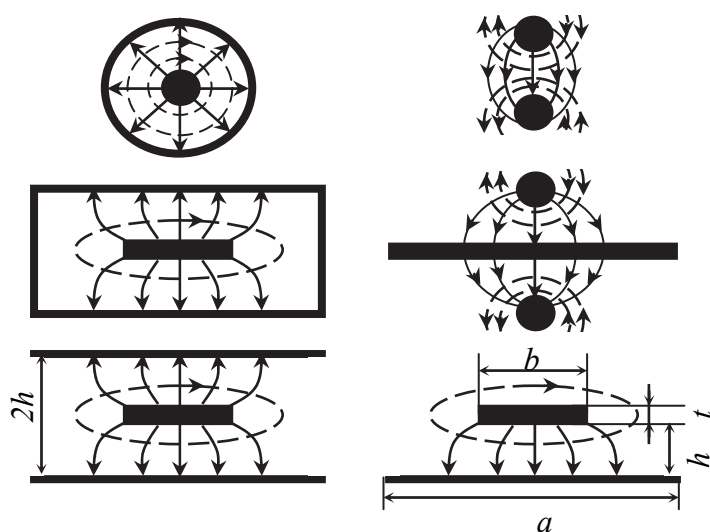


Рис. 12.7. Полосковые линии как видоизмененные коаксиальные и двухпроводные линии передачи

Пространство между проводником и основанием может быть заполнено воздухом или твердым диэлектриком (подложка).

Волноводы с твердым диэлектрическим заполнением, выполненные печатным или аналоговым способом, называются печатными полосковыми волноводами.

Полосковые волноводы бывают симметричные и несимметричные.

Пространство между проводником и основанием может быть заполнено воздухом или твердым диэлектриком (подложка).

Волноводы с твердым диэлектрическим заполнением, выполненные печатным или аналоговым способом, называются **печатными полосковыми волноводами**.

Несимметричный (рис. 12.8) полосковый волновод представляет собой пластину диэлектрика, одна сторона которой полностью металлизирована (основание), а на другой нанесены проводники (проводящие полоски) необходимой топологии (формы). Такая линия является простой в настройке, изготовлении и эксплуатации.

Недостатком несимметричного полоскового волновода считается неполная экранировка и, как следствие, повышенные потери на излучение. Однако если диэлектрическая проницаемость диэлектрика высока, то электрическое поле концентрируется в области между проводником и металлизированной пластиной, следовательно, потери резко уменьшаются. Это позволило успешно использовать несимметричные линии в интегральных СВЧ-схемах (микророскопических линиях передачи). **Микророскопическими волноводами** называют несимметричные полосковые волноводы, изготавливаемые методами пленочной технологии.

При этом применяются диэлектрики с малым значением $\operatorname{tg} \delta$ ($\operatorname{tg} \delta < 10^{-3}$) и большим значением ϵ . Проводники изготавливаются из меди.

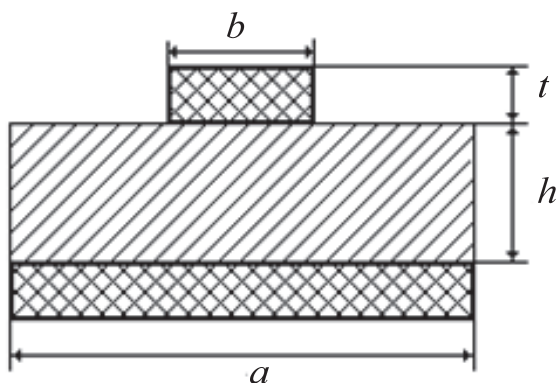


Рис. 12.8. Несимметричный полосковый волновод

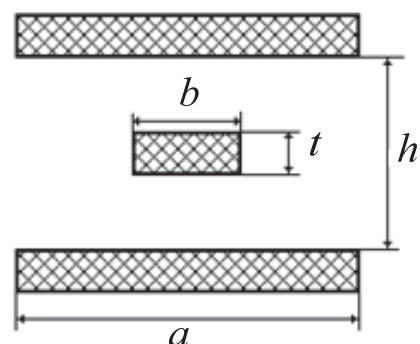


Рис. 12.9. Симметричный полосковый волновод

Сокращение габаритов микрополосковых линий передачи достигается за счет выбора диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon > 10$: чем выше относительная диэлектрическая проницаемость, тем меньше размеры.

В симметричном (рис. 12.9) полосковом волноводе центральный проводник заключен между двумя диэлектрическими пластинами с металлизированными внешними поверхностями. Такие волноводы обладают хорошей экранировкой, однако они более сложны в изготовлении и настройке, поскольку внутренний проводник изготовленного волновода труднодоступен для регулировки.

По сравнению с волноводными и коаксиальными линиями передачи полосковые линии обладают следующими *достоинствами*:

- для производства полосковых линий применима та же технология, что и при изготовлении печатных схем, поэтому стоимость их изготовления меньше более чем в 10 раз;
- малые продольные и поперечные размеры и, как следствие малый вес;
- значительно большая диапазонность.

К *недостаткам* полосковых линий относятся:

- пробивная мощность примерно одинакова с коаксиальной линией и в несколько раз меньше, чем у волновода;
- потери энергии больше, чем в коаксиальной линии и волноводах;
- повышенное излучение мощности (особенно для несимметричных линий);
- большие трудности в создании ряда устройств (например, согласованная нагрузка, измерительная линия);
- техника измерений параметров ЭМВ значительно усложняется.

Полосковый волновод – это двух- или трехсвязный волновод, поэтому основной волной в нем является волна типа «Т». При частичном заполнении поперечного сечения твердым диэлектриком – волна квази-Т. Для этих типов

волн критическая длина волны $\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{K_S} = \infty$, т. е. они могут распространяться

при любой длине λ_0 волны генератора. Однако габариты полоскового волновода в области низких частот, сложности при изготовлении и уровень потерь в области высоких частот определили диапазон рабочих частот полоскового волновода: $100 \text{ МГц} < f < 30\,000 \text{ МГц}$ или $1 \text{ см} < \lambda < 3 \text{ м}$.

Длина волны λ_v в симметричном полосковом волноводе определяется в соответствии с выражением $\lambda_v = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon}$.

Длина волны λ_v в несимметричном полосковом волноводе определяется приближенной формулой

$$\lambda_{\text{в}} \approx \lambda_0 / \sqrt{\varepsilon_{\text{эфф}}},$$

где

$$\varepsilon_{\text{эфф}} \approx \frac{\varepsilon + 1}{2} + \frac{\varepsilon - 1}{2 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{10h}{b}\right)}}.$$

Эффективная относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{\text{эфф}} < \varepsilon$. Это объясняется тем, что поперечное сечение полоскового волновода имеет неоднородное диэлектрическое заполнение.

Волновое сопротивление $Z_{\text{в}}$ полоскового волновода обычно выбирают равным $Z_{\text{в}} = 50 \dots 70$ Ом:

$$Z_{\text{в}} \approx \frac{377}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \frac{h}{b} = 50 \dots 70 \text{ Ом}.$$

Исходя из этих соображений, отношение ширины b ленточного проводника к толщине h подложки

$$\frac{b}{h} \approx \frac{5,5 \dots 7,5}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Большую точность в определении волнового сопротивления $Z_{\text{в}}$ за счет учета эффектов искажения ЭМП на краях полоски дает выражение

$$Z_{\text{в}} = \frac{84,85}{\sqrt{\varepsilon + 1}} \left(\ln\left(\frac{8h}{b}\right) + \frac{1}{32} \left(\frac{b}{h}\right)^2 - \frac{\varepsilon - 1}{2(\varepsilon + 1)} + \left(0,452 + \frac{0,242}{\varepsilon}\right) \right).$$

Диэлектрик, используемый в качестве подложки, определяет как потери полоскового волновода, так и его поперечные размеры. Требования, предъявляемые к диэлектрику:

- $\varepsilon > 10$;
- постоянство ε в широкой полосе частот и температур;
- высокая степень чистоты.

Характеристики материалов, удовлетворяющих этим требованиям, приведены в табл. П2 прил. 1 (значения ε и $\text{tg } \delta$ приведены для $f = 10$ ГГц).

В качестве проводниковых материалов используются:

- медная фольга толщиной $0,035 \pm 0,003$ мм и $0,043 \dots 0,055$ мм;
- медная рулонная фольга толщиной $0,015 \dots 0,05$ мм;
- композиции мелкозернистых порошков металлов (золото, платина, серебро, палладий и др.);
- сплавы металлов (платина – золото, палладий – серебро, палладий – золото и др.).

Потери в полосковых волноводах складываются из потерь на нагревание металла ($\alpha_{\text{пм}}$), потерь в диэлектрике ($\alpha_{\text{пд}}$) и вследствие излучения. При $\text{tg } \delta < 10^{-3} \dots 10^{-5}$ потери в диэлектрике до 10 ГГц не превышают $\alpha_{\text{пд}} < 0,5$ дБ/м.

Потери на излучение в симметричном волноводе считаются равными 0, а в несимметричном $\alpha_{\text{и}} \approx \frac{320}{Z_{\text{в}}} \left(\frac{\pi t}{\lambda_0} \right)^2$.

Основным источником потерь являются потери $\alpha_{\text{пм}}$: в несимметричном волноводе $\alpha_{\text{пм}} \approx \frac{8,7R_s}{Z_{\text{в}}b}$, в симметричном волноводе $\alpha_{\text{пм}}$ приблизительно в два раза меньше.

Допустимая мощность, передаваемая по симметричному волноводу, определяется по формуле

$$P_{\text{доп}} \approx 12,15 \cdot 10^9 \sqrt{\varepsilon} h^2 \left(0,1 + \frac{\delta}{h} \right) \left(4 + \frac{b}{h} \right).$$

Полосковые конструкции получили широкое распространение в устройствах СВЧ и как элементы сложных излучателей.

Эти линии являются практически единственно пригодными для интегральных микросхем и называются *микроросковыми*. Полосковые линии могут пропускать колебания в широком диапазоне частот и используются в современных устройствах СВЧ на частотах до десятков гигагерц.

В миллиметровом диапазоне используются *однопроводные линии передачи*, которые могут быть выполнены в виде одного металлического проводника или металлического проводника, покрытого высококачественным диэлектриком.

Предельная мощность, передаваемая по полосковым линиям, существенно меньше мощности, передаваемой по полым прямоугольным и коаксиальным волноводам. Это объясняется значительной концентрацией энергии поля вблизи края полоски, малым зазором между полоской и экраном, рассеянием мощности в диэлектрике линии, а также малой шириной полоски.

Микроросконовые волноводы используются в миниатюрных приемных и маломощных передающих устройствах.

ГЛАВА 13

РЕЖИМЫ РАБОТЫ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

Линии передачи СВЧ-диапазона связывают между собой источник электромагнитной энергии и нагрузку. В зависимости от соотношения внутренних характеристик (сопротивлений) источника у нагрузки и линии передачи вдоль линии устанавливается то или иное распределение электрических величин – режим работы.

Режим работы линий передачи энергии рассмотрим на примере длинных линий. Все теоретические положения будут справедливы для любой линии передачи.

13.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи

Рассмотрим регулярные линии передачи бесконечной длины. Пусть отрезок регулярной линии передачи включен между источником электромагнитных колебаний (генератором) и конечным устройством (рис. 13.1).

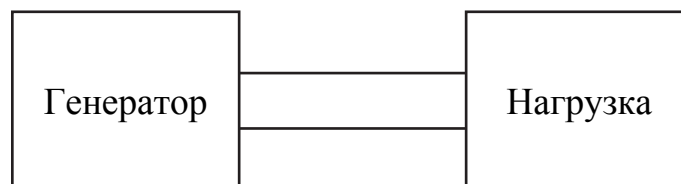


Рис. 13.1. Эквивалентная схема подключения генератора к нагрузке

Предположим, что линия работает в одноволновом режиме. Обрыв линии передачи и включение нагрузки в общем случае эквивалентны изменению граничных условий. В результате на конце линии образуется новая, соответствующая изменившимся граничным условиям структура электрических и магнитных полей по всей линии. Это изменение можно трактовать как появление в линии, кроме основной волны, бегущей к нагрузке (падающей), дополнительной волны, распространяющейся от конца линии к ее началу (отраженной), которая и является причиной изменения структуры полей в линии.

Для удобства анализа физических процессов в линии передачи конечной длины перейдем от волноводов к двухпроводной линии передачи. При этом мы будем для анализа использовать токи и напряжения в различ-

ных сечениях двухпроводной линии, которые являются интегральными характеристиками векторов ЭМП:

$$u = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} \quad i = \oint_L \vec{H} d\vec{l},$$

где L – контур, охватывающий проводник и лежащий в поперечном сечении; 1 и 2 – точки на поверхности проводников, лежащие в поперечном сечении.

При расчете тока и напряжения по этим формулам удобно рассматривать одно и то же поперечное сечение и путь интегрирования выбирать вдоль соответствующей силовой линии поля.

Следовательно, общность рассуждений при таком переходе к двухпроводной линии передачи не нарушается.

В качестве эквивалентной замены регулярного волновода можно рассматривать и коаксиальную линию.

На практике наиболее часто используются открытые двухпроводные и коаксиальные линии передачи, относящиеся к многосвязным волноводам или длинным линиям.

Линии передачи ЭМЭ, содержащие два или бóльшее количество проводников, разделенных диэлектриком, физическая длина l которых соизмерима ($l \approx \lambda$, $l > \lambda$) с длиной λ волны питающего источника электромагнитных колебаний и расстояние между проводами $d \ll \lambda$, называются длинными:

$$\left. \begin{array}{l} l \approx \lambda \\ d \ll \lambda \end{array} \right\} t_{\text{зап}} = \frac{l}{v} > \frac{\lambda}{v} = T.$$

Соблюдение условия $d \ll l$ означает, что физические процессы в плоскости поперечного сечения не носят волнового характера. Следовательно, длинная линия является одномерной волновой системой. Поэтому в длинных линиях электрические величины, например ток I и напряжение U , являются функциями не только времени, но и координат, а физические процессы носят волновой характер.

Структура ЭМП в поперечном сечении открытой двухпроводной линии имеет вид волны T , т. е. характеризуется наличием только поперечных составляющих электрического и магнитного полей (рис. 13.2). Открытая двухпроводная линия используется в метровом диапазоне волн. На более коротких волнах в такой линии заметно возрастают потери на излучение и потери за счет поверхностного эффекта. Схематически длинная линия изображена на рис. 13.3, где Z_k – сопротивление, подключенное на конце линии, или сопротивление нагрузки.

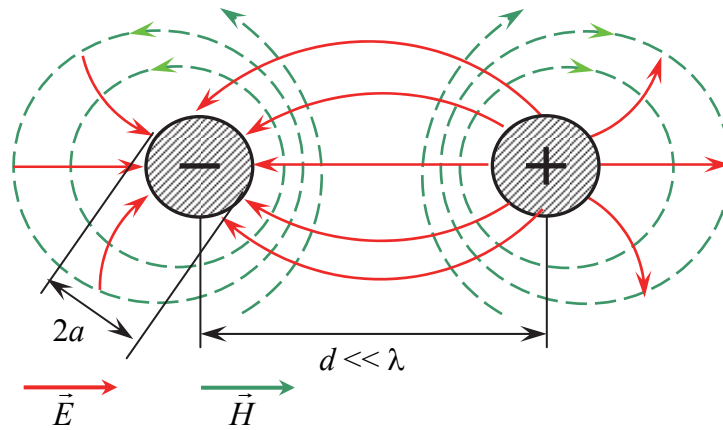


Рис. 13.2. Структура ЭМП в поперечном сечении открытой двухпроводной линии

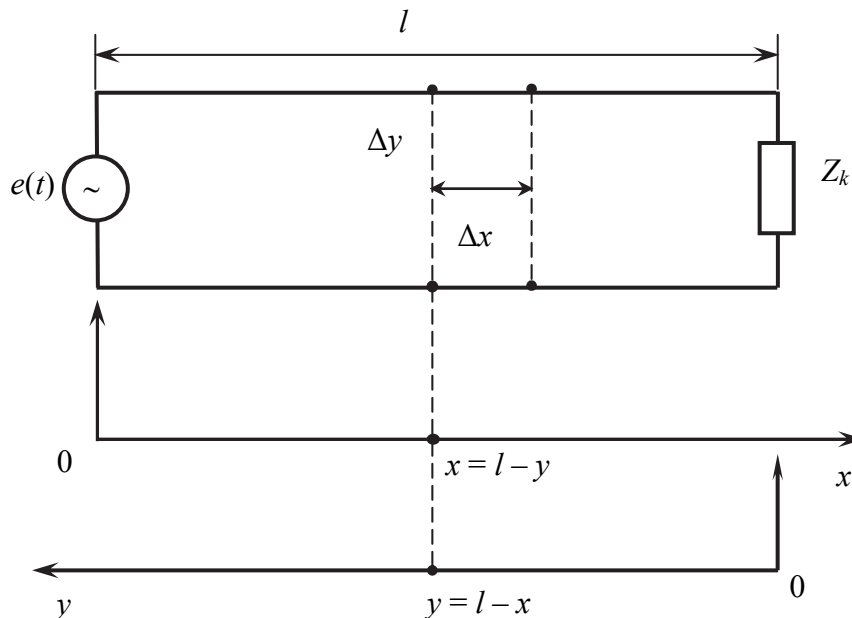


Рис. 13.3. Эквивалентная схема длинной линии

В дальнейшем все обозначения с индексом « k » будут относиться к концу линии (например, U_k , I_k , P_k и т. д.).

Для расчета длинной линии можно использовать систему координат с началом в конце линии или в месте подключения источника питания (рис. 13.3). Чаще используется система координат, когда отсчет производится от нагрузки, т. е. переменной величиной является координата y . Переход из одной системы координат в другую производится по следующим формулам:

$$y = l - x; \quad x = l - y.$$

Для расчета длинной линии необходимо составить ее эквивалентную схему.

Так, небольшой участок линии $\Delta y \ll \lambda$ ($\Delta x \ll \lambda$) обладает активным сопротивлением Δr , индуктивностью ΔL , система проводников обладает емкостью ΔC и диэлектрик между проводами характеризуется активной проводимостью Δg , которая определяет потери ЭМЭ в диэлектрике.

Эквивалентная схема участка Δy представлена на рис. 13.4.

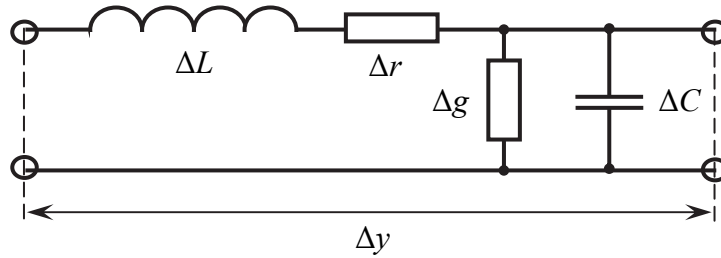


Рис. 13.4. Эквивалентная схема участка длинной линии Δy

Всю линию длиной l можно представить как совокупность элементарных участков Δy . Величины Δr , ΔL , ΔC и Δg зависят от длины отрезка Δy , поэтому удобнее пользоваться этими параметрами, отнесенными к длине Δy . Такие параметры называются *погонными* и рассчитываются по следующим формулам:

$$L_1 = \frac{\Delta L}{\Delta x}; \quad C_1 = \frac{\Delta C}{\Delta x}; \quad r_1 = \frac{\Delta r}{\Delta x}; \quad g_1 = \frac{\Delta g}{\Delta x}.$$

Здесь индуктивность L_1 измеряется в Г/м; емкость C_1 – в Ф/м; активное сопротивление r_1 – в Ом/м; проводимость g_1 – в См/м.

Под погонными индуктивностью и активным сопротивлением понимаются суммарные величины для обоих проводов линии – прямого и обратного.

Расчетные формулы для погонных параметров могут быть получены на основании строгого решения уравнений электродинамики. Они имеют следующий вид:

- для открытой двухпроводной линии

$$C_1 = \frac{\pi \epsilon_a}{\ln \frac{d-a}{a}}; \quad L_1 = \frac{\mu_a}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}; \quad r_1 = \frac{1,44}{a \sqrt{\lambda}} \sqrt{\frac{\sigma_{\text{меди}}}{\sigma_{\text{провода}}}},$$

где емкость C_1 измеряется в Ф/м; индуктивность L_1 – в Г/м; активное сопротивление r_1 – в Ом/м.

- для коаксиальной линии (рис. 13.5)

$$C_{10} = \frac{2\pi\epsilon_a}{\ln(b/a)}; \quad L_{10} = \frac{\mu_a}{2\pi} \ln(b/a); \quad r_{10} = \frac{0,72}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{\frac{\sigma_{\text{меди}}}{\sigma_{\text{провода}}}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right),$$

где емкость C_{10} измеряется в Ф/м; индуктивность L_{10} – в Г/м; активное сопротивление r_{10} – в Ом/м.

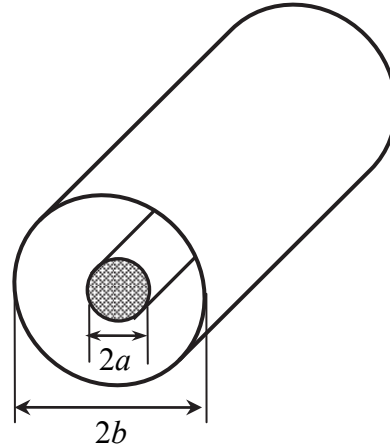


Рис. 13.5. К примеру расчета погонных параметров коаксиального кабеля бесконечной длины с радиусом внутреннего провода $r_1 = a$, наружного $r_2 = b$

Величина погонной проводимости диэлектрика в обоих случаях определяется выражением $g_1 = \omega C_1 \operatorname{tg} \delta$, где $\operatorname{tg} \delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь.

Пример расчета погонной емкости коаксиального кабеля бесконечной длины с радиусом внутреннего провода $r_1 = a$, наружного $r_2 = b$ (рис. 13.5).

Погонная емкость коаксиального кабеля в соответствии с определением $C_{10} = C/l$.

С другой стороны, величина емкости определяется соотношением

$$C = \frac{q}{\Phi_1 - \Phi_2},$$

где q – величина заряда проводника;

$\Phi_1 - \Phi_2$ – разность потенциалов между проводами.

Разность потенциалов между проводами можно рассчитать, зная величину напряженности электрического поля (\vec{E}) между первым и вторым проводами:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r}.$$

Так как внутри цилиндрической поверхности S (рис. 13.5) сосредоточен заряд q , то, применяя третий закон электродинамики с учетом того, что

коаксиальный кабель имеет бесконечную длину, а векторы \vec{D} и $d\vec{s}$ коллинеарны, получим

$$\oint_S \vec{D} d\vec{s} = \int_{S_{\text{бок}}} D ds = 0 \quad \text{или} \quad D 2\pi r l = q.$$

Откуда

$$D = \frac{q}{2\pi r l}.$$

Учитывая, что $\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}$, вычислим величину напряженности электрического поля:

$$E = \frac{q}{2\pi r l \epsilon_a}.$$

Найдем разность потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} = \int_a^b E dr = \frac{q}{2\pi l \epsilon_a} \int_a^b \frac{l}{r} dr = \frac{q}{2\pi l \epsilon_a} \ln(b/a).$$

С учетом последнего соотношения определим величину погонной емкости коаксиального кабеля в Ф/м:

$$C_{10} = C / l = \frac{2\pi \epsilon_a}{\ln(b/a)}.$$

Если погонные параметры линии постоянны, т. е. не зависят от координат, то линия называется **однородной**. Если же они зависят от координат – то **неоднородной**.

13.2. Дифференциальные уравнения длинной линии (телеграфные уравнения)

Напряжение и ток в линии являются функциями двух независимых переменных: пространственной координаты x , определяющей место наблюдения, и времени t , определяющего момент наблюдения. Найдем пространственно-временное распределение величин тока в линии $i(x, t)$ и напряжения между проводами $u(x, t)$. Выберем положительное направление тока в линии слева направо (рис. 13.6) и условимся называть «началом» линии левый конец, а «концом» линии – правый конец. Расстояние до произвольной точки линии от начала обозначим через x , а от конца – через y . Таким образом, вся длина линии $l = x + y$.

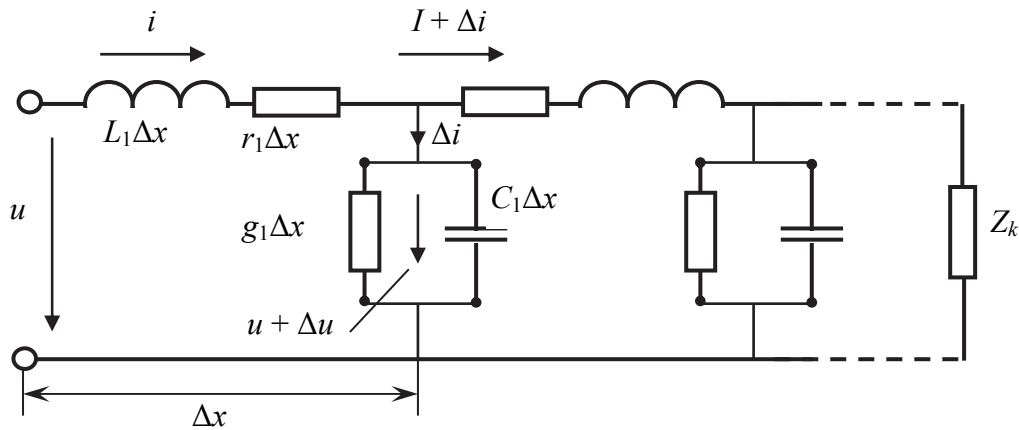


Рис. 13.6. Элементарный участок линии длиной Δx , находящийся на расстоянии x от начала

Выберем элементарный участок линии длиной Δx , находящийся на расстоянии x от начала. Пользуясь погонными параметрами, представим элементарный участок линии в виде последовательно включенных сопротивления $r_1\Delta x$, индуктивности $L_1\Delta x$ и параллельно включенных активной проводимости $g_1\Delta x$ и емкости $C_1\Delta x$.

На рис. 13.6 приняты следующие обозначения:

u – напряжение между верхним и нижним проводами в точке x ;

Δu – приращение напряжения на участке Δx ;

i – ток в точке x ;

Δi – приращение тока на участке Δx .

Применяя к эквивалентной схеме элементарного участка длинной линии законы Кирхгофа, запишем следующие уравнения для приращений напряжения и тока:

$$\begin{cases} -\Delta u = \left(r_1 i + L_1 \frac{\partial i}{\partial t} \right) \Delta x; \\ -\Delta i = \left[g_1 (U + \Delta u) + C_1 \frac{\partial (U + \Delta u)}{\partial t} \right] \Delta x. \end{cases}$$

Знак минус показывает, что по мере увеличения координаты x напряжение и ток в линии уменьшаются.

Вследствие наличия двух независимых переменных (x и t) уравнения записаны в частных производных.

По мере стремления Δx к нулю степень точности этих уравнений повышается, причем величина второго порядка малости $\left[g_1 \Delta u + C_1 \frac{\partial (\Delta u)}{\partial t} \right] \Delta x$ в правой части второго уравнения системы может быть опущена.

Разделив обе части уравнений системы на Δx и перейдя к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получим дифференциальные уравнения линии:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = r_1 i + L_1 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = g_1 u + C_1 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases} \quad (13.1)$$

Уравнения (13.1) определяют связь между током и напряжением в любой момент времени и в любом сечении длинной линии.

В литературе эти уравнения также называются **телеграфными**, так как вторые были получены в связи с решением задачи телеграфии. Они являются линейными, так как их коэффициенты (погонные параметры линии) от электрических величин не зависят.

Если за начало отсчета принять конец линии, т. е. ввести координату y , то уравнения (13.1) примут следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} = r_1 i + L_1 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ \frac{\partial i}{\partial y} = g_1 u + C_1 \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases}$$

Телеграфные уравнения (для различных переменных: x или y) могут быть решены однозначно при использовании начальных и граничных условий.

Начальными условиями будут значения напряжения и тока в начале или в конце линии в момент времени, принятый за нуль.

Граничные условия определяются связями между напряжением и током в начале или в конце линии, зависящими от заданного режима работы длинной линии.

13.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи

Телеграфные уравнения, описывающие процессы в линии, являются линейными, следовательно, линия есть линейная система и к ней применим принцип суперпозиции [12]. Он заключается в том, что любое колебание можно представить суммой гармонических составляющих, а результат воздействия суммы гармонических ЭДС в линейной системе – суммой результатов воздействия всех гармонических составляющих. Следовательно,

целесообразно рассматривать процессы в линии при воздействии на нее источника гармонической ЭДС: $e(t) = \dot{\varepsilon} e^{j\omega t}$.

Для нахождения решения дифференциальных уравнений (13.1) воспользуемся методом комплексных амплитуд. В этом случае мгновенные значения напряжения и тока в линии в комплексной форме записи будут иметь следующий вид:

$$u(x,t) = \dot{U}(x)e^{j\omega t}; \quad i(x,t) = \dot{I}(x)e^{j\omega t}.$$

Подставив выражения для мгновенных значений напряжения и тока в линии в комплексной форме записи в (13.1) и сократив на временной множитель $e^{j\omega t}$, получим

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial \dot{U}(x)}{\partial x} &= (r_1 + j\omega L_1) \cdot \dot{I}(x); \\ -\frac{\partial \dot{I}(x)}{\partial x} &= (g_1 + j\omega C_1) \cdot \dot{U}(x). \end{aligned} \right\} \quad (13.2)$$

В дальнейшем будем рассматривать только однородные линии. В этом случае коэффициенты в уравнениях (13.2) не зависят от координаты и могут быть вынесены за знак производной при дифференцировании этой системы уравнений по координате.

Дифференцируя первое уравнение системы (13.2) по x и подставляя в него значение $\frac{d\dot{I}(x)}{dx}$ из второго, получаем однородное линейное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 \dot{U}(x)}{dx^2} - \gamma^2 \dot{U}(x) = 0. \quad (13.3)$$

Здесь $\gamma = \sqrt{(r_1 + j\omega L_1) \cdot (g_1 + j\omega C_1)}$ имеет смысл волнового числа k ($\gamma = \alpha + j\beta$), где α – коэффициент затухания; β – коэффициент фазы, *называемый постоянной распространения*.

Иногда выражение (13.3) называют **одномерным волновым уравнением**, так как оно описывает волновые процессы в длинных линиях. По форме это уравнение является таким же, как и уравнения, описывающие распространение ЭМВ в любой среде.

Решение уравнения (13.3) известно из математики:

$$\dot{U}(x) = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x}, \quad (13.4)$$

где A и B – постоянные интегрирования.

Подставив уравнение (13.3) в первое уравнение системы (13.2) и решая его относительно $\dot{I}(x)$, получим выражение для комплексной амплитуды тока:

$$\dot{I}(x) = \frac{1}{W} (Ae^{-\gamma x} - Be^{\gamma x}), \quad (13.5)$$

где $W = \sqrt{\frac{r_1 + j\omega L_1}{g_1 + j\omega C_1}}$ – называется волновым сопротивлением линии.

Постоянные интегрирования A и B характеризуют амплитуду напряжения и определяются из начальных (граничных) условий, т. е. значением этой величины при $x = 0$.

Если известны граничные условия на конце линии (при $y = 0$) \dot{U}_k и \dot{I}_k , то удобнее вести отсчет координаты текущей точки $y = l - x$ от конца линии. В этом случае для определения постоянных интегрирования необходимо знать решения волновых уравнений (13.4) и (13.5) с введением переменной y .

Получим решения волновых уравнений при отсчете координаты от конца линии. С этой целью, подставив в выражения (7.4) и (7.5) $x = l - y$, получим следующее:

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= Ae^{-\gamma(l-y)} + Be^{\gamma(l-y)} = Me^{\gamma y} + Ne^{-\gamma y}; \\ \dot{I}(y) &= \frac{1}{W} (Ae^{-\gamma l} e^{\gamma y} - Be^{\gamma l} e^{-\gamma y}) = \frac{1}{W} (Me^{\gamma y} - Ne^{-\gamma y}), \end{aligned} \quad (13.6)$$

где $M = A \cdot e^{-\gamma l}$, $N = B \cdot e^{\gamma l}$.

Определим постоянные интегрирования M и N через граничные условия на конце линии \dot{U}_k и \dot{I}_k .

Из выражений (13.6) при $y = 0$ имеем

$$\dot{U}(0) = \dot{U}_k = M + N; \quad \dot{I}(0) = \dot{I}_k = \frac{M - N}{W}.$$

Из последних соотношений следует, что

$$M = \frac{\dot{U}_k + \dot{I}_k W}{2}; \quad N = \frac{\dot{U}_k - \dot{I}_k W}{2}.$$

Таким образом, решениям телеграфных уравнений в комплексных амплитудах при отсчете координаты от конца линии можно придать следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{U}(y) = \frac{\dot{U}_k + \dot{I}_k W}{2} e^{\gamma y} + \frac{\dot{U}_k - \dot{I}_k W}{2} e^{-\gamma y}; \\ \dot{I}(y) = \frac{1}{W} \left(\frac{\dot{U}_k + \dot{I}_k W}{2} e^{\gamma y} - \frac{\dot{U}_k - \dot{I}_k W}{2} e^{-\gamma y} \right). \end{cases} \quad (13.7)$$

Проанализируем полученные выражения (13.4) и (13.5). Первое слагаемое в уравнении (13.4) представляет собой бегущую гармоническую волну напряжения, распространяющуюся в положительном направлении оси x , т. е. от источника к нагрузке. Она называется прямой, или падающей, волной. Второе слагаемое в уравнении (13.4) представляет собой обратную, или отраженную, волну, перемещающуюся от нагрузки к источнику. Фазовые скорости этих волн $v_\phi = \pm (\omega/\beta)$.

Длина волны в линии определяется как кратчайшее расстояние между двумя точками, колебания в которых находятся в фазе (т. е. отличаются на 2π).

Результирующее напряжение в любом сечении длинной линии представляет собой интерференцию (сумму) двух волн, движущихся в противоположных направлениях, причем каждая из этих волн затухает в направлении распространения.

Таким образом, на основании уравнений (13.4) и (13.5) в комплексной форме записи представим напряжение и ток:

$$\begin{aligned} \dot{U}(x) &= \dot{U}_{\text{пад}}(x) + \dot{U}_{\text{отр}}(x), \\ \dot{I}(x) &= \frac{\dot{U}_{\text{пад}}(x)}{W} - \frac{\dot{U}_{\text{отр}}(x)}{W} = \dot{I}_{\text{пад}}(x) - \dot{I}_{\text{отр}}(x). \end{aligned}$$

Здесь знак минус физически объясняется тем, что при отражении направление тока изменяется на обратное.

Следует отметить, что волновое сопротивление линии W , коэффициент затухания α и коэффициент фазы β называются **вторичными (или характеристическими) параметрами линии**. Они могут быть выражены через первичные параметры и частоту.

13.3. Линия без потерь (идеальная)

Для уменьшения потерь энергии желательно, чтобы активное сопротивление линии и проводимость диэлектрика между проводниками были по возможности малыми величинами.

В воздушных линиях обычно индуктивное сопротивление линии ωL_1 превышает активное сопротивление r_1 , а емкостная проводимость ωC_1 пре-

вышает активную проводимость g_1 . Причем при увеличении частоты разница между указанными величинами становится еще более значительной.

В ряде случаев оказывается полезным в первом приближении рассматривать линию, не имеющую потерь энергии, т. е. пренебрегать активным сопротивлением r_1 и проводимостью g_1 по сравнению с соответствующими реактивными составляющими ωL_1 и ωC_1 . Такая идеализация допускается для приближенной качественной и количественной оценки исследуемых явлений. При этом значительно упрощаются расчетные выражения для напряжений, токов и параметров в длинной линии.

В идеальной линии (линии без потерь) $r_1 \approx 0$ и $g_1 \approx 0$. Тогда

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{L_1 C_1} = j\beta; \quad \alpha = 0; \quad \beta = \omega\sqrt{L_1 C_1}; \quad W = \rho = \sqrt{L_1 / C_1}.$$

Для идеальной линии при отсчете от конца линии выражения для амплитуд тока и напряжения в комплексной форме будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{U}(y) = Me^{j\beta y} + Ne^{-j\beta y} = \frac{\dot{U}_k + \dot{I}_k \rho}{2} e^{j\beta y} + \frac{\dot{U}_k - \dot{I}_k \rho}{2} e^{-j\beta y}; \\ \dot{I}(y) = \frac{1}{\rho} (Me^{j\beta y} - Ne^{-j\beta y}) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\dot{U}_k + \dot{I}_k \rho}{2} e^{j\beta y} - \frac{\dot{U}_k - \dot{I}_k \rho}{2} e^{-j\beta y} \right). \end{cases} \quad (13.8)$$

или, произведя перегруппировку слагаемых и воспользовавшись формулами Эйлера, получим

$$\begin{cases} \dot{U}(y) = \dot{U}_k \cos(\beta y) + j\dot{I}_k \rho \sin(\beta y); \\ \dot{I}(y) = \dot{I}_k \cos(\beta y) + j\frac{\dot{U}_k}{\rho} \sin(\beta y). \end{cases} \quad (13.8^*)$$

Так как в линии без потерь коэффициент затухания $\alpha = 0$, то изменение амплитуд падающей и отраженной волн напряжения (тока) вдоль линии не происходит, т. е. они являются постоянными.

Фазовая скорость распространения ЭМВ в идеальной линии

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{L_k C_k}} = \frac{1}{\sqrt{L_k C_k}}.$$

С другой стороны, известно, что фазовая скорость распространения ЭМВ характеризуется параметрами диэлектрика:

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}}.$$

Из анализа полученных выражений следует, что

$$\mu_a \varepsilon_a = L_1 C_1,$$

и, так как скорость света в вакууме $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$, то скорость распростране-

ния ЭМВ в длинной линии меньше скорости света в вакууме. При этом длина волны колебаний λ_d в длинной линии, заполненной диэлектриком, короче длины волны источника λ в $\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ раз. Например, если в качестве ди-

электрика в линии использован полистирол, имеющий $\varepsilon = 2,25$ и $\mu = 1$, то

$$\lambda_d = v_{\phi} T = \frac{cT}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{\lambda}{\sqrt{2,25}} = 0,67\lambda.$$

Таким образом, если в выражение для волнового сопротивления подставить расчетные соотношения для погонных параметров L_1 и C_1 , получим расчетные формулы для волнового сопротивления идеальной длинной линии:

- для двухпроводной линии (Ом)

$$\rho = \sqrt{L_1 / C_1} = 276 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \lg\left(\frac{d-a}{a}\right).$$

- для коаксиальной линии (Ом)

$$\rho_0 = \sqrt{L_{10} / C_{10}} = 138 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \lg(b/a).$$

Волновое сопротивление является одним из важных параметров длинных линий. Промышленные образцы линий передачи энергии выпускаются с определенными значениями волновых сопротивлений. В применяемых на практике длинных линиях волновое сопротивление имеет порядок нескольких десятков Ом для коаксиальных линий и нескольких сотен Ом для двухпроводных линий.

13.4. Коэффициент отражения и коэффициент отраженной волны. Входное сопротивление линии

Если распространяющаяся вдоль линии волна встречается с неоднородностью, то всегда происходит ее отражение. Для распространяющихся волн напряжения и тока вдоль однородной длинной линии неоднородно-

стью, вызывающей отражение, является конец линии. Обратная волна в общем решении волнового уравнения учитывает, каким образом произошло отражение от конца линии.

Отношение комплексных амплитуд напряжения (тока) отраженной волны к падающей в любом сечении линии называется коэффициентом $\dot{P}(y)$ отраженной волны по напряжению (току).

Из выражений (13.8) следует, что

$$\dot{P}(y) = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}(y)}{\dot{U}_{\text{пад}}(y)} = \frac{N e^{-j\beta y}}{M e^{j\beta y}} = \frac{N}{M} e^{-j2\beta y}. \quad (13.9)$$

Если рассматривать конец линии ($y = 0$), то

$$\begin{aligned} \dot{P}(y)|_{y=0} = \dot{P}(0) = \dot{P}_k &= \frac{\dot{U}_{k\text{отр}}}{\dot{U}_{k\text{пад}}} = \frac{N}{M} = \\ &= \frac{\dot{U}_k - \dot{I}_k \rho}{\dot{U}_k + \dot{I}_k \rho} = \frac{\dot{I}_k \left(\frac{\dot{U}_k}{\dot{I}_k} - \rho \right)}{\dot{I}_k \left(\frac{\dot{U}_k}{\dot{I}_k} + \rho \right)} = \frac{\dot{Z}_k - \rho}{\dot{Z}_k + \rho} = |\dot{P}_k| e^{j\psi_k}, \end{aligned} \quad (13.10)$$

где \dot{U}_k, \dot{I}_k – комплексные амплитуды напряжения и тока на конце линии;

$\dot{Z}_k = \frac{\dot{U}_k}{\dot{I}_k} = r_k + j X_k$ – комплексное сопротивление нагрузки;

$P_k = |\dot{P}_k| = \left| \frac{\dot{U}_{k\text{отр}}}{\dot{U}_{k\text{пад}}} \right|$ – модуль коэффициента отражения по напряжению

от конца линии, показывающий, какую часть амплитуды напряжения падающей волны составляет амплитуда отраженной волны в конце линии;

$\psi_k = \psi_{k\text{отр}} - \psi_{k\text{пад}}$ – аргумент коэффициента отражения, показывающий разность фаз колебаний отраженной и падающей волн напряжения в конце линии.

Из выражений (13.8) следует также, что коэффициент отражения от конца линии по току

$$\dot{P}_k = \frac{\dot{I}_{k\text{отр}}}{\dot{I}_{k\text{пад}}} = -\frac{\dot{U}_{k\text{отр}}}{\rho} \cdot \frac{\rho}{\dot{U}_{k\text{пад}}} = -\dot{P}_k = |\dot{P}_k| e^{j(\psi_k + \pi)} = P_k e^{j(\psi_k + \pi)}. \quad (13.11)$$

Таким образом, коэффициент отражения по току отличается от коэффициента отражения по напряжению лишь по фазе на угол 180° .

Найдем связь между коэффициентом $\dot{P}(y)$ отраженной волны и коэффициентом отражения \dot{P}_k .

Из выражений (13.9) и (13.10) следует, что

$$\dot{P}(y) = \dot{P}_k e^{j2\beta y} = |\dot{P}_k| e^{j(\psi_k - 2\beta y)} = P_k e^{j(\psi_k - 2\beta y)}, \quad (13.12)$$

где $(\psi_k - 2\beta y) = \psi(y)$ – аргумент коэффициента отраженной волны.

Из уравнения (13.12) видим, что $|\dot{P}(y)| = |\dot{P}_k|$. Это свидетельствует о том, что амплитуды падающей и отраженной волн в любом сечении идеальной линии остаются величинами неизменными и определяются мощностью генератора и характером нагрузки соответственно.

Из анализа выражения (13.10) следует, что коэффициент отражения \dot{P}_k зависит только от отношения сопротивлений нагрузки и волнового сопротивления ρ . При заданных величинах \dot{Z}_k и ρ можно рассчитать модуль и аргумент коэффициента отражения. Согласно формуле (13.10)

$$\dot{P}_k = \frac{r_k - \rho + jX_k}{r_k + \rho + jX_k},$$

откуда

$$P_k = |\dot{P}_k| = \sqrt{\frac{(r_k - \rho)^2 + X_k^2}{(r_k + \rho)^2 + X_k^2}}, \quad (13.13)$$

$$\psi_k = \text{arctg} \frac{2 X_k \rho}{r_k^2 - \rho^2 + X_k^2}. \quad (13.14)$$

Из физических соображений очевидно, что амплитуда отраженной волны не может быть больше падающей: $(|\dot{U}_{k \text{отр}}| \leq |\dot{U}_{k \text{пад}}|)$. Поэтому в зависимости от характера нагрузки, как следует из формулы (13.13), модуль коэффициента отражения может изменяться в пределах

$$0 \leq |\dot{P}_k| \leq 1 \quad \text{или} \quad 0 \leq P_k \leq 1. \quad (13.15)$$

Если рассматривать неоднородную линию, например, скачкообразное изменение размера в каком-то сечении, то говорят, что в этом сечении имеет место неоднородность. Так как от любой неоднородности происходит отражение энергии, в этом случае уместно говорить о коэффициенте отражения в таком-то сечении.

Введя понятия коэффициентов отражения и отраженной волны, выражение для комплексных амплитуд напряжения и тока (13.7) в идеальной линии можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}(y) &= M(e^{j\beta y} + \dot{P}_k e^{-j\beta y}) = M e^{j\beta y} (1 + \dot{P}_k e^{-j2\beta y}); \\ \dot{I}(y) &= \frac{M}{\rho} (e^{j\beta y} - \dot{P}_k e^{-j\beta y}) = \frac{M}{\rho} e^{j\beta y} (1 - \dot{P}_k e^{-j2\beta y}). \end{aligned} \right\} \quad (13.16)$$

или с учетом выражения (13.12)

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}(y) &= \dot{U}_{\text{пад}}(y) [1 + \dot{P}(y)]; \\ \dot{I}(y) &= \frac{\dot{U}_{\text{пад}}(y)}{\rho} [1 + \dot{P}(y)]. \end{aligned} \right\} \quad (13.17)$$

Запись $\dot{U}(y)$ и $\dot{I}(y)$ в виде соотношений (13.17) позволяет довольно просто представить закон изменения амплитуд напряжения и тока вдоль линии на комплексной плоскости.

Например, если рассматривать величину так называемого приведенного напряжения и $\dot{U}'(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{U}_{\text{пад}}(y)}$, то из соотношения (13.17) следует, что

$$\dot{U}'(y) = 1 + \dot{P}(y). \quad (13.18)$$

На комплексной плоскости выражение (13.18) можно изобразить, как показано на рис. 13.7.

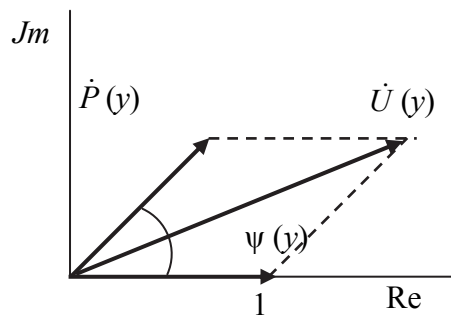


Рис. 13.7. Зависимость угла поворота вектора $\dot{U}'(y)$ от переменной величины y

Как видно из рис. 13.7, угол поворота вектора $\dot{U}'(y)$ зависит от переменной величины y . Если угол $\psi(y) = 0$, то амплитуда напряжения в этом сечении линии равна арифметической сумме $1 + \dot{P}(y)$; если же $\psi(y) = \pi$, то амплитуда напряжения равна $1 - \dot{P}(y)$.

Таким образом, при изменении координаты y амплитуда напряжения (тока) будет изменяться от некоторого минимального до максимального значения. При этом величина минимума напряжения зависит от длины

вектора $\dot{P}(y)$. Если этот вектор будет равен единице, то минимальная амплитуда напряжения будет равна нулю.

Такое представление волновых процессов с использованием комплексной плоскости позволяет глубже уяснить физические процессы в длинных линиях.

Рассмотрим входное сопротивление длинной линии.

Входное сопротивление в данном сечении линии определяется отношением комплексных амплитуд напряжения и тока в этом сечении (рис. 13.8), т. е.

$$\dot{Z}(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)}. \quad (13.19)$$

В сечении $y = 0$, т. е. на конце линии, это сопротивление будет равно сопротивлению нагрузки: $\dot{Z}(y)|_{y=0} = \dot{Z}(0) = \dot{Z}_k$, а в сечении $y = l$ – сопротивление на входе линии $\dot{Z}(y) = \dot{Z}_{\text{вх}}$.

В произвольном сечении y сопротивление $\dot{Z}(y)$ представляет входное сопротивление отрезка линии от данного сечения до нагрузки включительно. Смысл этого сопротивления заключается в том, что если отрезок длинной линии справа от точек $a, б$ (рис. 13.8) заменить сосредоточенным сопротивлением $\dot{Z}(y)$, равным по величине его входному сопротивлению, то режим в оставшейся части линии не изменится.

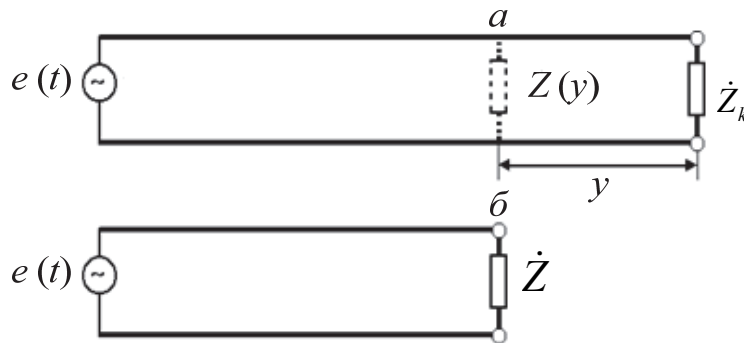


Рис. 13.8. К определению входного сопротивления линии в данном сечении

Расчетная формула для определения $\dot{Z}(y)$ может быть получена после подстановки уравнения (13.8*) в (13.19):

$$\dot{Z}(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = \frac{\dot{U}_k \cos(\beta y) + j\dot{I}_k \sin(\beta y)}{\dot{I}_k \cos(\beta y) + j\frac{\dot{U}_k}{\rho} \sin(\beta y)} = \rho \frac{\dot{Z}_k + j\rho \operatorname{tg}(\beta y)}{\rho + j\dot{Z}_k \operatorname{tg}(\beta y)}. \quad (13.20)$$

Из анализа выражения (13.20) следует, что входное сопротивление в общем случае является величиной комплексной и зависит от величины волнового сопротивления линии ρ , длины линии y и частоты колебаний источника, питающего линию (коэффициент фазы $\beta = 2\pi/\lambda$ и в общем случае сопротивление нагрузки \dot{Z}_k зависят от частоты).

Введение понятия входного сопротивления облегчает расчет сложных линий, т. е. линий, содержащих разветвленные участки, а также различные сосредоточенные неоднородности.

13.5. Режим бегущей волны

При рассмотрении режимов работы длинных линий для упрощения расчетов будем анализировать процессы в идеальных линиях.

Когда говорят о режиме работы, то подразумевают, главным образом, закономерности распределения вдоль линии амплитуд напряжения и тока (напряженностей \vec{E} и \vec{H}), входного сопротивления и фазы напряжения и тока (напряженностей \vec{E} и \vec{H}). Эти закономерности зависят только от характера нагрузки, так как нагрузкой определяется модуль и фаза коэффициента отражения, который, в свою очередь, определяет амплитуду и фазу отраженной от нагрузки волны.

Согласно уравнению (13.17) модульное значение коэффициента отражения изменяется в пределах $0 \leq P_k \leq 1$.

В соответствии с этим различают три режима работы:

- режим бегущей волны (полного поглощения) – $P_k = |\dot{P}_k| = 0$;
- режим стоячей волны (полного отражения) – $P_k = |P_k| = 1$;
- режим смешанных волн (частичного отражения) – $0 < P_k < 1$.

Рассмотрим подробно каждый из этих режимов.

Режим бегущих волн (РБВ) устанавливается в длинной линии в том случае, когда отраженная от нагрузки волна отсутствует ($\dot{U}_{k\text{отр}} = 0$), т. е.

$$P_k = |\dot{P}_k| = \left| \frac{\dot{U}_{k\text{отр}}}{\dot{U}_{k\text{пад}}} \right| = 0.$$

Из анализа выражений (13.10) и (13.13) следует, что данное условие выполняется, когда

$$(r_k - \rho)^2 + X_k^2 = 0,$$

т. е. когда

$$X_k = 0, \text{ а } r_k = \rho.$$

Таким образом, режим бегущих волн в линии устанавливается в том случае, когда сопротивление нагрузки чисто активное и равно волновому сопротивлению линии, т. е.

$$\dot{Z}_k = r_k = \rho. \quad (13.21)$$

Если выполняется условие (13.21), то говорят, что нагрузка согласована с линией, а *длинная линия называется согласованной*. Процесс обеспечения условия (13.21) называется согласованием линии. Вопросы согласования длинных линий рассмотрим несколько позже.

При согласованной нагрузке связь между комплексными амплитудами напряжения и тока (13.10) приобретает вид

$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_k}{\dot{Z}_k} = \frac{\dot{U}_k}{\rho}.$$

Тогда, используя эту связь, согласно общим решениям (13.8*), получим

$$\begin{cases} \dot{U}(y) = \dot{U}_k (\cos(\beta y) + j \sin(\beta y)) = \dot{U}_k e^{j\beta y}; \\ \dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_k}{\rho} (\cos(\beta y) + j \sin(\beta y)) = \frac{\dot{U}_k}{\rho} e^{j\beta y}. \end{cases} \quad (13.22)$$

Эти выражения представляют собой уравнения бегущей волны в комплексных амплитудах. Домножив на временной множитель $e^{j\omega t}$ и взяв реальную часть, получим выражения для мгновенных значений:

$$\begin{aligned} u(y, t) &= U_{mk} \cos(\omega t + \beta y + \varphi_k); \\ i(y, t) &= \frac{U_{mk}}{\rho} \cos(\omega t + \beta y + \varphi_k), \end{aligned} \quad (13.23)$$

где U_{mk} – амплитуда напряжения на конце линии;

φ_k – начальная фаза напряжения (тока) на конце линии;

$U_{mk} / \rho = I_{mk}$ – амплитуда тока.

Используя выражения (13.23), изобразим графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз тока и напряжения вдоль линии (рис. 13.9).

Из анализа полученных выражений (13.23) и графических зависимостей (рис. 13.9) вытекают следующие **признаки режима бегущих волн**:

Амплитуды напряжения и тока не зависят от координаты y , т. е. не изменяются вдоль линии (рис. 13.9, б). Практически режим бегущей волны можно обнаружить по неизменным показаниям индикатора, перемещаемого вдоль линии.

Входное сопротивление на любом сечении линии

$$\dot{Z}(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = \rho.$$

Таким образом, входное сопротивление линии в режиме бегущих волн не зависит ни от ее длины, ни от частоты генератора и является величиной постоянной, равной волновому сопротивлению линии (рис. 13.9, а, б). Это является весьма важным преимуществом линии с согласованной нагрузкой, так как позволяет менять длину линии без перестройки генератора, а также длину волны генератора без перестройки линии.

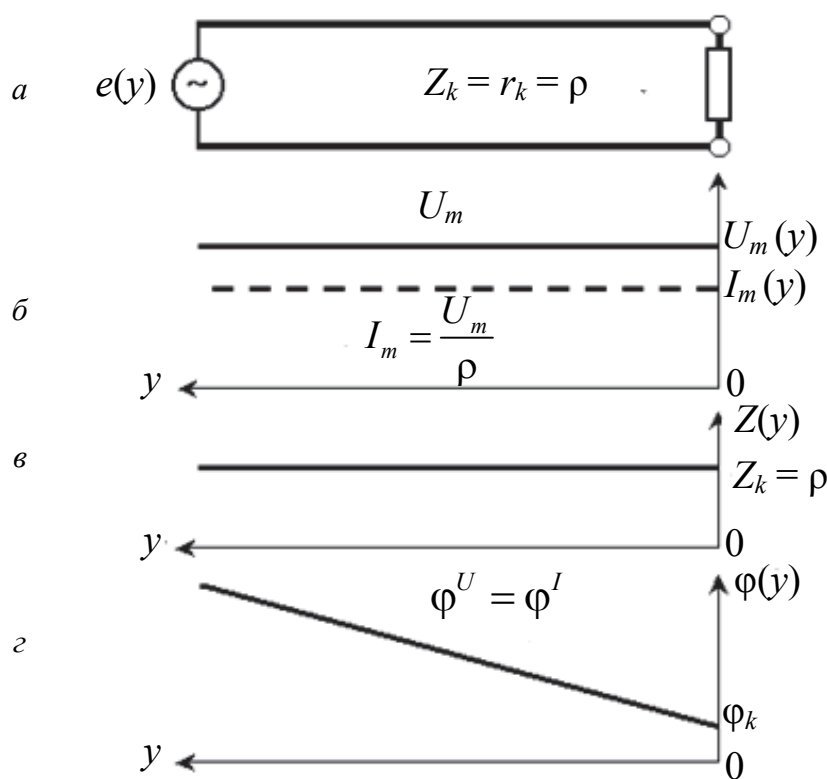


Рис. 13.9. Графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз тока и напряжения вдоль линии

Напряжение и ток в любом сечении колеблются в фазе и фаза изменяется по линейному закону $\phi(y) = \beta y + \phi_k$ при $t = 0$.

В режиме бегущих волн вся энергия поглощается нагрузкой. Поэтому этот режим называется согласованным и используется для канализации (передачи) энергии в высокочастотных трактах радиотехнических устройств от передатчика к антенне и от антенны к приемнику.

13.6. Режим стоячей волны

Режим стоячих волн (РСВ) в длинной линии имеет место при полном отражении от нагрузки энергии падающей волны, т. е. когда

$$P_k = \left| \dot{P}_k \right| = \left| \frac{\dot{U}_{k \text{ отр}}}{\dot{U}_{k \text{ пад}}} \right| = 1.$$

При выполнении условия $P_k = 1$ амплитуды падающей и отраженной волн напряжения (тока) оказываются равными:

$$U_{m \text{ отр}} = U_{m \text{ пад}}; \quad I_{m \text{ отр}} = I_{m \text{ пад}}. \quad (13.24)$$

В результате интерференции двух встречных волн одинаковой амплитуды образуется стоячая волна.

Выясним, при каких условиях происходит полное отражение энергии от нагрузки.

Модуль коэффициента отражения равен единице ($P_k = 1$) тогда, когда $r_k = 0$, т. е. активная составляющая нагрузки отсутствует, а реактивная составляющая X_k – произвольна.

Таким образом, стоячая волна в линии возникает тогда, когда сопротивление нагрузки чисто реактивно, т. е. нагрузка не потребляет энергию.

Практически режим стоячей волны в линии возникает при следующих нагрузках:

- линия разомкнута ($\dot{Z}_k = \infty$);
- короткозамкнута ($\dot{Z}_k = 0$);
- нагружена на емкость $\left(\dot{Z}_k = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = X_c \right)$;
- нагружена на индуктивность ($\dot{Z}_k = j \omega L = X_L$) или на комбинацию из L и C .

В режиме стоячих волн коэффициент отражения в комплексной форме записи имеет следующий вид:

$$\dot{P}_k = \left| \dot{P}_k \right| e^{j\psi_k} = P_k e^{j\psi_k} = 1 \cdot e^{j\psi_k},$$

причем аргумент ψ_k коэффициента отражения зависит от величины и характера нагрузки и определяется при значении $r_k = 0$:

$$\psi_k = \arctg \frac{2 X_k \rho}{X_k^2 - \rho^2}.$$

С учетом выражения для комплексного коэффициента отражения выражения для комплексных амплитуд напряжения и тока принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= \dot{U}_{k\text{пад}} \left(e^{j\beta y} + 1 \cdot e^{j\Psi_k} e^{-j\beta y} \right) = \dot{U}_{k\text{пад}} e^{j\frac{\Psi_k}{2}} \left[e^{j\left(\beta y - \frac{\Psi_k}{2}\right)} + e^{-j\left(\beta y - \frac{\Psi_k}{2}\right)} \right]; \\ \dot{I}(y) &= \frac{\dot{U}_{k\text{пад}}}{\rho} \left(e^{j\beta y} - 1 \cdot e^{j\Psi_k} e^{-j\beta y} \right) = \frac{\dot{U}_{k\text{пад}}}{\rho} e^{j\frac{\Psi_k}{2}} \left[e^{j\left(\beta y - \frac{\Psi_k}{2}\right)} - e^{-j\left(\beta y - \frac{\Psi_k}{2}\right)} \right]. \end{aligned}$$

Воспользовавшись формулами Эйлера

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad \text{и} \quad \sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j},$$

получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}(y) &= 2\dot{U}_{k\text{пад}} \cdot e^{j\frac{\Psi_k}{2}} \cdot \cos\left(\beta y - \frac{\Psi_k}{2}\right); \\ \dot{I}(y) &= j2 \frac{\dot{U}_{k\text{пад}}}{\rho} \cdot e^{j\frac{\Psi_k}{2}} \cdot \sin\left(\beta y - \frac{\Psi_k}{2}\right). \end{aligned} \right\} \quad (13.25)$$

Входное сопротивление линии

$$Z(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = -j\rho \operatorname{ctg}\left(\beta y - \frac{\Psi_k}{2}\right). \quad (13.26)$$

Отсюда видно, что в режиме стоячих волн входное сопротивление в любом сечении линии является чисто реактивным (об этом свидетельствует наличие множителя j). Следовательно, ток и напряжение в любом сечении линии находятся в квадратуре, т. е. сдвинуты по фазе на угол $\pi/2$.

По величине и характеру входное сопротивление зависит от электрической длины линии $\left(\beta y = \frac{2\pi}{\lambda} y\right)$ и изменяется в соответствии с величиной и знаком функции ctg .

Рассмотрим частные случаи режима полного отражения.

13.6.1. Линия, разомкнутая на конце

При разомкнутой на конце линии $Z_k = \infty$. Тогда можно найти коэффициент отражения

$$\dot{P}_k = \frac{\dot{Z}_k - \rho}{\dot{Z}_k + \rho} = \frac{\dot{Z}_k \left(1 - \frac{\rho}{Z_k}\right)}{\dot{Z}_k \left(1 + \frac{\rho}{Z_k}\right)} = 1 = 1 \cdot e^{j0},$$

т. е. модуль P_k коэффициента отражения равен единице, а аргумент коэффициента отражения равен нулю:

$$P_k = 1, \text{ а } \psi_k = \varphi_{k \text{ отр}} - \varphi_{k \text{ пад}} = 0. \quad (13.27)$$

Это означает, что фазы напряжения отраженной и падающей волн на разомкнутом конце линии равны друг другу $\varphi_{k \text{ отр}} = \varphi_{k \text{ пад}}$. Поэтому результирующее значение напряжения на конце разомкнутой линии удваивается по сравнению с напряжением падающей волны.

Удвоение напряжения на конце разомкнутой линии объясняется тем, что энергия магнитного поля падающей волны превращается в энергию электрического поля.

Ток на конце линии равен нулю, так как аргумент ψ_k^i коэффициента отражения по току отличается на π от аргумента ψ_k – коэффициента отражения по напряжению.

Уравнения (13.25) для разомкнутой линии с учетом выражения (13.27) принимают вид

$$\begin{cases} \dot{U}(y) = 2\dot{U}_{k \text{ пад}} \cdot \cos(\beta y); \\ \dot{I}(y) = j2 \frac{\dot{U}_{k \text{ пад}}}{\rho} \cdot \sin(\beta y), \end{cases} \quad (13.28)$$

а из уравнения (13.26) находим входное сопротивление

$$\dot{Z}(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = -j \rho \operatorname{ctg}(\beta y). \quad (13.29)$$

Переходя от комплексной формы записи уравнения (13.28) к мгновенным значениям в вещественной форме, получим функции распределения напряжения и тока вдоль линии в любой момент времени t :

$$\begin{cases} u(y, t) = \operatorname{Re}[\dot{U}(y)e^{j\omega t}] = 2\dot{U}_{k \text{ пад}} \cdot |\cos(\beta y)| \cdot \cos(\omega t + \varphi_{k \text{ пад}}); \\ i(y, t) = \operatorname{Re}[\dot{I}(y)e^{j\omega t}] = 2 \frac{\dot{U}_{k \text{ пад}}}{\rho} \cdot |\sin(\beta y)| \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_{k \text{ пад}} + \frac{\pi}{2}\right), \end{cases}$$

Обозначив

$$U_m(y) = 2U_{k \text{ пад}} \cdot |\cos(\beta y)|,$$

$$I_m(y) = 2 \frac{U_{k \text{ пад}}}{\rho} \cdot |\sin(\beta y)|,$$

$$\varphi(y) = \omega t + \varphi_k; \quad \varphi_i(y) = \omega t + \varphi_k + \pi/2,$$

найдем

$$u(y, t) = U_m(y) \cos(\omega t + \varphi_{k \text{ пад}}),$$

$$i(y, t) = I_m(y) \cos\left(\omega t + \varphi_{k \text{ пад}} + \frac{\pi}{2}\right). \quad (13.30)$$

Полученные уравнения представляют собой уравнения стоячих волн.

На основании выражений (13.30) на рис. 13.10 изображены графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз тока и напряжения вдоль линии.

Из анализа выражений (13.30) и графиков (рис. 13.10) вытекают следующие **особенности режима стоячих волн**, образующихся в разомкнутой на конце линии без потерь:

1. Амплитуды напряжения и тока распределены по законам модуля $|\sin(\beta y)|$ или $|\cos(\beta y)|$. Те сечения, где амплитуды равны нулю, называются *узлами*. Сечения с максимальным значением амплитуды называются *пучностями*.

Физической основой для пояснения законов распределения амплитуд напряжения (тока) вдоль линии является интерференция падающей и отраженной волн с учетом фазовых соотношений. В тех сечениях, где сложение падающей и отраженной волн происходит в фазе, образуется пучность (максимум) напряжения (тока), а там, где эти волны складываются в противофазе, – узел (нуль) напряжения (тока). Любое произвольное соотношение между фазами падающей и отраженной волн даст промежуточное (между нулем и максимумом) значение напряжения (тока).

2. Из выражений для амплитуд и рис. 13.10 следует, что *с узлом тока совпадает пучность напряжения и наоборот*.

Узлы тока (пучности напряжения) появляются в тех сечениях линии, где $\sin(\beta y) = 0$. Откуда $\beta y = n\pi$, где $n = 0, 1, \dots$

Следовательно, дискретные точки узлов тока (пучностей напряжения) отстоят от конца разомкнутой линии на расстояниях

$$y = n \frac{\pi}{\beta} = n \frac{\pi \lambda}{2\pi} = n \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

т. е. повторяются через каждую половину длины волны в линии.

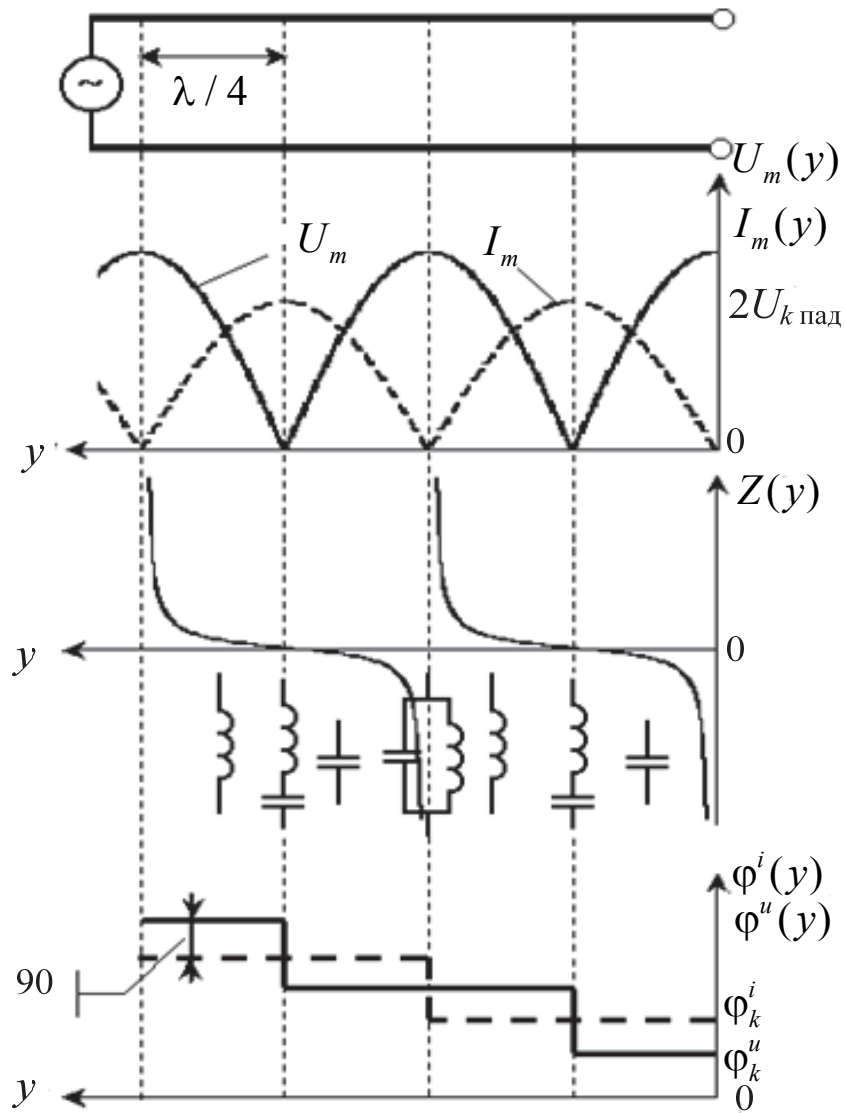


Рис. 13.10. Графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз тока и напряжения вдоль линии

Ближайший узел тока (пучность напряжения) всегда совпадает с концом разомкнутой линии.

Расположение узлов напряжения (пучностей тока) находится из условия $\cos(\beta y) = 0$. Откуда

$$\beta y = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (n = 0, 1, \dots),$$

$$а \quad y = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{2\pi} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Ближайшие к концу разомкнутой линии узел напряжения и пучность тока находятся на расстоянии $y = \lambda/4$.

3. Входное сопротивление линии является *чисто реактивным*. По величине и характеру оно зависит от электрической длины ($l = \beta y$) линии и изменяется по закону $Z(y) = -j \rho \operatorname{ctg}(\beta y)$.

В пределах каждой нечетной четверти сопротивление меньше «0», т. е. имеет емкостной характер (на рис. 13.10 условно обозначено чередованием конденсаторов), а каждой четной четверти – индуктивный (на рис. 13.10 условно обозначено чередованием индуктивностей).

Входное сопротивление отрезков, длина которых *кратна нечетному числу $\lambda/4$* (характерные сечения пучности тока), имеет сопротивление, равное нулю. Такие отрезки *эквивалентны последовательному идеальному колебательному контуру, настроенному в резонанс*.

Отрезки, кратные четному числу $\lambda/4$ (характерные сечения пучности напряжения), имеют входное сопротивление, равное бесконечности, и эквивалентны параллельному идеальному колебательному контуру, настроенному в резонанс.

Таким образом, в режиме стоячей волны отрезки длинной линии могут обладать резонансными свойствами аналогично параллельному и последовательному колебательным контурам с сосредоточенными параметрами (емкостью C и индуктивностью L). В отличие от последних, в отрезке длинной линии резонанс наступает многократно.

Резонансные свойства реальных отрезков длинной линии будут рассмотрены позже.

4. Фаза напряжения и тока вдоль линии распределены равномерно. В узлах фаза скачком изменяется на π . На участке разомкнутой на конце линии длиной $0 < y < \lambda/4$ ток опережает напряжение на угол $\pi/2$, а на участке длиной $\lambda/4 < y < \lambda/2$ наоборот напряжение опережает ток на угол $\pi/2$ и т. д.

В любом сечении разность фаз равна $\pi/2$. В этом случае движения энергии вдоль линии нет, а существует колебательный процесс, т. е. взаимное превращение энергии электрического поля в энергию магнитного и наоборот, как в колебательном контуре.

13.6.2. Линия, короткозамкнутая на конце

Для короткозамкнутой на конце линии $Z_k = 0$. Тогда можно найти коэффициент отражения

$$\dot{P}_k = \frac{\dot{Z}_k - \rho}{\dot{Z}_k + \rho} = -1 = 1 \cdot e^{j\pi},$$

т. е. модуль коэффициента отражения равен единице, а аргумент – π (разность фаз между отраженной и падающей волнами напряжения на короткозамкнутом конце линии равна π): $P_k = 1$; $\psi_k = \pi$.

Разность фаз между отраженной и падающей волнами тока на конце линии равна нулю, так как $P_k^i = -P_k = 1 = 1 \cdot e^{j0}$.

Следовательно, на конце короткозамкнутой линии образуется узел напряжения и пучность тока: $\dot{U}_k = 0$; $\dot{I}_k = 2\dot{I}_{k\text{пад}}$.

Удвоение тока объясняется тем, что энергия электрического тока падающей волны у конца короткозамкнутой линии превращается в энергию магнитного поля.

Уравнения, описывающие процессы в короткозамкнутой линии согласно уравнению (13.25) с учетом $\psi_k = \pi$, принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= j2\dot{U}_{k\text{пад}} \sin(\beta y); \\ I(y) &= \frac{2\dot{U}_{k\text{пад}}}{\rho} \cos(\beta y), \end{aligned} \quad (13.31)$$

а входное сопротивление

$$\dot{Z}(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = j\rho \operatorname{tg}(\beta y). \quad (13.32)$$

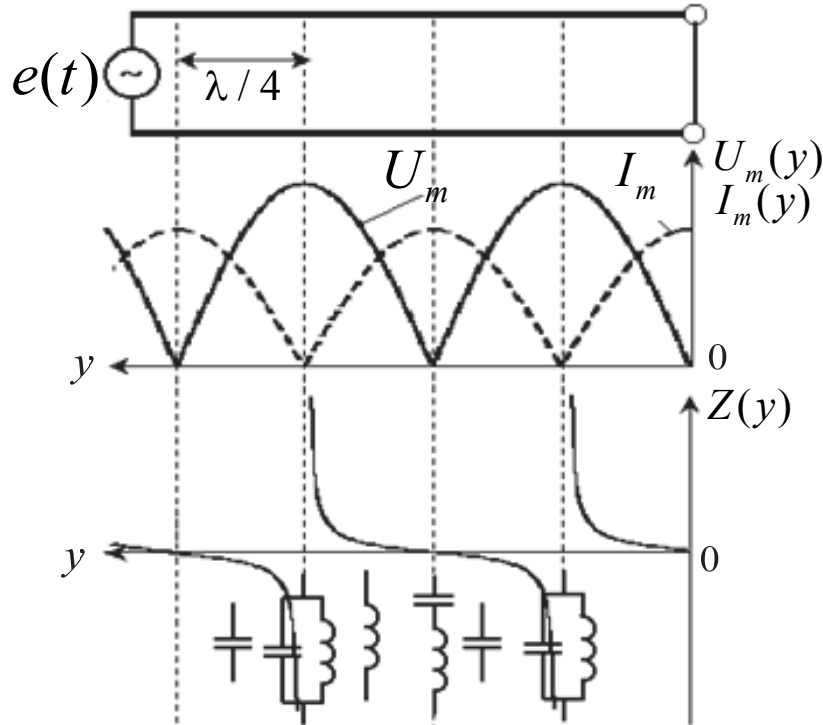


Рис. 13.11. Графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз тока и напряжения вдоль короткозамкнутой линии

Переходя от комплексной формы записи (13.31) к мгновенным значениям в вещественной форме, получим

$$\begin{aligned}
 u(y, t) &= 2U_{k \text{ пад}} |\sin(\beta y)| \cos(\omega t + \varphi_{k \text{ пад}} + \pi/2); \\
 i(y, t) &= 2 \frac{U_{k \text{ пад}}}{\rho} |\cos(\beta y)| \cos(\omega t + \varphi_{k \text{ пад}}).
 \end{aligned}
 \tag{13.33}$$

Уравнения (13.33) представляют собой уравнения стоячих волн для короткозамкнутой линии.

На основании выражений (13.32) и (13.33) можно построить графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз тока и напряжения вдоль короткозамкнутой линии (рис. 13.11).

Рассмотренные на рис. 13.11 законы распределения электрических величин вдоль линии для короткозамкнутой нагрузки в режиме стоячих волн нетрудно запомнить, если знать законы распределения для линии, разомкнутой на конце. Тогда для короткозамкнутой линии начало графиков надо сдвинуть влево на величину $\lambda/4$, т. е. в то характерное сечение, где входное сопротивление $Z(y)$ линии равно 0 (сравните $Z_k = 0$ для короткозамкнутой линии).

13.6.3. Линия, нагруженная на реактивное сопротивление

Линия, нагруженная на «чистую» реактивность, как было установлено выше, энергии не потребляет. Поэтому в ней устанавливается режим стоячих волн ($P_k = 1$).

Аргумент коэффициента отражения при этом зависит от величины и характера реактивного сопротивления и может принимать значения

$$\begin{aligned}
 0 < \psi_k < \pi &\text{ при } 0 < L < \infty, \\
 -\pi < \psi_k < 0 &\text{ при } 0 < C < \infty.
 \end{aligned}$$

С учетом этого на конце линии не бывает ни узла, ни пучности напряжения и тока, а имеет место некоторое промежуточное их значение.

Рассмотрим, как будут выглядеть графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз напряжения и тока в линии, нагруженной на емкость (рис. 13.12).

Из рис. 13.12 видно, что для линии, нагруженной на емкость, *расстояние от нагрузки до ближайшего минимума напряжения* l_0 меньше четверти длины волны ($l_0 < \lambda/4$).

Зная величину l_0 , можно с использованием уравнения (13.29) рассчитать величину емкости конденсатора, подключенного к концу линии.

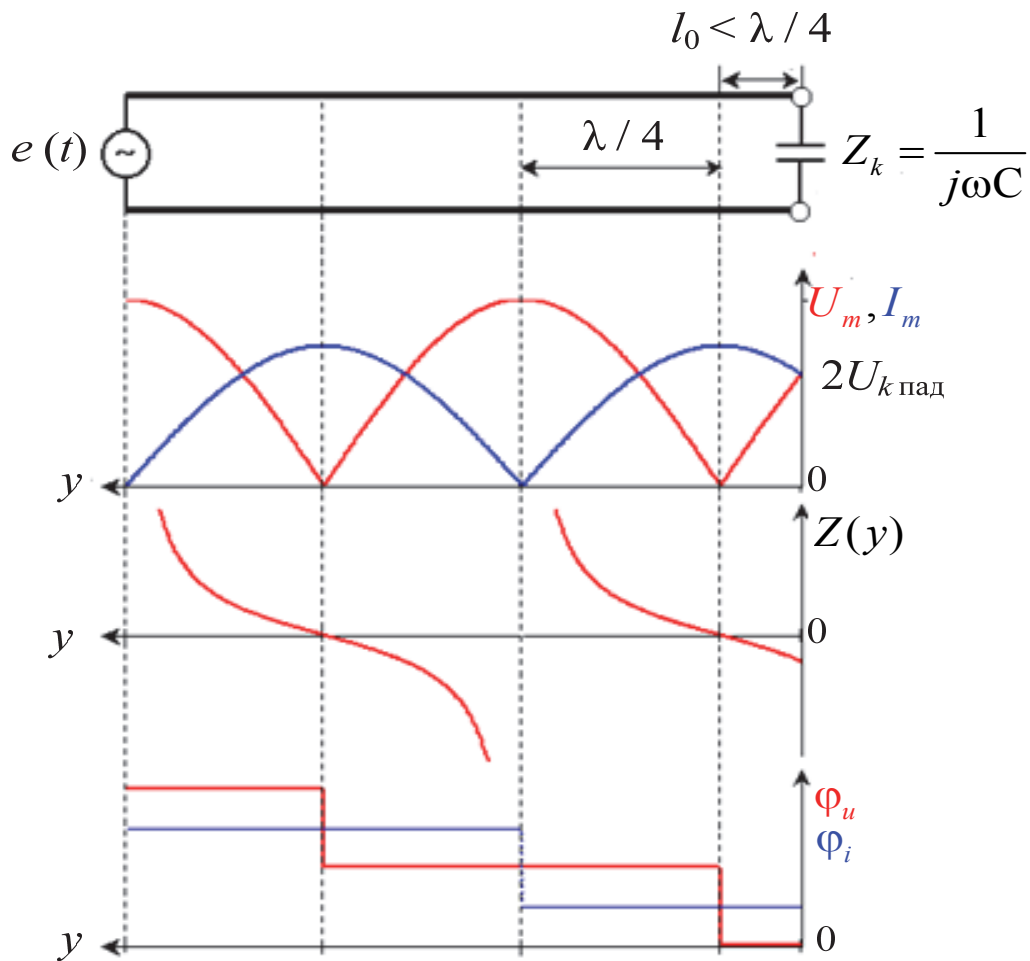


Рис. 13.12. Графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз напряжения и тока в линии, нагруженной на емкость

Так как в месте подключения емкости $\frac{1}{j\omega C} = -j\rho \operatorname{ctg}(\beta y)$, а $y = \frac{\lambda}{4} - l_0$,

то

$$C = \frac{1}{\omega \rho \operatorname{ctg}\left(\beta\left(\frac{\lambda}{4} - l_0\right)\right)}.$$

Рассуждая, как и в случае линии, нагруженной на емкость, и считая исходной короткозамкнутую линию, можно изобразить графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз напряжения и тока в линии, нагруженной на индуктивность (рис. 13.13).

Зная величину l_0 , можно с использованием выражения (13.32) рассчитать величину индуктивности, подключенной к концу линии.

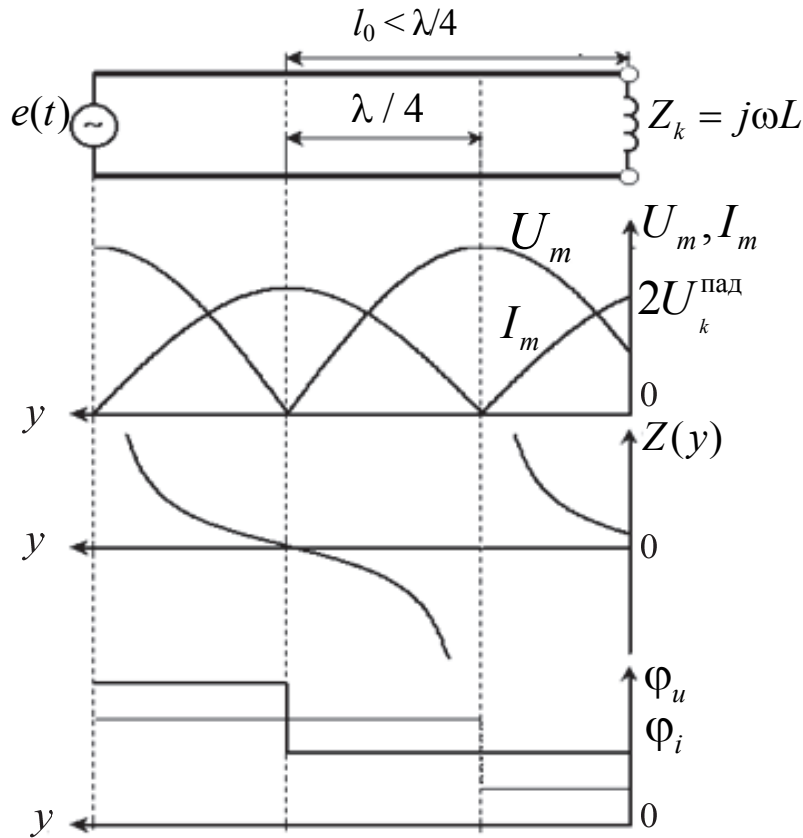


Рис. 13.13. Графики распределения амплитуд напряжения, тока, входного сопротивления, фаз напряжения и тока в линии, нагруженной на индуктивность

Так как в месте подключения индуктивности $j\omega L = j\rho \operatorname{tg}(\beta y)$, а $y = \frac{\lambda}{2} - l_0$,

то

$$L = \frac{\rho \operatorname{tg}\left(\beta\left(\frac{\lambda}{2} - l_0\right)\right)}{\omega}.$$

Итак, отрезки длинных линий в режиме стоячих волн чаще всего используются в качестве реактивных элементов L и C , а также в качестве колебательных контуров высокочастотных генераторов. Изменяя длину отрезков короткозамкнутой или разомкнутой линии, можно изменять величину емкости (или индуктивности) в широких пределах или получать высокодобротные колебательные контуры.

Рассмотренные законы распределения электрических величин вдоль линии для различных нагрузок в режиме стоячих волн нетрудно запомнить, если знать законы распределения для линии, разомкнутой на конце.

Тогда:

- для короткозамкнутой линии начало графиков надо сдвинуть влево на величину $\lambda/4$;
- для линии, нагруженной на емкость, начало графиков будет находиться в пределах первой части отрезка $\lambda/2$ и зависеть от величины емкости. Чем емкость меньше, тем величина напряжения на ней будет больше и наоборот;
- для линии, нагруженной на индуктивность, начало графиков будет находиться в пределах второй четверти отрезка и зависеть от величины индуктивности: чем индуктивность меньше, тем величина напряжения на ней будет меньше и наоборот.

13.7. Режим смешанных волн. Основные радиотехнические параметры волноводного тракта

13.7.1. Распределение электрических величин в режиме смешанных волн

Режим смешанных волн (режим частичного отражения) возникает в длинной линии в том случае, когда модуль коэффициента отражения меньше единицы $0 < |\dot{P}_k| < 1$. При этом амплитуды отраженной волны напряжения и тока определяются выражениями

$$\begin{aligned} U_{m\text{отр}} &= |\dot{P}_k| U_{m\text{пад}} < U_{m\text{пад}}; \\ I_{m\text{отр}} &= |\dot{P}_k| I_{m\text{пад}} < I_{m\text{пад}}. \end{aligned} \quad (13.34)$$

Следовательно, часть энергии падающей волны поглощается нагрузкой, а часть – отражается. *Амплитуда отраженной волны всегда меньше амплитуды падающей волны.*

Режим смешанных волн возникает при комплексной нагрузке

$$\dot{Z}_k = r_k + jX_k,$$

а также при чисто активной нагрузке, неравной волновому сопротивлению линии $\dot{Z}_k = r_k \neq \rho$, т. е. при $\dot{Z}_k = r_k < \rho$ и $\dot{Z}_k = r_k > \rho$.

Распределение электрических величин вдоль линии в режиме смешанных волн обуславливается интерференцией падающей и отраженной волн неравных амплитуд. В тех сечениях линии, где отраженная и падающая волны складываются в фазе, результирующая амплитуда будет равна арифметической сумме их амплитуд:

$$\begin{aligned}
 U_{m \max} &= U_{m \text{пад}} + U_{m \text{отр}} = U_{\text{пад}} \left(1 + |\dot{P}_k|\right); \\
 I_{m \max} &= I_{m \text{пад}} + I_{m \text{отр}} = I_{\text{пад}} \left(1 + |\dot{P}_k|\right).
 \end{aligned}
 \tag{13.35}$$

В тех же местах, где отраженная и падающая волны оказываются в противофазе, результирующая волна равна разности их амплитуд:

$$\begin{aligned}
 U_{m \min} &= U_{m \text{пад}} - U_{m \text{отр}} = U_{\text{пад}} \left(1 - |\dot{P}_k|\right); \\
 I_{m \min} &= I_{m \text{пад}} - I_{m \text{отр}} = I_{\text{пад}} \left(1 - |\dot{P}_k|\right).
 \end{aligned}
 \tag{13.36}$$

Для оценки того, насколько смешанный режим оказывается близким к режиму бегущей или стоячей волны, вводят в рассмотрение коэффициент бегущей волны (K_6) и коэффициент стоячей волны (K_c).

Под коэффициентом K_6 бегущей волны понимают отношение минимальной амплитуды напряжения (тока) к максимальной амплитуде напряжения (тока), которое согласно уравнениям (13.35), (13.36)

$$K_6 = \frac{U_{m \min}}{U_{m \max}} = \frac{I_{m \min}}{I_{m \max}} = \frac{1 - |\dot{P}_k|}{1 + |\dot{P}_k|} \Leftrightarrow 0 \leq K_6 \leq 1.
 \tag{13.37}$$

Под коэффициентом K_c стоячей волны понимают отношение максимальной амплитуды напряжения (тока) к минимальной:

$$K_c = \frac{U_{m \max}}{U_{m \min}} = \frac{I_{m \max}}{I_{m \min}} = \frac{1 + |\dot{P}_k|}{1 - |\dot{P}_k|} \Leftrightarrow 1 \leq K_c \leq \infty.
 \tag{13.38}$$

Коэффициенты бегущей и стоячей волн (K_6 и K_c) легко определяются экспериментально и являются удобными при оценке режима работы длинной линии. Существуют приборы, показания которых пропорциональны результирующему напряжению (или току) в линии. Перемещая такие приборы вдоль линии, можно определить коэффициенты K_6 или K_c , а затем, если необходимо, вычислить и модуль коэффициента отражения $|\dot{P}_k|$.

Коэффициенты K_6 и K_c , как видно из формул (13.37) и (13.38), однозначно определяются модулем коэффициента отражения:

- в режиме бегущей волны $|\dot{P}_k| = 0$, поэтому коэффициент $K_6 = K_c = 1$;
- в режиме стоячей волны $|\dot{P}_k| = 1$, поэтому коэффициент $K_6 = 0$, а коэффициент $K_c = \infty$.

Следовательно, возможные изменения этих коэффициентов лежат в следующих пределах: $0 < K_6 < 1$, а $1 < K_c < \infty$.

Рассмотрим распределение электрических величин вдоль линии для нескольких частных случаев режима смешанных волн.

13.7.2. Нагрузка чисто активная: $r_k > \rho$

Пусть нагрузка чисто активная и по величине больше волнового сопротивления линии, т. е. $Z_k = r_k > \rho$.

Не вдаваясь в детальный анализ математических выражений, на основе физических соображений, построим графики зависимостей $U_m(y)$, $I_m(y)$, $Z(y)$ и $\varphi(y)$ вдоль линии.

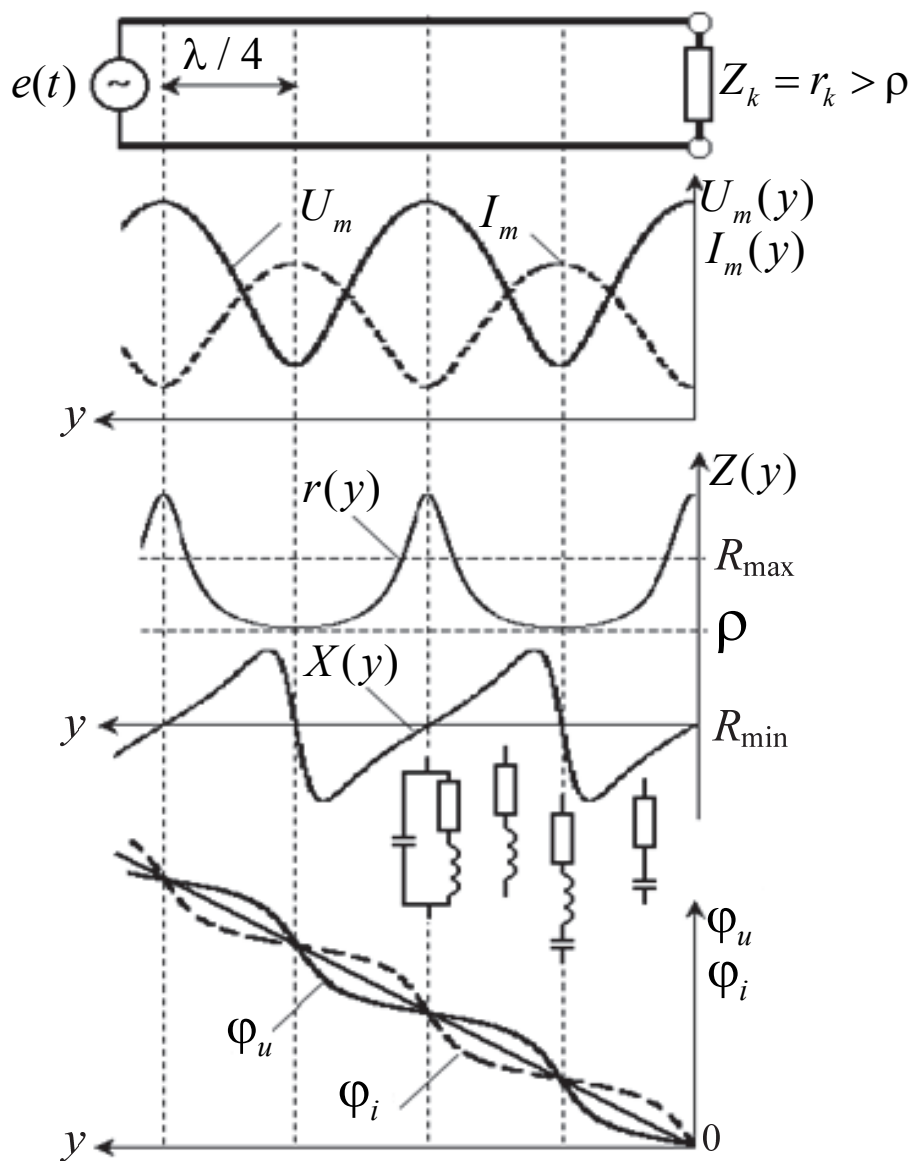


Рис. 13.14. Графики зависимостей $U_m(y)$, $I_m(y)$, $Z(y)$ и $\varphi(y)$ вдоль линии

При выполнении неравенства $Z_k = r_k > \rho$ коэффициент отражения

$$P_k = \left| \dot{P}_k \right| = \frac{r_k - \rho}{r_k + \rho} > 0, \quad (13.39)$$

т. е. является вещественным положительным числом. Поэтому фаза коэффициента отражения по напряжению $\psi_k = 0$, а фаза коэффициента отражения по току равна π . Следовательно, на конце линии образуется максимальная амплитуда напряжения и минимальная амплитуда тока. В точке, отстоящей от конца линии на расстоянии $\lambda/4$, наоборот имеет место минимальная амплитуда напряжения и максимальная амплитуда тока. В точке, находящейся от конца линии на расстоянии $\lambda/2$, повторяются условия на конце линии (рис. 13.14).

Аналитические выражения, позволяющие количественно описать законы распределения электрических величин имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= \dot{U}_{\text{пад}}(y) \left(1 + \left| \dot{P}_k \right| e^{j(\psi_k - 2\beta y)} \right); \\ \dot{I}(y) &= \dot{I}_{\text{пад}}(y) \left(1 - \left| \dot{P}_k \right| e^{j(\psi_k - 2\beta y)} \right). \end{aligned} \quad (13.40)$$

В смешанном режиме распределение амплитуд и фаз подчинено более сложным функциям, вытекающим из формулы (13.40):

$$\begin{aligned} \dot{U}(y) &= \dot{U}_{\text{пад}}(y) \left(1 + \left| \dot{P}_k \right| \cos(\psi_k - 2\beta y) + j \left| \dot{P}_k \right| \sin(\psi_k - 2\beta y) \right) = \\ &= \dot{U}_{k \text{ пад}} e^{j\beta y} \sqrt{1 + 2 \left| \dot{P}_k \right| \cos(\psi_k - 2\beta y) + \left| \dot{P}_k \right|^2} \cdot e^{j \arctg \frac{\left| \dot{P}_k \right| \sin(\psi_k - 2\beta y)}{1 + \left| \dot{P}_k \right| \cos(\psi_k - 2\beta y)}}. \end{aligned} \quad (13.41)$$

Из выражения (13.41) видна следующая закономерность распределения амплитуды напряжения:

$$U_m(y) = \left| \dot{U}(y) \right| = \dot{U}_{\text{пад}}(y) \sqrt{1 + 2 \left| \dot{P}_k \right| \cos(\psi_k - 2\beta y) + \left| \dot{P}_k \right|^2} \quad (13.42)$$

и фазы (при $\phi_{k \text{ пад}} = 0$):

$$\phi^u(y) = \beta y + \arctg \frac{\left| \dot{P}_k \right| \sin(\psi_k - 2\beta y)}{1 + \left| \dot{P}_k \right| \cos(\psi_k - 2\beta y)}. \quad (13.43)$$

Из уравнения (13.40) можно получить аналогичные выражения для тока:

амплитуда тока

$$I_m(y) = |\dot{I}(y)| = \frac{U_{\text{пад}}(y)}{\rho} \sqrt{1 - 2|\dot{P}_k| \cos(\psi_k - 2\beta y) + |\dot{P}_k|^2} \quad (13.44)$$

и его фаза

$$\varphi^i(y) = \beta y - \arctg \frac{|\dot{P}_k| \sin(\psi_k - 2\beta y)}{1 - |\dot{P}_k| \cos(\psi_k - 2\beta y)}. \quad (13.45)$$

Из выражений (13.42) и (13.44) следует, что амплитуды напряжения и тока являются периодическими функциями координаты y с периодом $\lambda/2$, поскольку

$$U_m(y) = U_m\left(y + \frac{\lambda}{2}\right) \quad \text{и} \quad I_m(y) = I_m\left(y + \frac{\lambda}{2}\right).$$

Максимальная амплитуда напряжения возникает в тех сечениях, где $\cos(\psi_k - 2\beta y) = 1$.

Здесь отраженная волна напряжения находится в фазе с падающей. Согласно выражению (13.42)

$$U_{m\text{max}} = U_{m\text{пад}}(1 + |\dot{P}_k|). \quad (13.46)$$

В этом же сечении амплитуда тока минимальна и, как следует из формулы (13.44),

$$I_{m\text{min}} = \frac{U_{m\text{пад}}}{\rho}(1 - |\dot{P}_k|). \quad (13.47)$$

В тех же сечениях, где $\cos(\psi_k - 2\beta y) = -1$, амплитуда напряжения минимальна, а амплитуда тока наоборот максимальна:

$$\begin{cases} U_{m\text{min}} = U_{m\text{пад}}(1 - |\dot{P}_k|); \\ I_{m\text{max}} = \frac{U_{m\text{пад}}}{\rho}(1 + |\dot{P}_k|). \end{cases} \quad (13.48)$$

Выражения (13.46), (13.47) и (13.48) совпадают с введенными из физических соображений выражениями (13.35) и (13.36).

Сечения с максимальными и минимальными амплитудами напряжения и тока (рис. 13.14) называют характерными. В характерных сечениях разность фаз между напряжением и током равна нулю. Действительно, в характерных сечениях $\cos(\psi_k - 2\beta y) = \pm 1$.

Однако тогда $\sin(\psi_k - 2\beta y) = 0$, и, как следует из формул (13.43) и (13.45), разность фаз между током и напряжением

$$\Delta\varphi = \varphi^u - \varphi^i = 0.$$

Это означает, что в характерных сечениях входное сопротивление линии является чисто активным (рис. 13.14): интервалы между ближайшими характерными сечениями равны четверти длины волны в линии $\lambda/4$.

Закон распределения активной и реактивной составляющих входного сопротивления может быть представлен в виде комплексного числа:

$$\dot{Z}(y) = \rho \frac{\dot{Z}_k + j\rho \operatorname{tg}(\beta y)}{\rho + j\dot{Z}_k \operatorname{tg}(\beta y)} = r(y) + jX(y).$$

Однако в этом случае соответствующие формулы для $r(y)$ и $X(y)$ получаются громоздкими. На практике для расчета $r(y)$ и $X(y)$ используют круговую диаграмму Вольперта.

Следует отметить, что в характерных сечениях отношение комплексных амплитуд напряжения и тока дает вещественное число, т. е. сопротивление активного характера, поскольку колебания тока и напряжения в этих сечениях совпадают по фазе.

Так, в сечениях с максимальной амплитудой напряжения (минимальной амплитудой тока)

$$R = R_{\max} = \frac{U_{m\max}}{I_{m\min}} = \frac{U_{m\text{пад}}(1 + |\dot{P}_k|)}{\frac{U_{m\text{пад}}}{\rho}(1 - |\dot{P}_k|)} = \rho \frac{(1 + |\dot{P}_k|)}{(1 - |\dot{P}_k|)} = \rho K_c. \quad (13.49)$$

В сечениях с минимальной амплитудой напряжения (максимальной амплитудой тока)

$$R = R_{\min} = \frac{U_{m\min}}{I_{m\max}} = \frac{U_{m\text{пад}}(1 - |\dot{P}_k|)}{\frac{U_{m\text{пад}}}{\rho}(1 + |\dot{P}_k|)} = \rho \frac{(1 - |\dot{P}_k|)}{(1 + |\dot{P}_k|)} = \rho K_0. \quad (13.50)$$

Во всех остальных сечениях отношение комплексных амплитуд напряжения и тока комплексно и при переходе через характерное сечение дает сопротивление то индуктивного, то емкостного характера. Это зависит от знака разности фаз φ напряжения и тока в рассматриваемом сечении.

Из рис. 13.14 следует, что наиболее резкое изменение фаз напряжения и тока происходит вблизи минимальных амплитуд, а также имеются

место участка длинной линии, где фаза напряжения опережает фазу тока, и наоборот. Это соответствует индуктивному или емкостному характеру комплексных входных сопротивлений.

В сечениях, координаты которых удовлетворяют неравенству

$$n \frac{\lambda}{4} < y < (2n + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad (n = 0, 1, \dots),$$

ток опережает напряжение, и входное сопротивление носит активно емкостный характер. В сечениях, координаты которых удовлетворяют неравенству

$$(2n + 1) \frac{\lambda}{4} < y < (n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 0, 1, \dots),$$

напряжение опережает ток и входное сопротивление носит активно индуктивный характер.

Таким образом, изменение величины активной нагрузки r_k (при $X_k = 0$) приводит к изменению модуля коэффициента отражения $|\dot{P}_k|$, а следовательно, и к изменению коэффициента бегущей волны K_6 . Если сопротивление r_k приближать к волновому сопротивлению ρ , то режим будет стремиться к режиму бегущей волны. Если сопротивление r_k устремлять к бесконечности, то режим в линии будет приближаться к режиму стоячей волны в разомкнутой линии. При этом изменение сопротивления r_k в пределах $\rho < r_k < \infty$ не приводит к перемещению максимумов и минимумов амплитуд вдоль линии, так как в этом случае аргумент коэффициента отражения не изменяется.

13.7.3. Нагрузка чисто активная: $r_k < \rho$

Рассмотрим случай, когда сопротивление нагрузки чисто активное и меньше волнового сопротивления линии: $\dot{Z}_k = r_k < \rho$.

В этом случае (рис. 13.15) коэффициент отражения

$$\rho_k = \frac{r_k - \rho}{r_k + \rho} < 0$$

и является вещественным отрицательным числом, а аргумент коэффициента отражения изменяется на π по сравнению с нагрузкой $r_k > \rho$, т. е. $\psi_k = \pi$, а $\psi_k^i = 0$. Поэтому на конце линии будет минимальная амплитуда напряжения и максимальная амплитуда тока.

В этом случае сопротивление нагрузки, согласно формуле (13.50), $r_k = \rho K_6$.

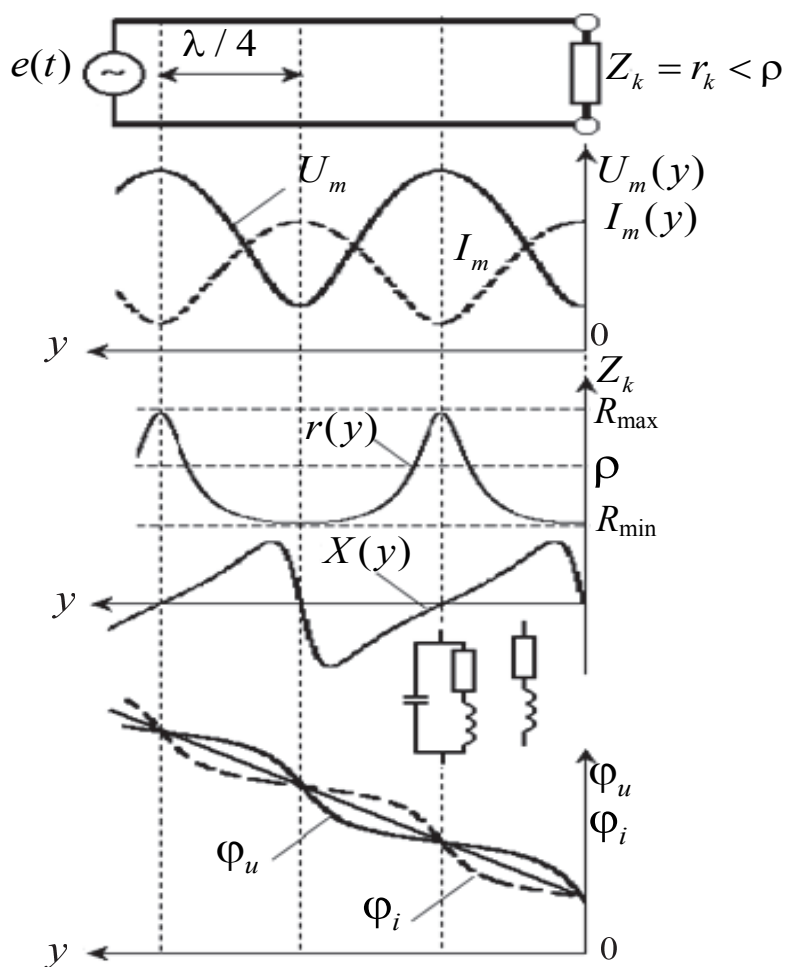


Рис. 13.15. Графики распределения электрических величин для случая чисто активной нагрузки

При $r_k \rightarrow 0$ режим приближается к режиму стоячей волны в короткозамкнутой линии.

13.7.4. Нагрузка комплексная: $Z_k = r_k \pm j \cdot X_k$

Как отмечалось выше, входное сопротивление между характерными сечениями носит комплексный характер. Поэтому, если в конце линии включена комплексная нагрузка, положение характерных сечений окажется смещенным относительно конца линии.

По аналогии с предыдущими рассуждениями, для активно-емкостной нагрузки начало графиков будет находиться между сечениями 1–2, а величина напряжения и тока в конце линии зависеть от величин активного и емкостного сопротивлений (рис. 13.16).

Для активно-индуктивной нагрузки начало графиков будет находиться между сечениями 2–3 (рис. 13.17).

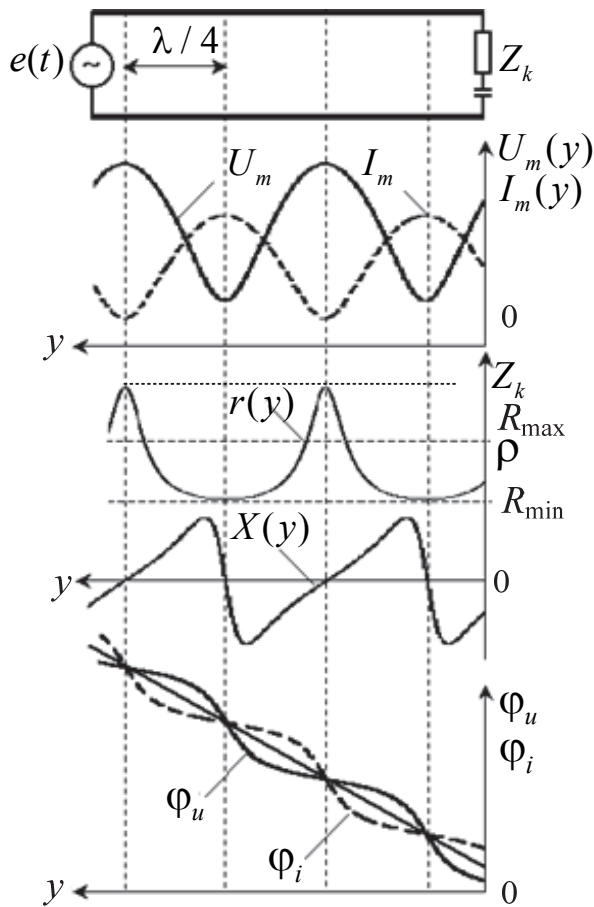


Рис. 13.16. Графики распределения электрических величин для случая активно-емкостной нагрузки

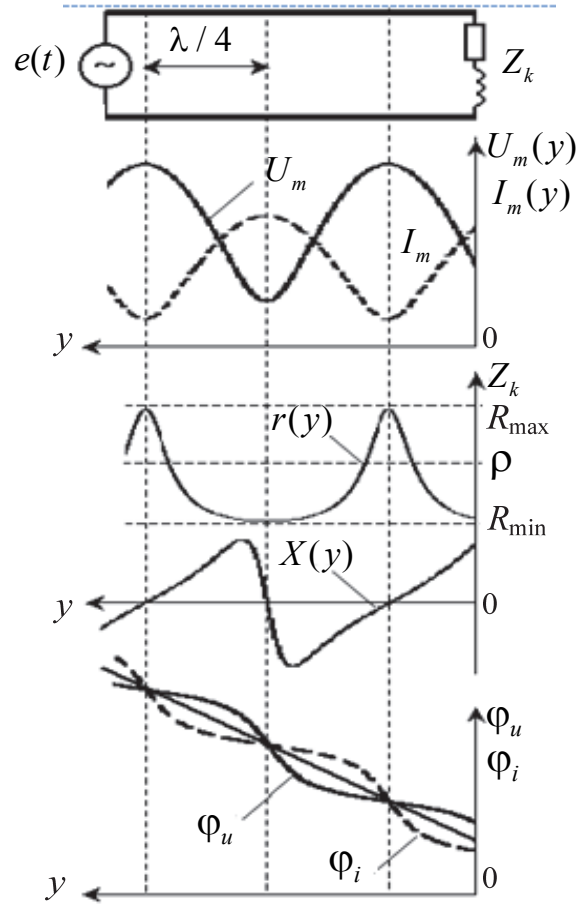


Рис. 13.17. Графики распределения электрических величин для случая активно-индуктивной нагрузки

На практике при использовании линий передачи чаще всего имеет место режим смешанных волн, так как нагрузка оказывается комплексной, например, антенна РЛС.

13.8. Круговая диаграмма длинной линии, ее применение

Расчет электрического режима в длинной линии из-за громоздкости расчетных формул достаточно сложен. Для расчета, например, входного сопротивления линии необходимо знать сопротивление \dot{Z}_k , включенное на конце линии, которое в большинстве случаев неизвестно и подлежит определению.

Часто величину и характер нагрузочного сопротивления $\dot{Z}_k = r_k + jX_k$ определяют, располагая данными эксперимента. Для этого перемещают вдоль линии индикатор напряжения (тока), снимают данные и строят гра-

фик распределения амплитуд напряжения (или тока). По этому графику находят:

- длину λ волны в линии как удвоенное расстояние между соседними максимумами или минимумами амплитуд;
- коэффициент стоячей волны K_c (либо K_0) по отношению максимальных и минимальных амплитуд;
- расстояние l_0 от конца линии до ближайшего характерного сечения с минимумом напряжения.

Полученных данных оказывается достаточно для расчета сопротивления нагрузки, а следовательно, и входного сопротивления в произвольном сечении. Действительно, зная длину волны в линии, можно определить коэффициент фазы $\beta = 2\pi/\lambda$ и фазу коэффициента отражения $\psi_k = 2\beta y_0$. Модуль коэффициента отражения находят по известному значению K_c из формулы (13.38).

Воспользовавшись выражениями (13.13) и (13.14), получаем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} |\dot{P}_k| = \frac{K_c - 1}{K_c + 1} = \sqrt{\frac{(r_k - \rho)^2 + X_k^2}{(r_k + \rho)^2 + X_k^2}}, \\ \psi_k = 2\beta y_0 = \arctg \frac{2X_k \rho}{r_k^2 - \rho^2 + X_k^2}, \end{cases}$$

из которых при известном волновом сопротивлении линии ρ определяют активную r_k и реактивную X_k составляющие нагрузочного сопротивления.

Таким образом, аналитический расчет принципиально возможен, но является достаточно сложным. Решение приведенной задачи, а также других расчетных задач, значительно облегчается при использовании специальных номограмм. Наиболее широко применяется круговая диаграмма (диаграмма Вольперта).

Круговая диаграмма, строится на плоскости комплексного коэффициента отражения. В основе ее построения лежат выражения для комплексных амплитуд напряжения и тока (13.17):

$$\begin{cases} \dot{U}(y) = \dot{U}_{\text{пад}} (1 + \dot{P}_k e^{-j2\beta y}); \\ \dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_{\text{пад}}}{\rho} (1 - \dot{P}_k e^{-j2\beta y}), \end{cases}$$

а также выражение для входного сопротивления $Z(y)$ и входной проводимости $Y(y)$ в произвольном сечении линии:

$$Z(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = \rho \frac{1 + \dot{P}_k e^{-j\beta y}}{1 - \dot{P}_k e^{-j\beta y}} = \frac{1}{Y(y)}.$$

Для придания диаграмме универсальности пользуются **приведенными комплексными амплитудами**:

$$\dot{U}'(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{U}_{\text{пад}}(y)}; \quad \dot{I}'(y) = \frac{\dot{I}(y)}{\dot{I}_{\text{пад}}(y)}$$

и приведенными входными сопротивлением и проводимостью:

$$Z'(y) = \frac{Z(y)}{\rho}; \quad Y'(y) = \frac{Y(y)}{1/\rho} = Y(y)\rho.$$

Приведенные комплексные амплитуды, а также сопротивление и проводимость зависят только от коэффициента отражения и положения сечения в линии:

$$\dot{U}'(y) = 1 + \dot{P}_k e^{-j2\beta y}; \quad \dot{I}'(y) = 1 - \dot{P}_k e^{-j2\beta y}; \quad (13.51)$$

$$Z'(y) = \frac{1 + \dot{P}_k e^{-j2\beta y}}{1 - \dot{P}_k e^{-j2\beta y}}; \quad Y'(y) = \frac{1 - \dot{P}_k e^{-j2\beta y}}{1 + \dot{P}_k e^{-j2\beta y}}. \quad (13.52)$$

Приведенные (нормированные) электрические величины и параметры **безразмерны**. На рис. 13.18 показано их графическое построение на основании выражений (13.51) – здесь к вектору, равному единице, прибавлен вектор $\dot{P}_k e^{-j2\beta y}$. Последний имеет длину $|\dot{P}_k|$ и составляет угол $2\beta y = 2 \frac{2\pi}{\lambda} y = 4\pi y'$ (для напряжения) с вертикальным диаметром, принятым за начало отсчета, и угол $2\beta y + \pi$ (для тока). **Введенная безразмерная величина $y' = y/\lambda$ называется приведенной длиной, или приведенным расстоянием.**

По мере продвижения вдоль линии конец вектора $\dot{P}_k e^{-j2\beta y}$ скользит по окружности радиуса, равного $|\dot{P}_k|$, результирующий вектор $\dot{U}'(y)$, как и $\dot{I}'(y)$, меняет свою длину от $U_{m \max}$ ($I_{m \min}$) до $U_{m \min}$ ($I_{m \max}$) и отклоняется на максимальный угол $\theta_{\max} = \arcsin|\dot{P}_k|$.

Сплошная окружность единичного радиуса ($|\dot{P}_k| = 1$) соответствует режиму стоячей волны, а точка в центре ($|\dot{P}_k| = 0$) – режиму бегущей волны.

Вместо центрального угла $2\beta y$ откладывается соответствующая дуга в приведенных длинах. Так, углу $4\pi y' = \pi/2$ соответствует $y' = 1/8 = 0,125$;

углу $4\pi y' = \pi$ соответствует $y' = 1/4 = 0,25$ и т. д. Полный оборот вектора $\dot{P}_k e^{-j2\beta y}$ соответствует продвижению вдоль линии на $\lambda/2$. По рис. 13.18 также можно определить разность фаз φ между напряжением и током.

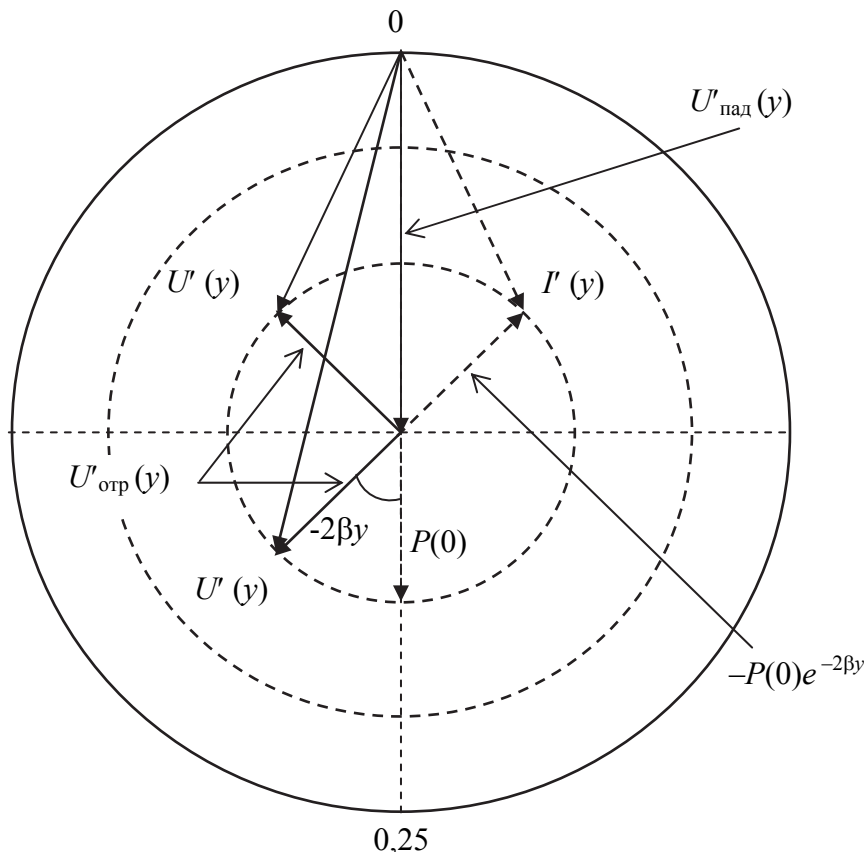


Рис. 13.18. Графическое построение приведенных (нормированных) электрических величин (напряжения и тока) на комплексной плоскости

В режиме стоячей волны эта разность фаз $\varphi = \pm\pi/2$, поскольку угол φ в этом случае опирается на диаметр сплошной окружности. При смешанном режиме он меньше $\pi/2$. В характерных сечениях, как видно, $\varphi = 0$, поскольку векторы \dot{U}'_{\max} , \dot{I}'_{\min} и, наоборот, \dot{U}'_{\min} , \dot{I}'_{\max} лежат на одной линии.

Диаграмма приведенных сопротивлений (проводимостей) является также круговой, что вытекает из рассмотрения формул (13.20):

$$\dot{Z}'(y) = r'(y) + jX'(y) = \frac{1 + \dot{P}(y)}{1 - \dot{P}(y)} = \frac{1 - u + jv}{1 - u - jv}, \quad (13.53)$$

где $\dot{P}(y) = \dot{P}_k e^{-j2\beta y} = u + jv$;

$r'(y)$ и $X'(y)$ – вещественная и мнимая части приведенного входного сопротивления.

После приравнивания вещественной и мнимой частей в выражении (13.53) и некоторых алгебраических преобразований, приходим к следующим выражениям:

$$u - \left(\frac{r'}{r'+1} \right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{r'+1} \right)^2; \quad (13.54)$$

$$\left((u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{X'} \right) \right)^2 = \left(\frac{1}{X'} \right)^2. \quad (13.54)$$

Эти выражения при фиксированных r' и X' представляют уравнения окружностей с координатами центра и радиусами:

$$u_0 = \frac{r'}{r'+1}; \quad v_0 = 0; \quad R_0 = \frac{r'}{r'+1};$$

$$u_0 = 1; \quad v_0 = \frac{1}{X'}; \quad R_0 = \frac{1}{X'}.$$

Для трех фиксированных значений r' и X' эти окружности (либо их части в пределах окружности единичного радиуса) показаны на рис. 13.19. Центры соответствующих окружностей отмечены точками. Семейства приведенных активных и реактивных входных сопротивлений являются в то же время семействами активных и реактивных приведенных проводимостей.

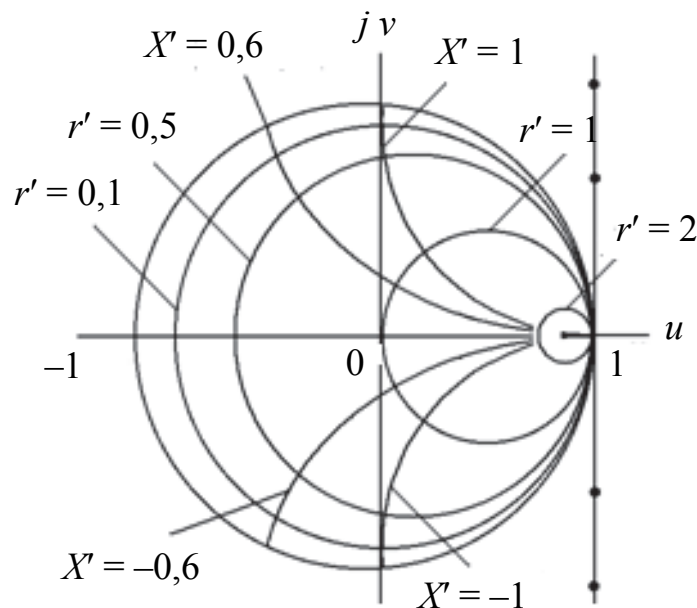


Рис. 13.19. Диаграмма приведенных сопротивлений (проводимостей) для трех фиксированных значений r' и X'

В этом легко убедиться, рассмотрев формулу (13.52) для приведенной проводимости:

$$\dot{Y}'(y) = \frac{1 - \dot{P}_k e^{-j2\beta y}}{1 + \dot{P}_k e^{-j2\beta y}}.$$

Если сместиться на $\lambda/4$, то множитель $e^{-j2\beta y}$ меняет знак на противоположный и тогда формула для \dot{Y}' переходит в формулу для \dot{Z}' , которая лежала в основе диаграммы приведенных сопротивлений.

Следовательно, в процессе движения вдоль линии \dot{Z}' переходит в \dot{Y}' и наоборот через каждые $\lambda/4$, что означает, что одни и те же семейства кривых на диаграмме удовлетворяют формулам \dot{Y}' и \dot{Z}' .

Если теперь совместить рис. 13.19 и рис. 13.18, то получится полная круговая диаграмма длинных линий, представленная на рис. 13.20.

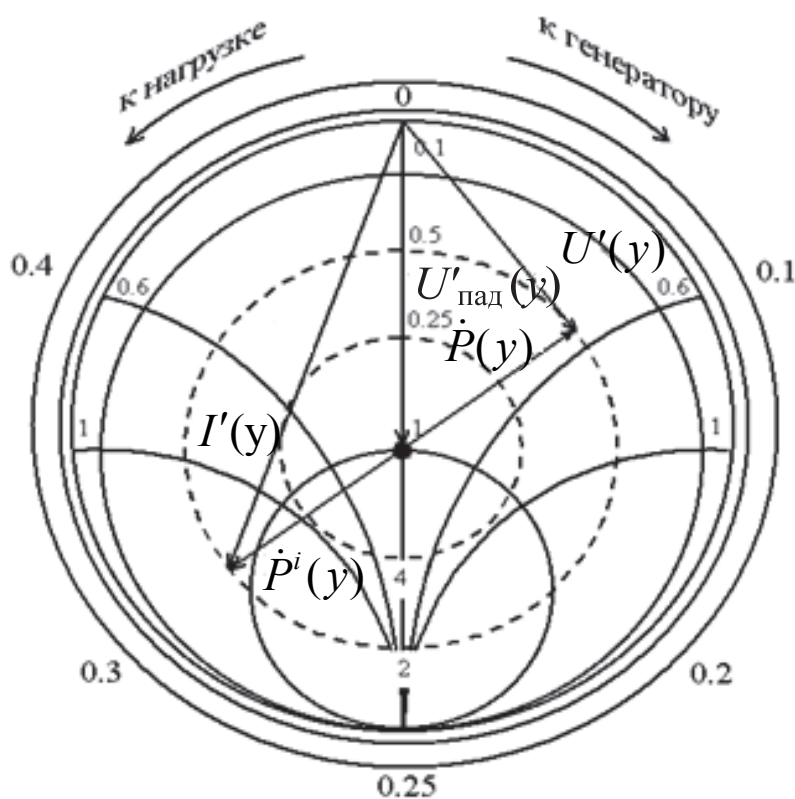


Рис. 13.20. Полная круговая диаграмма длинных линий

Таким образом, круговая диаграмма (рис. 13.21) состоит из четырех семейств кривых:

- 1) семейство линии постоянного значения модуля коэффициента отражения $|\dot{P}(y)|$ (постоянного значения K_c (K_0)) – **концентрические окружности** (пунктирные окружности);

Для линий активной составляющей сопротивления $r'(y)$ оцифровка приведена на вертикальном диаметре и численно совпадает со значениями коэффициентов K_b и K_c .

Для линий реактивной $X'(y)$ составляющей сопротивления оцифровка приведена на внутренней стороне окружности единичного радиуса. Причем правое (от вертикального диаметра) семейство линий относится к реактивности индуктивного характера, а левое – емкостного характера.

Для линий реактивной $X'(y)$ составляющей сопротивления оцифровка приведена на внутренней стороне окружности единичного радиуса. Причем, правое (от вертикального диаметра) семейство линий относится к реактивности индуктивного характера, а левое – емкостного характера.

На круговой диаграмме приведенные проводимости находятся как диаметрально противоположные точки, соответствующие приведенным сопротивлениям.

Многие инженерные расчеты ведутся при помощи круговой диаграммы длинных линий, позволяющей производить расчет:

- сопротивления (проводимости) нагрузки;
- входного сопротивления (проводимости) линии в любом ее сечении;
- длин отрезков линий с заданной величиной входного сопротивления (проводимости);
- величин коэффициентов K_b , K_c в линии и других параметров длинной линии.

СОГЛАСОВАНИЕ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

14.1. Общий принцип согласования. Методы устранения отраженной волны

При использовании длинных линий для канализации высокочастотной энергии целесообразно, по возможности, режим работы линии приблизить к РБВ. Кроме того, необходимо обеспечить условие отдачи максимальной мощности от генератора в линию.

В большинстве случаев в радиолокации нагрузка является величиной комплексной, например, эквивалентное сопротивление антенны. Поэтому в линии передачи энергии от генератора до нагрузки будет устанавливаться режим смешанных волн.

Основными недостатками режима смешанных волн для передачи энергии являются следующие:

1. Не вся энергия генератора передается в нагрузку, а значит, уменьшается мощность P , подводимая к антенне, что приведет к уменьшению максимальной дальности радиолокационного обнаружения (РЛО):

$$r_{m0} \downarrow = \sqrt[4]{\frac{\sigma_{\text{ц}}(P \downarrow) \cdot G_m \cdot A_m}{(4\pi)^2 \cdot P_{\text{нmin}}}}$$

2. Входное сопротивление в РБВ линии постоянно и не зависит от частоты. Это обеспечивает большую стабильность работы генератора. Действительно, если в линии смешанный режим, то любое изменение частоты генератора вызывает изменение входного сопротивления линии, т. е. нагрузки на генератор, в результате чего его частота может еще в большей степени отклониться от исходной. Одновременно изменяется отдаваемая в линию мощность. Это особенно сказывается в линиях большой протяженности при больших значениях K_c .

Пусть, например, вдоль линии укладывается около 50 длин волн, а режим близок к стоячей волне, причем зажимы генератора оказываются в сечении, где имеет место максимальная амплитуда напряжения (минимальная амплитуда тока). Это значит, что сопротивление нагрузки генератора велико (холостой ход генератора). Если частота генератора изменится всего на 0,5 % от рабочей частоты, то вдоль линии уложится на одну четверть волны больше или меньше, так как $0,005\lambda \cdot 50 = 0,25\lambda$.

В результате зажимы генератора окажутся в сечении с минимальной амплитудой напряжения (максимальной амплитудой тока), а генератор – в режиме, близком к короткому замыканию.

3. Поскольку амплитуда результирующего напряжения в режиме смешанных волн превышает амплитуду напряжения падающей волны

$$U_{m \max} = U_{m \text{ пад}} + U_{m \text{ отр}} = U_{\text{пад}} \left(1 + \left| \dot{P}_k \right| \right),$$

то это приводит к увеличению вероятности наступления электрического пробоя в линии передачи (волноводе) в тех сечениях, где амплитуда напряжения принимает свои максимальные значения. Для уменьшения вероятности пробоя необходимо уменьшать величину допустимой мощности, передаваемой по линии, что, в свою очередь, опять приведет к уменьшению максимальной дальности РЛЮ.

4. В режиме бегущих волн в линии с малыми потерями имеет место наибольший коэффициент полезного действия, что обусловлено отсутствием отраженной волны, за счет которой возрастают потери. Кроме того, в РБВ предельная мощность, передаваемая в линию, больше, чем в режиме смешанных волн.

Кроме того, можно получить РБВ при нагрузках, обеспечивающих режим смешанных волн за счет **согласования нагрузки с линией**. Согласование можно обеспечить за счет поглощения или компенсации отраженной волны. Соответственно различают **широкополосное** согласование, основанное на поглощении отраженной волны, и **узкополосное**, основанное на компенсации отраженной волны.

В качестве согласующих широкополосных устройств используются: вентили; циркуляторы; направленные ответвители и другое, основной задачей которых является полное или частичное ответвление из линии передачи отраженной волны с последующим ее поглощением.

Рассмотрим более подробно принцип узкополосного согласования и устройства, его реализующие.

Ранее было установлено, что РБВ в линии будет наблюдаться в том случае, когда сопротивление нагрузки является чисто активным и равным волновому сопротивлению линии: $\dot{Z}_k = r_k = \rho$. В этом случае для приближения режима работы линии к РБВ поступают следующим образом. Вблизи нагрузки в линию вводятся некоторые неоднородности, компенсирующие отражение энергии от нагрузки. Другими словами, эти дополнительные неоднородности трансформируют комплексное сопротивление нагрузки в активное, равное волновому сопротивлению линии. Линия передачи энергии считается идеально согласованной с нагрузкой, подключенной к ее концу, если амплитуда отраженной волны в линии равна нулю.

Физическая сущность согласования в линии передачи энергии состоит в следующем. Согласующие устройства представляют собой неоднородности, введенные в линию вблизи нагрузки таким образом, что отраженная от этих неоднородностей волна равна по амплитуде и противоположна по фазе волне, отраженной от нагрузки. В этом случае произойдет компенсация волны, отраженной от нагрузки, и в линии от генератора до согласующего устройства установится РБВ.

Согласование нагрузки с линией (РБВ) еще не гарантирует максимальной отдачи мощности генератора в нагрузку. В самом деле, в РБВ входное сопротивление линии в любом сечении равно волновому сопротивлению длинной линии и в общем случае не согласуется с внутренним сопротивлением генератора. Максимальная же отдача мощности генератором имеет место при выполнении условия

$$\dot{Z}_H = \dot{Z}_{\text{ВЫХ}}^* , \quad (14.1)$$

где $\dot{Z}_{\text{ВЫХ}} = r_{\text{ВЫХ}} + jX_{\text{ВЫХ}}$ – выходное сопротивление генератора высокочастотных колебаний;

\dot{Z}_H – сопротивление нагрузки, равное в рассматриваемом случае входному сопротивлению линии в месте подключения генератора;

$\dot{Z}_{\text{ВЫХ}}^* = r_{\text{ВЫХ}} - jX_{\text{ВЫХ}}$ – комплексно-сопряженное значение выходного сопротивления генератора.

Выполнение условия (14.1), т. е. обеспечение максимальной отдачи мощности генератором, может быть достигнуто введением вблизи начала линии еще одного трансформатора сопротивлений. Последний должен трансформировать входное сопротивление линии ρ в величину, равную $\dot{Z}_{\text{ВЫХ}}^*$.

В качестве согласующих устройств используются четвертьволновой трансформатор, шлейф Татаринова, двухшлейфовый трансформатор и другие устройства.

Рассмотрим более подробно четвертьволновой трансформатор и шлейф Татаринова.

14.2. Узкополосные согласующие устройства, их конструкции, основные характеристики, методика расчета

14.2.1. Четвертьволновой трансформатор

Четвертьволновой трансформатор представляет собой отрезок разомкнутой линии длиной $l = \lambda/4$, включаемый в линию последовательно (рис. 14.1).

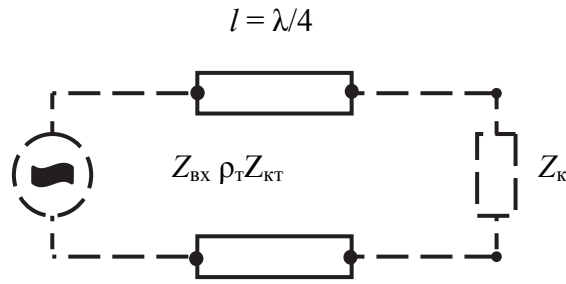


Рис. 14.1. Условное изображение четвертьволнового трансформатора

Входное сопротивление трансформатора, имеющего волновое сопротивление ρ_T при $l = \lambda/4$,

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \rho_T \frac{\dot{Z}_{\text{кТ}} + j\rho_T \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi \lambda}{\lambda 4}\right)}{\rho_T + j\dot{Z}_{\text{кТ}} \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi \lambda}{\lambda 4}\right)} = \frac{\rho_T^2}{\dot{Z}_{\text{кТ}}}, \quad (14.2)$$

где ρ_T – волновое сопротивление $\lambda/4$ -трансформатора;

$\dot{Z}_{\text{кТ}}$ – сопротивление нагрузки трансформатора, им является входное сопротивление линии в месте подключения.

Из выражения (14.2) следует, что входное сопротивление четвертьволнового трансформатора $\dot{Z}_{\text{вх}}$ будет иметь активный характер лишь в том случае, когда сопротивление нагрузки четвертьволнового трансформатора $\dot{Z}_{\text{кТ}}$ также активно. Поэтому для согласования нагрузки с линией трансформатор необходимо включить в ближайшее к концу линии характерное сечение, например, в сечение с минимумом или максимумом амплитуды напряжения (напомним, что в характерных сечениях входное сопротивление линии передачи – чисто активная величина). Тогда входное сопротивление четвертьволнового трансформатора будет также активным (ρ_T – всегда активное сопротивление), т. е.

$$Z_{\text{вх}} = r_{\text{вх}} = \frac{\rho_T^2}{r_{\text{кТ}}}, \quad (14.3)$$

где $r_{\text{вх}}$ – входное сопротивление линии в характерном сечении;

$r_{\text{кТ}}$ – активное сопротивление нагрузки трансформатора, им является активное входное сопротивление линии в ближайшем к нагрузке характерном сечении.

При таком включении четвертьволнового трансформатора в сечение с минимальной амплитудой напряжения находим входное сопротивление линии:

$$Z_{\text{BX}} = r_{\text{BX}} = \frac{\rho_{\text{T}}^2}{R_{\text{min}}} = \frac{\rho_{\text{T}}^2}{\rho K_{\text{с}}}. \quad (14.4)$$

Для согласования необходимо, чтобы выполнялось условие РБВ

$$r_{\text{BX}} = \rho. \quad (14.5)$$

Тогда из выражения (14.4) с учетом (14.5) находим требуемое волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора: $\rho_{\text{T}} = \rho \sqrt{K_{\text{с}}}$.

Так как в РБВ $K_{\text{с}} < 1$, то $\rho_{\text{T}} < \rho$.

Если же трансформатор включить в сечение линии с максимальной амплитудой напряжения, тогда из формулы (14.3) требуемое волновое сопротивление трансформатора $\rho_{\text{T}} = \rho \sqrt{K_{\text{с}}}$, но так как $K_{\text{с}} > 1$, то $\rho_{\text{T}} > \rho$.

Из конструктивных соображений удобнее включать трансформатор в сечение с минимальной амплитудой напряжения.

Так как четвертьволновой трансформатор представляет собой отрезок длиной линии, то его волновое сопротивление может быть определено через геометрические размеры линии:

$$\rho_{\text{T}} = 276 \lg \frac{d-a}{a} = 276 \lg \left(\frac{d}{a} - 1 \right),$$

и, следовательно, для выполнения условия $\rho_{\text{T}} < \rho$ в этом случае в линии на участке длиной $\lambda/4$ необходимо несколько увеличить диаметр проводов линии за счет насадки специальных трубок (рис. 14.2).

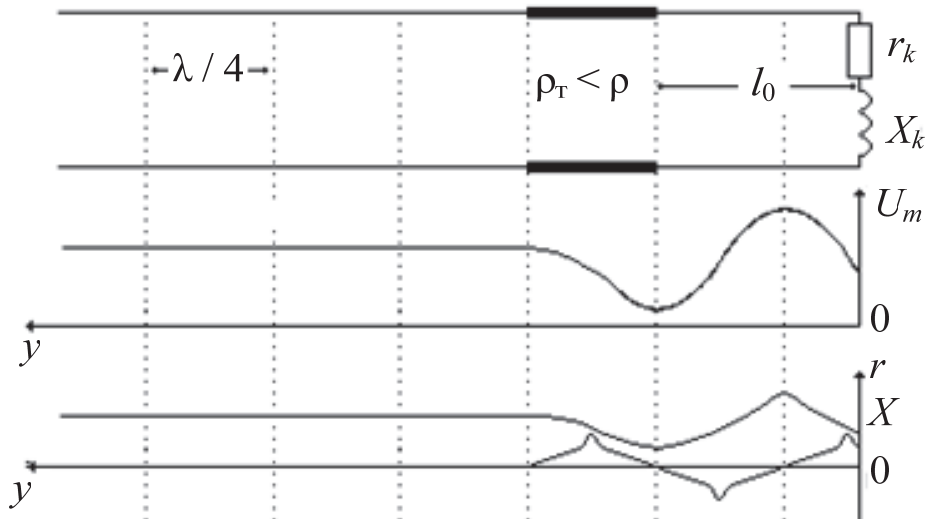


Рис. 14.2. Пример распределения амплитуд напряжения в линии до и после включения согласующего трансформатора в сечение с минимальной амплитудой напряжения при $Z_k = r_k + jX_k$

Как видно из рис. 14.2, после включения четвертьволнового трансформатора в длинной линии от трансформатора до генератора устанавливается РБВ.

Для согласования линии с генератором с целью отбора от него максимальной мощности необходимо включить, как было указано выше, еще один трансформатор в начале линии, чтобы обеспечить равенство входного сопротивления линии в месте подключения генератора и выходного комплексно-сопряженного сопротивления генератора.

14.2.2. Шлейф Татаринова

Согласование линии с нагрузкой с помощью одиночного шлейфа было предложено советским ученым В.В. Татариновым в 1940 году.

Шлейф Татаринова представляет собой короткозамкнутый отрезок линии, включаемый в согласуемую длинную линию параллельно вблизи нагрузки. Известно, что при параллельном соединении нескольких сопротивлений проще производить расчет эквивалентной проводимости, так как в этом случае необходимо суммировать составляющие проводимости в месте соединения: $Y_3 = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$. При расчете эквивалентного сопротивления используется более сложная формула, особенно в случае, когда составляющие сопротивления являются комплексными величинами.

При исследовании режима смешанных волн было установлено, что во всех сечениях линии, кроме характерных, входное сопротивление $Z(y)$, а следовательно, и входная проводимость $Y(y)$ являются величинами комплексными:

$$\dot{Y}(y) = \frac{1}{\dot{Z}(y)} = g(y) + jb(y),$$

Для согласования линии с нагрузкой шлейф Татаринова должен включаться в такие сечения линии, где активная составляющая входной проводимости линии равна $1/\rho$ (входное сопротивление линии равно волновому). Эти сечения располагаются симметрично относительно характерных.

При этом длина шлейфа выбирается таким образом, чтобы его входная проводимость была равна по величине и противоположна по знаку реактивной составляющей входной проводимости линии в месте подключения шлейфа.

Например, при включении шлейфа в сечение 1–1 (рис. 14.3)

$$Y_{ш1} = -jb_1,$$

где b_1 – реактивная составляющая входной проводимости линии в сечении 1–1.

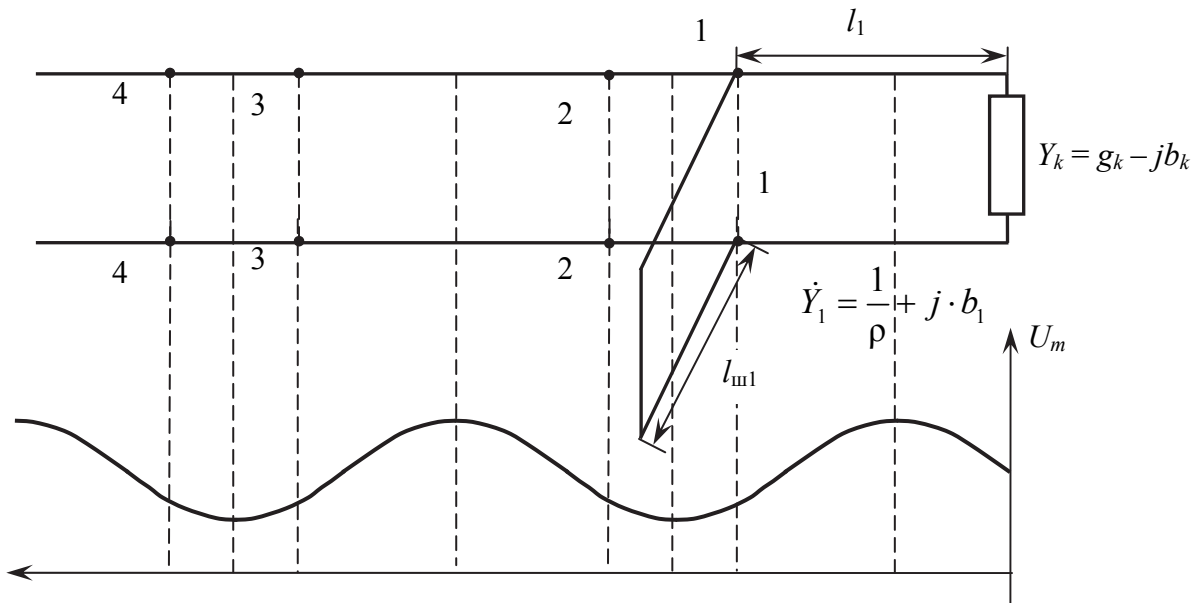


Рис. 14.3. Согласование линии с нагрузкой шлейфом Татаринова

Тогда, после включения согласующего шлейфа, суммарная проводимость в сечении 1–1 будет равна волновой проводимости, т. е.

$$\dot{Y}_{1\Sigma} = \dot{Y}_1 + \dot{Y}_{ш1} = g_1 + jb_1 - jb_1 = \frac{1}{\rho},$$

где $\dot{Y}_1 = g_1 + jb_1 = 1/\rho + jb_1$ – проводимость линии в сечении 1–1.

Следовательно, линия в данном сечении оказывается нагруженной на волновое сопротивление и левее сечения 1–1 будет иметь место РБВ.

Таким образом видим, что расчет согласующего шлейфа сводится к определению его длины ($l_{ш}$) и места включения l .

Необходимо иметь в виду, что отличие шунта, включаемого в сечение 2–2, от шунта, включаемого в сечение 1–1, заключается в том, что если шунт в сечении 1–1 компенсирует проводимость емкостного характера и должен иметь входную проводимость индуктивного характера ($l_{ш1} < \lambda/4$), то при включении в сечение 2–2 он должен компенсировать проводимость индуктивного характера и иметь свою входную проводимость емкостного характера ($l_{ш2} > \lambda/4$).

Конструктивно шлейф Татаринова выполняется в виде отрезка линии длиной около $\lambda/2$ с перемещающейся проводящей перемычкой.

Практически удобно расчет шлейфа Татаринова производить с помощью круговой диаграммы.

Рассмотрим алгоритм расчета шлейфа Татаринова по круговой диаграмме.

При заданных величинах сопротивления нагрузки Z_k , длины волны генератора λ и волнового сопротивления линии ρ алгоритм расчета сводится к следующему:

- определяют приведенное значение сопротивления нагрузки:

$$\dot{Z}'_k = \frac{\dot{Z}_k}{\rho};$$
- на круговой диаграмме находят точку, соответствующую \dot{Z}'_k , по которой и определяют значения $K_c (K_0)$;
- на диаграмме находят точку \dot{Y}'_k как диаметрально противоположную \dot{Z}'_k ;
- через центр диаграммы и точку \dot{Y}'_k проводят линию, определяющую сечение проводимости нагрузки, и находят приведенную координату сечения нагрузки y'_k ;
- на пересечении линий найденного значения $K_c (K_0)$ и эксцентрической окружности с приведенным значением активной составляющей проводимости, равным единице ($g' = \frac{\rho}{\rho} = 1$), находят две точки, которые на круговой диаграмме и определяют входную проводимость линии в месте подключения шлейфа;
- через найденные точки и центр диаграммы проводят линии, определяющие сечения места подключения шлейфа (рис. 14.3, сечения 1–1 или 2–2), и вычисляют приведенные координаты места включения шлейфа y'_1 и y'_2 ;
- определяют приведенное расстояние от нагрузки до места включения шлейфа: $l'_1 = y'_1 - y'_k$ или $l'_2 = y'_2 - y'_k$;
- находят расстояние от нагрузки до места включения шлейфа: $l_1 = l'_1 \cdot \lambda$ или $l_2 = l'_2 \cdot \lambda$;
- в сечении места подключения шлейфа рассчитывают приведенное значение реактивной составляющей проводимости этого сечения линии: $+jb'_1$ или $-jb'_2$;
- на диаграмме находят точку с приведенной проводимостью: $-jb'_1$ или $+jb'_2$;
- через точку $-jb'_1 (+jb'_2)$ и центр диаграммы проводят линию, определяющую сечение входной проводимости шлейфа, и определяют приведенную координату начала шлейфа $y'_{ш1}$;
- определяют приведенное расстояние от конца шлейфа до его начала $l'_{ш1} = y'_{ш1} - 0,25$ или $l'_{ш2} = y'_{ш2} + 0,25$;
- вычисляют длину шлейфа $l_{ш1} = l'_{ш1} \cdot \lambda$ или $l_{ш2} = l'_{ш2} \cdot \lambda$.

14.3. Согласующие устройства в волноводах

Оптимальным режимом работы линии передачи является режим согласования (режим бегущих волн), когда сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению $Z_H = \rho$.

При этом в волноводном тракте отсутствует отраженная волна, т. е. $P_k = 0$ и $K_c = 1$. Однако часто сопротивление оконечной нагрузки (например, антенны) не равно волновому сопротивлению волновода, поэтому в тракте появляется отраженная от нагрузки волна.

Для устранения отражений в волноводах устанавливают согласующие устройства. Согласующее устройство представляет собой неоднородность, вводимую в волновод, отражение от которой компенсирует отраженную от нагрузки волну.

В волноводе устанавливается РБВ. На участке волновода между согласующим устройством и нагрузкой сохраняется режим смешанных волн (рис. 14.4, *а*). Поэтому, чтобы большая часть тракта была согласована, согласующее устройство включают как можно ближе к нагрузке (рис. 14.4, *б*).

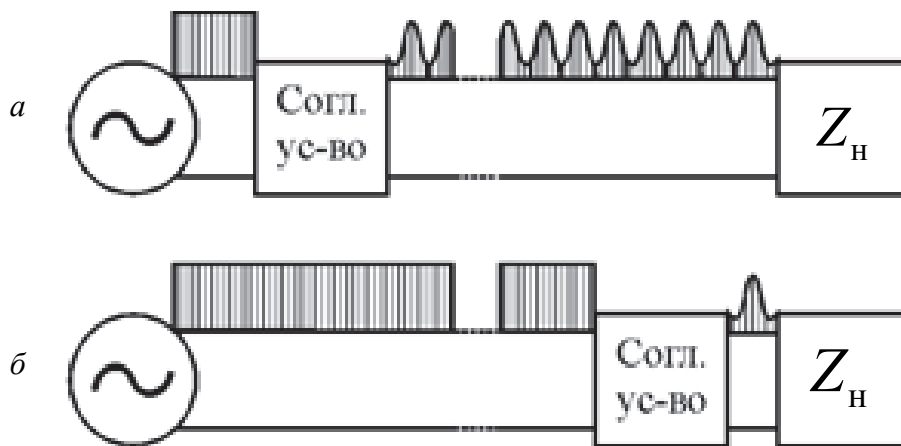


Рис. 14.4. Включение согласующего устройства в волноводный тракт: *а* – ближе к генератору – режим смешанных волн; *б* – ближе к нагрузке – РБВ

Согласующие устройства используются также для устранения отражений от различных неоднородных элементов волноводного тракта.

При согласовании волноводов используются те же методы, что и при согласовании длинных линий, а именно:

- включение в волновод реактивных элементов;
- включение в волновод четвертьволновых трансформаторов.

Согласование волноводов с помощью реактивных элементов по своей идее ничем не отличается от метода реактивного шунта Татарина,

применяющегося при согласовании длинных линий. Сущность его состоит в том, что находят такое сечение волновода, в котором активная составляющая проводимости равна волновой проводимости волновода, т. е.

$$Y = l/\rho \pm jB \text{ или } Y' = l \pm jB'. \quad (14.6)$$

В это сечение включают реактивный элемент, проводимость которого $Y_{p.э}$ равна по величине и обратна по знаку реактивной проводимости в данном сечении волновода. Суммарная проводимость Y_{Σ} в этом сечении будет активной и равной волновой проводимости волновода или в приведенных значениях

$$Y'_{\Sigma} = Y' + Y'_{p.э} = l \pm jB' \mp jB' = l. \quad (14.7)$$

В качестве реактивных элементов в волноводе используются диафрагмы, штыри, короткозамкнутые шлейфы.

Кроме указанных двух методов, в волноводных трактах находит применение метод согласования, основанный на поглощении отраженной волны. Для этой цели применяются так называемые невзаимные (необратимые) волноводные устройства, например вентили, циркуляторы. Особенностью таких устройств, принцип работы которых изложен в гл. 7, является то, что они по-разному воздействуют на прямую (падающую) и обратную (отраженную) волны.

Рассмотрим конкретные типы согласующих устройств, которые применяются в прямоугольных волноводах, работающих на основной волне.

14.4. Согласование при помощи реактивных диафрагм и штырей

Диафрагма – металлическая пластинка, помещенная поперек волновода и частично перекрывающая его (рис. 14.5). Толщина пластины берется во много раз меньше длины волны в волноводе. Диафрагма создает в волноводе реактивную проводимость. Характер этой проводимости определяется волнами высших типов, возбуждаемых диафрагмой.

В зависимости от характера проводимости различают емкостные и индуктивные диафрагмы (рис. 14.5, а, б). В общем случае емкостная диафрагма имеет вид, показанный на рис. 14.5, в. Соответствующие индуктивные диафрагмы представлены на рис. 14.5, г, д, е.

Характер волн высших типов, а следовательно, и структура электромагнитного поля около диафрагмы определяются ее конфигурацией.

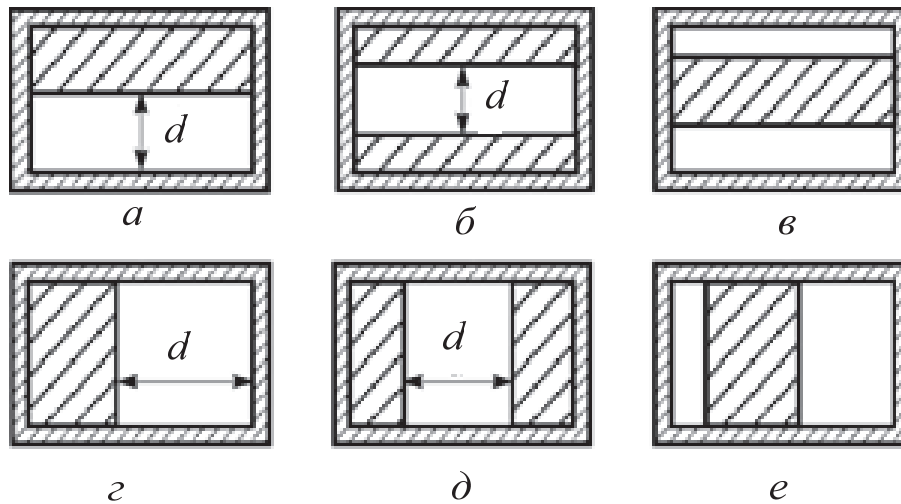


Рис. 14.5. Типовые конструкции согласующих реактивных диафрагм: *a, в* – несимметричная емкостная; *б* – симметричная емкостная; *z, e* – несимметричная индуктивная; *д* – симметричная индуктивная

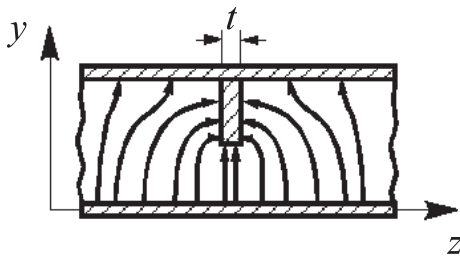


Рис. 14.6. Структура электрического поля несимметричной емкостной диафрагмы

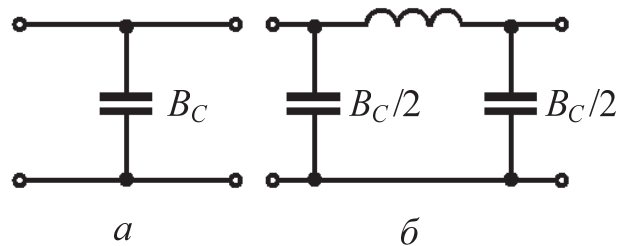


Рис. 14.7. Эквивалентные схемы: *a* – емкостной диафрагмы; *б* – емкостной диафрагмы конечной толщины

На рис. 14.7 показана примерная структура электрического поля около несимметричной емкостной диафрагмы. Из рисунка видно, что около диафрагмы имеется продольная составляющая электрического поля, следовательно, диафрагма возбуждает волны высших типов E_{mn} .

Структура электрического поля около этой диафрагмы аналогична структуре электрического поля около границы сочленения двух волноводов с различными размерами поперечного сечения (рис. 14.6), такая неоднородность имеет емкостный характер. Поэтому и диафрагмы (рис. 14.5, *a, б, в*) называются емкостными. Эквивалентная схема емкостной диафрагмы приведена на рис. 14.7, *a*. Она справедлива для бесконечно тонкой диафрагмы. Эквивалентная схема емкостной диафрагмы конечной толщины показана на рис. 14.7, *б*.

В плоскости индуктивной диафрагмы электрическое поле имеет такой же характер, как и в основном волноводе, а магнитные силовые линии

деформируются (рис. 14.8). Это объясняется тем, что за счет токов, наводимых на диафрагме, в волноводе возбуждаются волны H_{mn} высших типов. Для нераспространяющихся колебаний типа H_{mn} волновое сопротивление волновода реактивно и имеет индуктивный характер. За счет этого вблизи диафрагмы преобладает магнитная энергия.

На рис. 14.9, *а*, *б* изображены эквивалентные схемы для бесконечно тонкой индуктивной диафрагмы и для индуктивной диафрагмы конечной толщины соответственно.

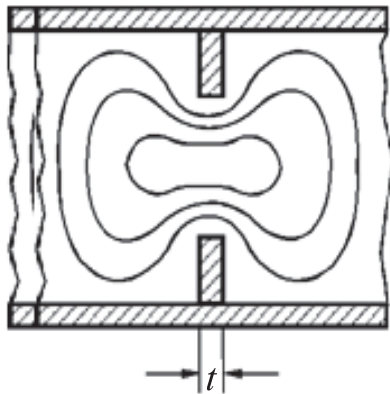


Рис. 14.8. Структура магнитного поля в плоскости индуктивной диафрагмы

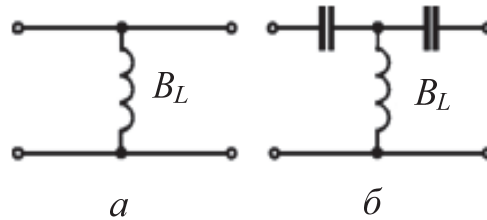


Рис. 14.9. Эквивалентные схемы: *а* – для бесконечно тонкой индуктивной диафрагмы; *б* – для индуктивной диафрагмы конечной толщины

Величина реактивной проводимости диафрагм зависит от размера d окна. Чем меньше размер окна, тем больше реактивная проводимость диафрагмы, тем больше отражение от нее. Если $d = 0$, то проводимость диафрагмы равна бесконечности, что соответствует короткому замыканию волновода (полное отражение). Наиболее часто применяются симметричные диафрагмы. Величина приведенной проводимости таких диафрагм определяется следующими соотношениями:

- для емкостной симметричной диафрагмы:

$$B'_C = \frac{4b}{\lambda_B} \ln \left(\operatorname{cosec} \left(\frac{\pi d}{2b} \right) \right) + \frac{2\pi t}{\lambda_B} \left(\frac{b}{d} - \frac{d}{b} \right), \quad (14.8)$$

- для индуктивной симметричной диафрагмы:

$$B'_L = -\frac{\lambda_B}{a} \operatorname{ctg}^2 \left[\frac{\pi d}{2a} \left(1 - \frac{3t}{a} \right) \right], \quad (14.9)$$

где t – толщина диафрагмы.

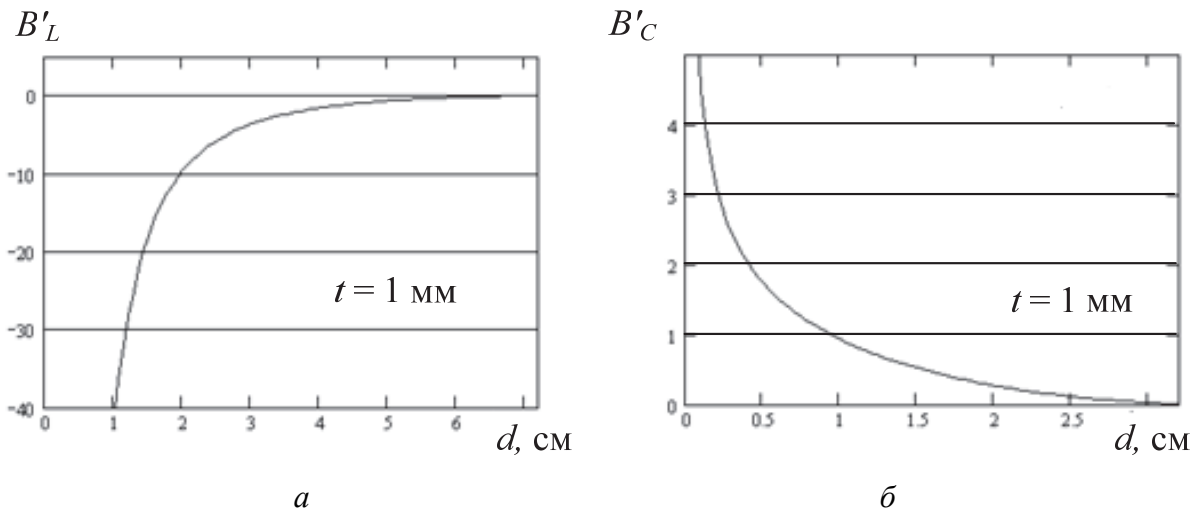


Рис. 14.10. Кривые зависимости проводимости диафрагмы: *a* – индуктивной; *б* – емкостной в зависимости от размера окна, рассчитанные по формулам (14,8) и (14,9) для волновода с поперечным сечением 34×72 мм при $\lambda = 10$ см

Для получения одной и той же величины реактивной проводимости размер окна емкостной диафрагмы должен быть меньше, чем индуктивной (рис. 14.10). Емкостная диафрагма применяется редко, так как она резко ухудшает электрическую прочность волновода, что обусловлено концентрацией электрического поля на краях диафрагмы.

Расчет согласующих диафрагм сводится к определению их размеров и места включения. Размер диафрагмы и место ее включения зависит от амплитуды и фазы отраженной волны в волноводе. По аналогии с длинными линиями место включения диафрагмы и величину ее проводимости можно определить с помощью круговой диаграммы проводимостей. Для этого необходимо знать сопротивление нагрузки или характер распределения поля в волноводе, волновое сопротивление волновода по полю и рабочую длину волны.

Расчет производят следующим образом. Определяют приведенное сопротивление нагрузки по формуле

$$\dot{Z}'_н = \frac{\dot{Z}_н}{\rho_н} = R'_н \pm jX'_н \quad (14.10)$$

и на диаграмме находят точку, соответствующую этому сопротивлению.

Допустим, что приведенное сопротивление нагрузки характеризуется на диаграмме точкой 1 (рис. 14.11). Переходя к диаграмме проводимостей, получаем точку 2. Для определения места включения нужно перемещаться от нагрузки (точка 2) в сторону генератора по линии постоянного коэффициента стоячей волны (КСВ) на такое приведенное расстояние, чтобы выполнялось условие $Y' = l \pm jB'$. На диаграмме это условие выполняется

в точках 3 и 4, соответствующих пересечению данной окружности КСВ с окружностью приведенной активной проводимости, равной единице.

В сечении волновода, соответствующем точке 3, реактивная составляющая проводимости имеет емкостной характер, следовательно, в соответствии с формулой (14.7) в это сечение необходимо включать индуктивную диафрагму с реактивной проводимостью $B'_L = -B'_3$.

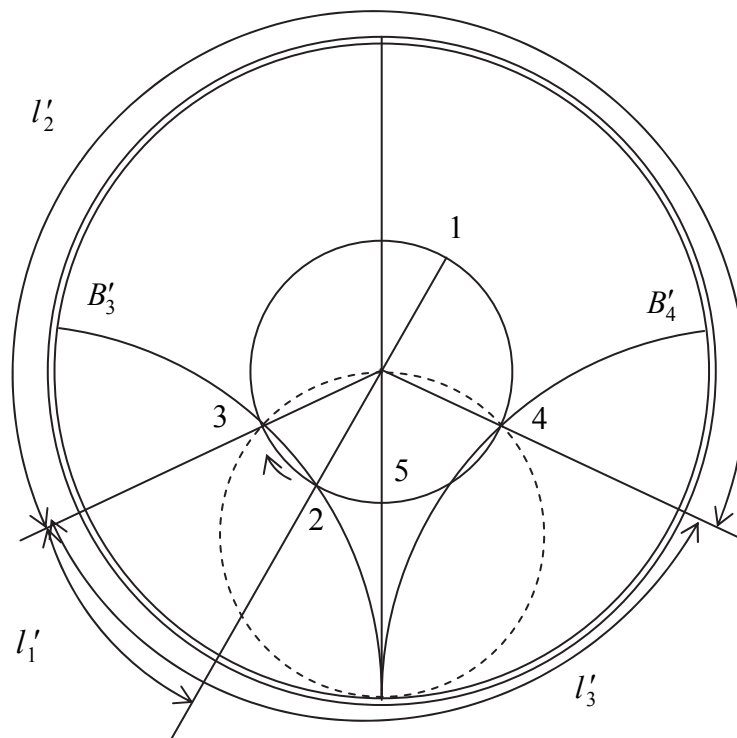


Рис. 14.11. Определение места включения диафрагмы и величины ее проводимости с помощью круговой диаграммы проводимостей

Расстояние от нагрузки до места включения диафрагмы $l_1 = l'_1 \lambda_v$.

Если согласование производится с помощью емкостной диафрагмы, то ее следует включать в то сечение волновода, где реактивная составляющая проводимости имеет индуктивный характер (точка 4 на диаграмме). При этом величина приведенной проводимости диафрагмы $B'_C = -B'_4$, а расстояние до места включения $l_2 = l'_2 \lambda_v$. Зная приведенное значение проводимости, по формуле (14.8) или (14.9) соответственно рассчитываем размер окна диафрагмы.

Аналогичный расчет можно произвести, если известно только распределение амплитуд поля вдоль волновода. По известному КСВ опреде-

ляют место включения диафрагмы и ее приведенную проводимость. При этом приведенное расстояние до места включения (l'_3 или l'_4 на рис. 14.11) определяется относительно минимума напряженности электрического поля (точка 5), ближайшего к нагрузке.

Согласование реактивными штырями осуществляется так же, как и диафрагмами. Реактивный штырь можно рассматривать как частный случай диафрагмы (иногда в литературе употребляется термин «штыревая диафрагма»). Штыри представляют собой круглые металлические стержни, расположенные в поперечном сечении волновода перпендикулярно его стенкам. Штырь, расположенный параллельно широким стенкам (рис. 14.12, *a*), имеет емкостную проводимость, а штырь, расположенный параллельно узким стенкам (рис. 14.12, *б*), – индуктивную проводимость.

Величина проводимости штырей зависит от их диаметра: при увеличении диаметра проводимость увеличивается. Проводимость индуктивного штыря, кроме того, зависит от места его расположения в поперечном сечении, так как интенсивность ЭМП вдоль широкой стенки не одинакова. Максимальную проводимость индуктивный штырь имеет, если его включить в центре поперечного сечения. Формулы для определения проводимости штырей приведены в специальной литературе.

Емкостный штырь, как и емкостная диафрагма, в значительной степени снижает электрическую прочность волновода и применяется редко.

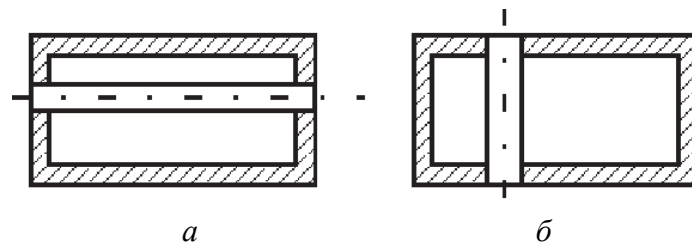


Рис. 14.12. Согласующие реактивные штыри в поперечном сечении волновода: *a* – емкостной; *б* – индуктивный

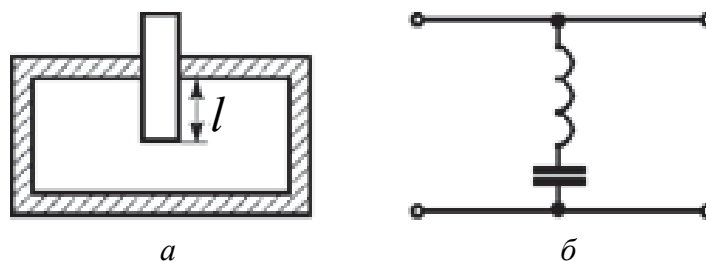


Рис. 14.13. Волноводный штырь с изменяемой глубиной погружения, устанавливаемый в центре широкой стенки волновода (*a*), эквивалентная схема замещения (*б*)

Рассмотренные диафрагмы и штыри имеют общий недостаток – их нельзя перестраивать в процессе эксплуатации тракта. На практике часто требуется изменять вносимую в волновод реактивность. Это необходимо, например, при окончательной заводской настройке отдельных волноводных элементов (фильтров, мостов и пр.), при перестройке элементов тракта в процессе эксплуатации, а также при настройке измерительной аппаратуры. В качестве перестраиваемых реактивных элементов в волноводах используются штыри с изменяемой глубиной погружения. Обычно такие штыри устанавливаются в центре широкой стенки волновода (рис. 14.13, *a*). Величина реактивности, вносимой штырем, зависит от его диаметра и длины (глубины погружения).

Кроме того, при изменении глубины погружения изменяется не только величина, но и знак реактивности штыря. Теоретические расчеты и эксперимент показывают, что при $l < \lambda/4$ штырь создает емкостное сопротивление, а при длине $l > \lambda/4$ – индуктивное. Если длина штыря равна $l = \lambda/4$, то реактивное сопротивление равно нулю, т. е. штырь оказывается эквивалентным последовательному колебательному контуру, настроенному в резонанс. Поэтому участок волновода с подстроечным штырем замещается отрезком длинной линии с параллельно включенным последовательным колебательным контуром (рис. 14.13, *б*).

Для эффективного согласования в диапазоне частот иногда устанавливают несколько (до 4–5) штырей, разнесенных на расстояние $\lambda_v/4$ друг от друга. Недостаток подобных штырей состоит в том, что они снижают электрическую прочность волновода.

14.4.1. Согласование при помощи волноводных шлейфов

Волноводный шлейф представляет собой короткозамкнутый отрезок волновода, включенный в широкую и узкую стенку основного волновода. Это, по существу, волноводный E - или H -тройник, боковое плечо которого закорочено подвижным поршнем (рис. 14.14). Нужную величину реактивности, вводимой в волновод, получают изменением положения поршня. Расчет шлейфа можно производить с помощью круговой диаграммы, используя известную методику. Однако такой расчет является приближенным, так как при этом используется упрощенная эквивалентная схема тройников, не учитывающая полей высших типов, поэтому полученные при расчете данные надо уточнить экспериментально.

Шлейф, подобно диафрагме, является узкополосным, так как для согласования в полосе частот нужно подбирать не только длину, но и место для его включения. Перемещение шлейфа в процессе работы практически невозможно, поэтому для согласования в полосе частот используют два или три шлейфа. В первом случае (рис. 14.15) расстояние между шлейфами берется равным нечетному числу $\lambda_v/8$, т. е. $l = (2m + 1) \lambda_v/8$, где $m = 0, 1, 2$.

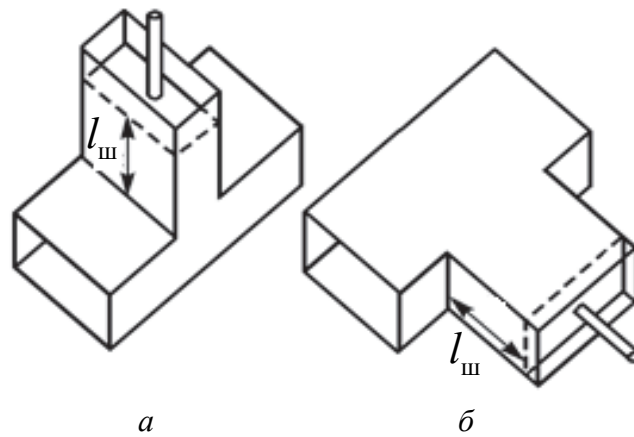


Рис. 14.14. Волноводные согласующие шлейфы в виде короткозамкнутого отрезка волновода с закороченным подвижным поршнем: *a* – *E*-тройник; *б* – *H*-тройник

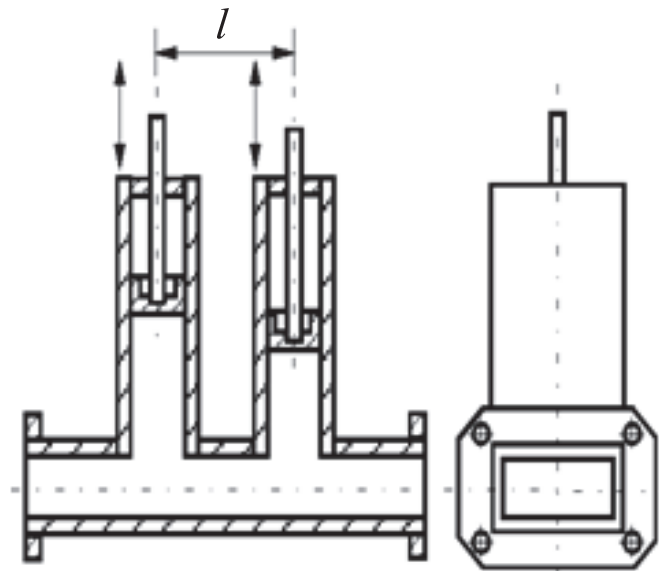


Рис. 14.15. Широкополосный двухшлейфовый трансформатор

Чаще всего принимают $l = \frac{3}{8}\lambda_{в}$, так как при этом обеспечивается согласование в более широком диапазоне частот.

Если применяются три шлейфа, то расстояние между ними берется равным $\lambda_{в}/4$. В литературе такие согласующие устройства называются волноводными шлейфовыми трансформаторами (соответственно одно-, двух- и трехшлейфовыми). Шлейфовые трансформаторы более широкополосны, чем другие согласующие устройства, меньше ухудшают электрическую прочность волновода, но они громоздки. Применение шлейфовых трансформаторов ограничено.

14.4.2. Согласование с помощью четвертьволновых трансформаторов

Для согласования волноводных трактов, так же как и длинных линий, широко применяются четвертьволновые трансформаторы. Принцип работы такого согласующего устройства основан на использовании свойства отрезков длинных линий трансформировать сопротивления. Входное сопротивление четвертьволнового отрезка линии без потерь

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \frac{\rho^2}{\dot{Z}_{\text{н}}}. \quad (14.11)$$

Если сопротивление $\dot{Z}_{\text{н}}$ нагрузки имеет активный характер, то и входное сопротивление также активно. Трансформатор будет нагружен на активное сопротивление, если его конец включен в сечение минимума или максимума напряженности электрического поля. Подбирая величину волнового сопротивления трансформатора, можно добиться, чтобы его входное сопротивление стало равным волновому сопротивлению волновода. При этом отражения от входа трансформатора отсутствуют, т. е. достигается согласование тракта. Величина волнового сопротивления $\rho_{\text{т}}$ трансформатора зависит от режима в тракте и места включения.

Для трансформатора, включенного в сечение минимума напряженности электрического поля,

$$\rho_m = \rho \sqrt{K_{\sigma}}. \quad (14.12)$$

Если трансформатор включен в сечение максимума электрического поля, то

$$\rho_m = \rho \sqrt{K_{\epsilon}}. \quad (14.13)$$

Волноводный четвертьволновый трансформатор представляет собой участок волновода длиной $\lambda_{\text{в}}/4$ с волновым сопротивлением, отличающимся от волнового сопротивления согласуемого волновода. Известно, что для изменения волнового сопротивления волновода нужно изменять размеры a и b поперечного сечения волновода или оба размера одновременно. При согласовании волновода обычно уменьшают размер узкой стенки введением в волновод четвертьволновой металлической вставки (рис. 14.16).

Для такого трансформатора величина $\rho_{\text{т}}$ меньше, чем волновое сопротивление волновода, поэтому, как следует из формулы (14.12), его нужно включать в минимум напряженности электрического поля. Толщину вставки Δ можно определить, воспользовавшись выражениями (14.12) и (14.13):

$$\rho_m = \frac{2b_1}{a} \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{2b}{a} \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \sqrt{K_6}.$$

Отсюда получаем

$$b_1 = b\sqrt{K_6}; \quad \Delta = b - b_1 = b - b\sqrt{K_6}$$

или

$$\Delta = b \left(1 - \sqrt{K_6}\right). \quad (14.14)$$

Расстояние до места включения трансформатора определяется по круговой диаграмме. Эти расчеты основываются на использовании упрощенной (не учитывающей волн высших типов) схемы замещения (рис. 14.16, в), поэтому они должны уточняться экспериментально.

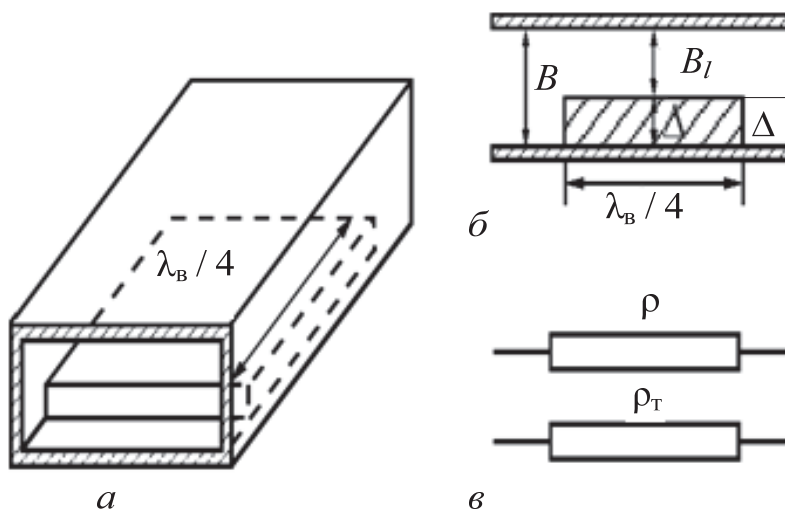


Рис. 14.16. Конструкция волноводного четвертьволнового трансформатора (а); металлическая вставка в поперечном разрезе волновода (б); схема замещения (в)

Четвертьволновые трансформаторы применяются также при соединении волноводов с различными размерами поперечных сечений (рис. 14.17). В этом случае волновое сопротивление трансформатора

$$\rho_m = \sqrt{\rho_1 \rho_2}. \quad (14.15)$$

При этом предполагается, что волновод II согласован.

Одноступенчатые трансформаторы (рис. 14.17) применяются в том случае, когда размеры поперечных сечений отличаются незначительно. В противном случае используются многоступенчатые трансформаторы.

Основным требованием к многоступенчатым трансформаторам является получение максимальной полосы пропускания при минимальной длине перехода. Это требование выполняется за счет выбора оптимального закона изменения волнового сопротивления ступенек трансформатора. Наибольшее распространение получили ступенчатые трансформаторы с Чебышевской и максимально плоской частотной характеристикой. Методика расчета таких переходов изложена в работах [5, 13].

Для сочленения волноводов с различными размерами поперечных сечений, кроме ступенчатых, применяются плавные трансформаторы (плавные переходы).

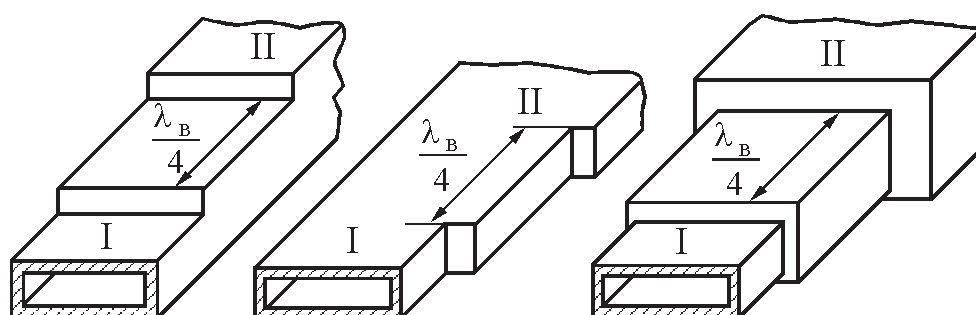


Рис. 14.17. Четвертьволновые трансформаторы для соединения волноводов с различными размерами поперечных сечений

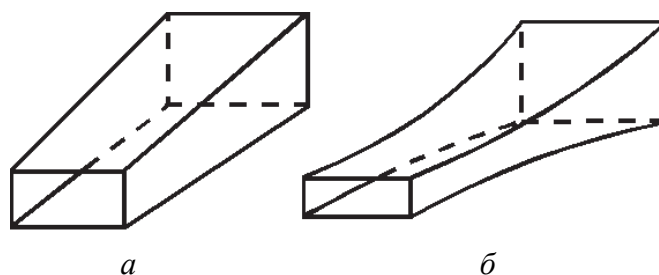


Рис. 14.18. Плавные трансформаторы (плавные переходы) с линейным и экспоненциальным законами изменения размеров поперечного сечения

На рис. 14.18, *a*, *б* показаны плавные переходы с линейным и экспоненциальным законами изменения размеров поперечного сечения соответственно. Плавные переходы являются наиболее широкополосными из всех рассмотренных согласующих устройств. Их основной недостаток – большая длина.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРАХ

Объемные резонаторы являются колебательной системой в области СВЧ и находят широкое применение на практике. Резонаторы волноводной формы применяются как эталон частоты, в аппаратуре функционального контроля для измерения частоты и управления ею, в качестве колебательных систем генераторов и др.

15.1. Общие сведения о резонаторах

В радиотехнике низких частот в качестве колебательного контура (резонатора) применяется соединение сосредоточенных емкости C и индуктивности L . Колебательный процесс в такой системе возникает в результате обмена энергией между электромагнитным полем конденсатора и магнитным полем катушки индуктивности. Геометрические размеры C и L должны быть пренебрежимо малы по сравнению с длиной волны. При несоблюдении данного условия в контуре появляются неучтенные реактивности. Так, в катушках индуктивности возникают емкости между витками, а в конденсаторах – индуктивности вводов. С другой стороны, увеличение частоты в соответствии с $\omega = 1/\sqrt{LC}$ требует уменьшения индуктивности и емкости.

Возникает частотное ограничение, связанное с минимально возможными реализуемыми реактивностями. В ряде схем метрового диапазона резонатор состоит только из катушки индуктивности, емкости электронных и полупроводниковых приборов и др.

Рассмотренное частотное ограничение не является единственным. В диапазоне СВЧ ЭМП концентрируется в тонком поверхностном слое (поверхностный эффект). Если учесть, что поверхностное сопротивление

$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\pi}}$ возрастает при увеличении частоты, то, очевидно, добротность колебательного контура на сосредоточенных элементах при этом снижается. Кроме того, появляются потери на излучение, так как при увеличении частоты размер катушки индуктивности и конденсатора становятся соизмеримыми с длиной волны и начинают излучать энергию. Дополнительно

уменьшение C и L приводит к уменьшению колебательной мощности. Таким образом, на СВЧ невозможно получить колебательную систему с сосредоточенными параметрами.

Построение колебательной системы на СВЧ возможно при учете физических процессов в линии передачи в режиме стоячих волн. При полном отражении ЭМВ от нагрузки в линии возникают узлы напряженности ЭМП (рис. 15.1). Между этими узлами существуют колебания ЭМЭ. Сама линия представляет собой последовательность колебательных ячеек длиной $\lambda_{\text{в}}/2$.

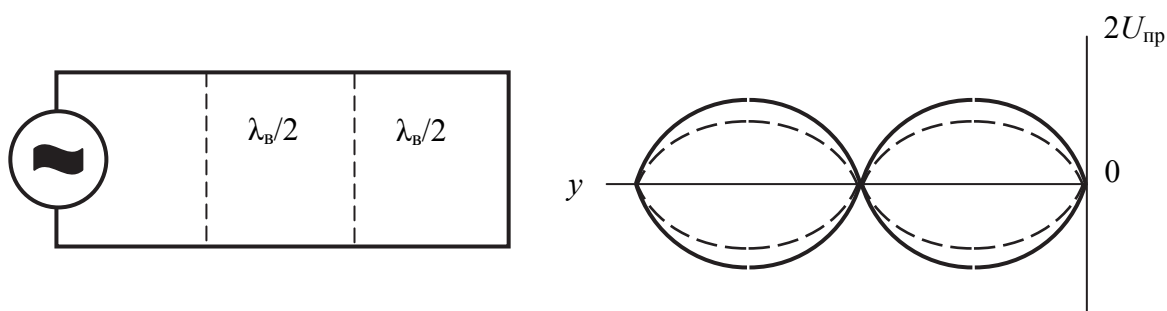


Рис. 15.1. Узлы напряженности электромагнитного поля при полном отражении ЭМВ от нагрузки

Для того чтобы выделить одну ячейку, достаточно поставить в узлах напряженности поперечного электрического поля (для соблюдения граничных условий) поперечные металлические стенки. Колебательный процесс в таком резонаторе представляет собой процесс обмена энергией между электрическим и магнитным полями, а резонатор называют объемным.

Объемные резонаторы (ОР) обладают следующими достоинствами:

- возможность работы в широком диапазоне частот, включая оптический;
- полное отсутствие излучений;
- малые потери энергии, так как проводимость внутренних поверхностей велика.

Особенностью ОР, так же как и волноводов, на которых они построены, является ограничение частотного диапазона снизу. Добротность ОР достигает $10^9 \dots 10^5$.

Основными параметрами ОР являются собственная частота f_0 , собственная добротность Q_0 и полоса пропускания, связанные между собой соотношением

$$2\Delta f = f_0 / Q_0.$$

Таким образом, видим, что короткозамкнутый отрезок волновода может использоваться в качестве колебательной системы СВЧ.

15.2. Свободные колебания в объемных резонаторах волноводной формы

Рассмотрим короткозамкнутый прямоугольный волновод без потерь ($\sigma_d = 0$, $\sigma_\mu = \infty$), в котором распространяется падающая ЭМВ. При этом, кроме падающей (рис. 15.2), возникает отраженная волна.

Выражение для поперечной составляющей интерференционной волны электрического поля будет иметь следующий вид:

$$\vec{E}_s^0 = \vec{E}_s^+ + \vec{E}_s^- = A_1 \vec{E}'_s e^{j(\omega t - \beta z)} + A_2 \vec{E}'_s e^{j(\omega t + \beta z)}. \quad (15.1)$$

Здесь первое слагаемое \vec{E}_s^+ описывает составляющую падающей волны, а второе \vec{E}_s^- – отраженной.

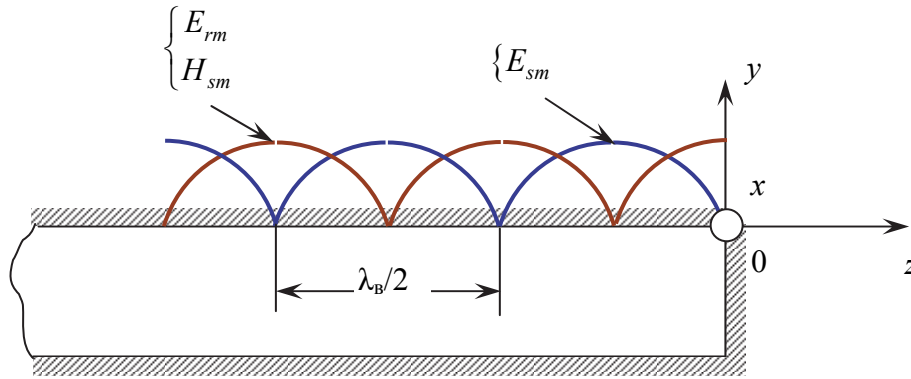


Рис. 15.2. Структура электрического поля в короткозамкнутом прямоугольном волноводе

Вектор \vec{E}_s является тангенциальным к закорачивающей пластине, поэтому, согласно граничным условиям, $\vec{E}_s|_{z=0} = \vec{E}_\tau|_{z=0} = 0$. Тогда, согласно выражению (15.1), получим $A_2 = -A_1$. Это означает, что вектор \vec{E} при отражении изменяет направление (фазу) на 180° . Поэтому выражение (15.1) принимает вид

$$\vec{E}_s = -A_1 \vec{E}'_s (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) e^{j\omega t} = -2j A_1 \sin(\beta z) \vec{E}'_s e^{j\omega t}. \quad (15.2)$$

Так как вектор $\vec{\Pi} = [\vec{E}_s, \vec{H}_s]$, то вектор поперечной составляющей магнитного поля при отражении не изменяет своего направления, т. е. $A_2 = A_1$.

Поэтому, согласно уравнению 6 из табл. 7.1 (с. 96) $\vec{H}_s = \frac{1}{\rho} [\vec{z}^0, \vec{E}_s]$,
имеем

$$\begin{aligned}\vec{H}_s^+ &= \frac{1}{\rho} A_1 [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] e^{j(\omega t - \beta z)}; \quad \vec{H}_s^- = \frac{1}{\rho} A_1 [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] e^{j(\omega t + \beta z)}; \\ \vec{H}_s &= \vec{H}_s^+ + \vec{H}_s^- = \frac{A_1}{\rho} [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] \cdot (e^{j\beta z} + e^{-j\beta z}) e^{j\omega t} = \\ &= \frac{2A_1}{\rho} \cos(\beta z) [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] e^{j\omega t}.\end{aligned}\quad (15.3)$$

Найдем продольные составляющие поля. Из теории волноводов, согласно уравнению 6 из табл. 7.1 (с. 96),

$$j\omega\epsilon_a \vec{E}_z = [\nabla_s, \vec{H}_s] = \text{rot}_s \vec{H}_s.$$

Отсюда

$$\vec{E}_z = -j \frac{1}{\omega\epsilon_a} \text{rot}_s \vec{H}_s = -j \frac{2A_1}{\omega\epsilon_a \rho} \cos(\beta z) \text{rot}_s [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] e^{j\omega t}.\quad (15.4)$$

По принципу перестановочной двойственности

$$\vec{H}_z = j \frac{1}{\omega\mu_a} \text{rot}_s \vec{E}_s = \frac{2A_1}{\omega\mu_a} \sin(\beta z) \text{rot}_s \vec{E}'_s e^{j\omega t}.\quad (15.5)$$

Из выражений (15.2), (15.3), (15.4) и (15.5) следует, что амплитуды компонент поля изменяются вдоль волновода по гармоническому закону $\sin(\beta z)$, $\cos(\beta z)$, т. е. имеют место стоячие волны (рис. 15.3).

Установим на расстоянии $z = -l$ вторую плоскость так, чтобы для любой из компонент (15.2), (15.3), (15.4), (15.5) выполнялись граничные условия

$$\vec{E}_s \Big|_{z=l} = 0; \quad \vec{H}_z \Big|_{z=-l} = 0; \quad \frac{\partial \vec{H}_s}{\partial z} \Big|_{z=-l} = 0; \quad \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial z} \Big|_{z=-l} = 0.$$

Это будет иметь место при

$$\sin(\beta l) = 0; \quad \beta l = p\pi; \quad \beta = \frac{p\pi}{l},\quad (15.6)$$

где $p = 0, 1, 2, 3, \dots$

Отсюда следует, что данные граничные условия выполняются, если вторую закорачивающую пластину ставить в сечении

$$l = \frac{p\pi}{\beta} = \frac{p\pi}{2\pi/\lambda_B} = p \frac{\lambda_B}{2}.$$

Подставляя значение β , согласно формуле (15.6), и беря от них реальную часть в выражениях (15.2), (15.3), (15.4), (15.5), получим выражения мгновенных значений компонент поля для волноводного резонатора в вещественной форме записи:

$$\begin{aligned}\vec{E}_s &= 2A_1 \vec{E}'_s \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \sin \omega t; \\ \vec{H}_s &= \frac{2A_1}{\rho} [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] \cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \cos \omega t; \\ \vec{E}_z &= \frac{2A_1}{\omega \epsilon_a \rho} \text{rot}_s [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] \cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \sin \omega t; \\ \vec{H}_z &= \frac{2A_1}{\omega \mu_a} \text{rot}_s \vec{E}'_s \sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right) \cos \omega t.\end{aligned}\quad (15.7)$$

Из выражения (15.7) вытекают следующие свойства полей в волноводных резонаторах:

1. В поперечном сечении резонатора закон распределения амплитуд компонент поля такой же, как и у соответствующего волновода в режиме бегущих волн, так как одна и та же функция распределения \vec{E}'_s .

2. Вдоль оси резонатора амплитуды компонент поля распределяются по закону стоячих волн $\sin\left(p\frac{\pi}{l}z\right)$ или $\cos\left(p\frac{\pi}{l}z\right)$. Индекс p определяет количество стоячих полуволн, укладывающихся вдоль волноводного резонатора. Поэтому в волноводных резонаторах поля обозначаются тремя индексами E_{mnp} и H_{mnp} . Индексы m и n имеют тот же смысл, что и в волноводах. Таким образом, в резонаторах по всем трем координатам имеют место стоячие волны.

3. Все компоненты электрического поля изменяются во времени по закону $\sin(\omega t)$, а магнитного – по закону $\cos(\omega t)$. Это значит, что когда электрическое поле достигнет своего максимального значения, магнитное поле будет равно нулю и вся энергия будет сосредоточена в электрическом поле и наоборот.

Таким образом, колебания в резонаторах во времени совершаются по гармоническим законам.

4. Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_z = 2A_1 \left[\vec{E}'_s \sin(\beta z) + \frac{1}{\omega \epsilon_a p} \text{rot}_s [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] \cos(\beta z) \right] \sin(\omega t).$$

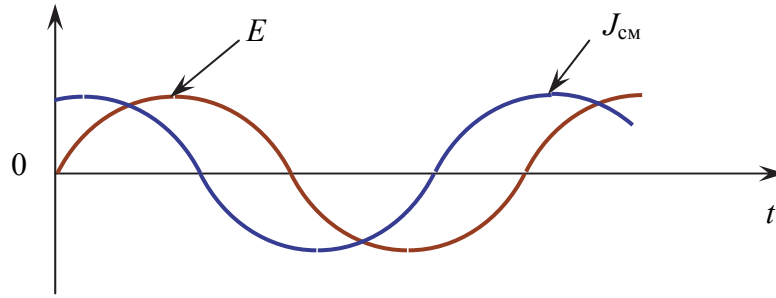


Рис. 15.3. Характер изменения амплитуды компонент поля, изменяющихся вдоль волновода

Тогда плотность тока смещения

$$\vec{J}_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 2A_1 \epsilon_a \omega \left[\vec{E}'_s \sin(\beta z) + \frac{1}{\omega \epsilon_a p} \text{rot}_s [\vec{z}^0, \vec{E}'_s] \cos(\beta z) \right] \cos(\omega t).$$

Из сравнения этих выражений следует:

а) ток смещения опережает электрическое поле во времени на величину $T/4$, так как $E \sim \sin \omega t$, а $J_{\text{см}} \cos \omega t \sim \cos \omega t$;

б) в объемных резонаторах структура тока смещения не только повторяет структуру электрического поля как в волноводах, но и не имеет пространственного сдвига (так как выражения в скобках одинаковые).

Примечание: В реальных резонаторах колебания с течением времени затухают из-за наличия потерь.

15.3. Собственные длины волн резонаторов. Методы расчета основных параметров

Для волноводных резонаторов, согласно выражению (15.6),

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}} = \frac{p\pi}{l} \Rightarrow \lambda_{\text{в}} = \frac{2l}{p} = \frac{\lambda_{\text{рез}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\text{рез}}}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}.$$

Разрешив это выражение относительно $\lambda_{\text{рез}}$, имеем

$$\lambda_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2}}. \quad (15.8)$$

Тогда

$$\omega_{рез} = \frac{2\pi}{T_{рез}} = \frac{2\pi v}{\lambda_{рез}} = 2\pi v \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{кр}}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2} = \omega_{mnp}.$$

Отсюда видно, что при фиксированных значениях l и p каждой резонансной частоте спектра ω_{mnp} соответствует своя критическая длина волны $\lambda_{кр}$, а следовательно, и своя структура поля, соответствующая волнам типа «H» и «E» в волноводах. Поэтому в выражениях (15.7) частота выражает одну из частот дискретного спектра.

Так как в реальном резонаторе имеются потери, поэтому для поддержания колебаний необходимо пополнить его энергию энергией от генератора (рис. 15.4).

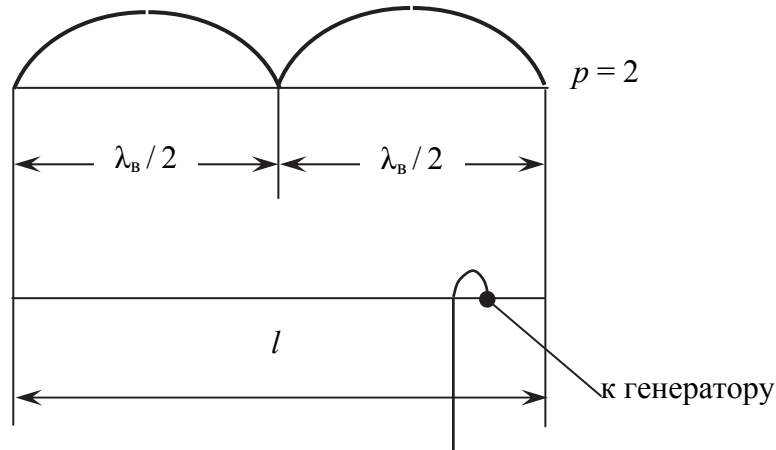


Рис. 15.4. Схема пополнения энергии от генератора для поддержания колебаний в реальном резонаторе

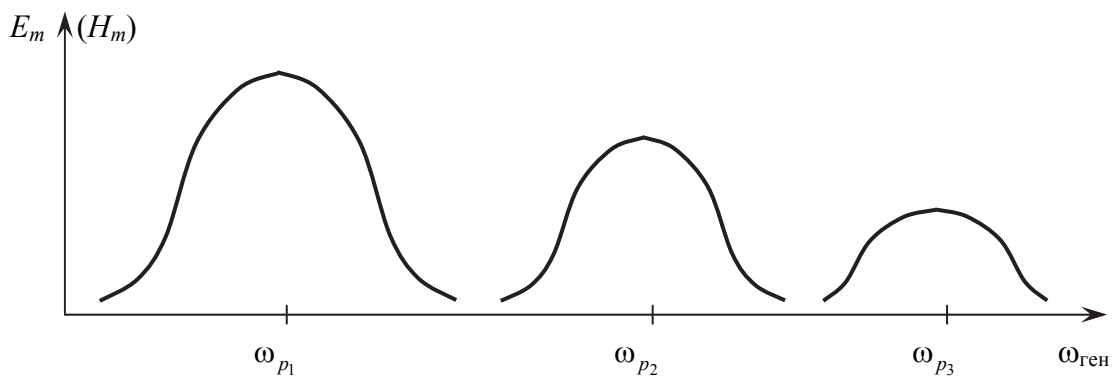


Рис. 15.5. Резонансные типы колебаний резонатора при плавном изменении частоты генератора $\omega_{ген}$

Если плавно изменять частоту генератора $\omega_{\text{ген}}$, то всякий раз резонансным будет тот тип колебаний, для которого собственная частота резонатора равна частоте генератора (рис. 15.5).

При фиксированной частоте генератора можно, изменяя длину l резонатора, добиваться многократного резонанса.

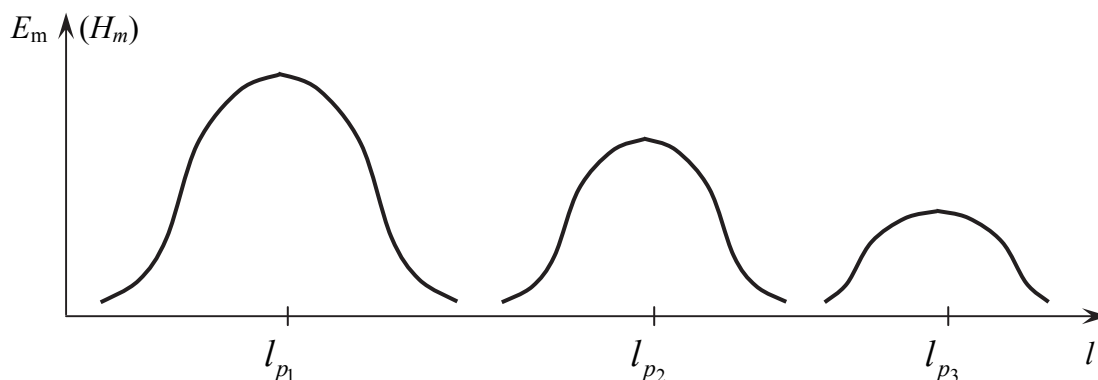


Рис. 15.6. Многократный резонанс при фиксированной частоте генератора за счет изменения длины l резонатора

Резонансная длина резонатора равна целому числу полуволн, т. е.

$$l_{\text{рез}} = p \frac{\lambda_{\text{в}}}{2} = p \frac{\lambda_{\text{рез}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\text{рез}}}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}.$$

Резонансная длина волны $\lambda_{\text{рез}}$ рассчитывается в соответствии с выражением (15.8) с учетом значения $\lambda_{\text{кр}}$:

а) для резонаторов прямоугольного сечения

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},$$

тогда

$$\lambda_{\text{рез}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}};$$

б) для резонаторов круглого сечения при колебаниях типа E_{mnp}

$$\lambda_{\text{кр}} = 2\pi a / U_{mn},$$

тогда

$$\lambda_{\text{рез}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{U_{mn}}{\pi a}\right)^2}};$$

при колебаниях типа H_{mnp}

$$\lambda_{\text{кр}} = 2\pi a / U'_{mn},$$

поэтому

$$\lambda_{\text{рез}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{U'_{mn}}{\pi a}\right)^2}};$$

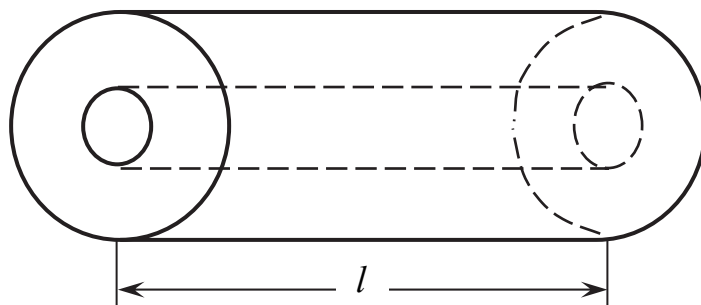


Рис. 15.7. Коаксиальный резонатор, работающий на основной волне типа «Т»

в) для коаксиального резонатора (рис. 15.7), работающего на основной волне типа «Т» $\lambda_{\text{кр}} = \infty$, поэтому $\lambda_{\text{рез}} = 2l/p$.

15.4. Способы настройки и подстройки резонаторов

Для связи резонатора с генератором и нагрузкой используются те же устройства: штырь, петля, щель (окно связи), а также возбуждение колебаний электронным потоком переменной плотности.

Величина связи регулируется глубиной погружения штыря и поворотом плоскости петли.

Интенсивность колебаний в резонаторе тем больше, чем ближе частота генератора к собственной частоте резонатора.

Настройка резонатора в резонанс с частотой генератора производится изменением объема резонатора, например, с помощью поршня, а пере-

стройка в небольших пределах – деформацией резонатора или ввинчиванием металлических пробок – плунжеров.

Плунжер, ввинченный в область, где сконцентрировано ЭМП, эквивалентен параллельному подключению емкости, так как на нем конструируются заряды. При этом эквивалентная емкость увеличивается. Если же он ввинчивается в область, где сконцентрировано магнитное поле, то произойдет концентрация магнитных силовых линий, что эквивалентно параллельному включению индуктивности. При этом эквивалентная L уменьшается, поэтому частота $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}}$ изменяется.

Отверстие, прорезанное в области концентрации электрического поля, обозначается $\downarrow C_3$, а в области магнитного поля – $\uparrow L_3$.

Таким образом, изменяя объем резонатора или деформируя ЭМП, можно изменять частоту настройки.

15.5. Добротность резонатора. Применение резонаторов

Для любой колебательной системы

$$Q = \frac{\omega_0 W_0}{P_{\text{пот}}}, \quad (15.9)$$

где $W_0 = \int_V \frac{\mu_a H_m^2}{2} dV$ – энергия, запасенная в резонаторе;

$P_{\text{пот}} = P_{0 \text{ пот}} + P_{\text{вн.пот}}$ – сумма собственных потерь резонатора ($P_{0 \text{ пот}}$) и потерь на внешней нагрузке.

Рассмотрим собственную добротность резонатора Q_0 , когда нагрузка отключена, т. е. когда $P_{\text{вн.пот}} = 0$. При этом

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W_0}{P_{0 \text{ пот}}}. \quad (15.10)$$

Пренебрегая потерями в диэлектрике резонатора, имеем (так как $J_{ms} = H_{m\tau}$)

$$P_{0 \text{ пот}} = \int_S \frac{1}{2} J_{ms}^2 R_s dS = \frac{R_s}{2} \int_S H_{m\tau}^2 R_s dS, \quad (15.11)$$

где $R_s = \frac{1}{\delta\sigma}$ – поверхностное сопротивление;

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_a\sigma}}$ – эквивалентная глубина проникновения поля в металл.

Подставляя значение W_0 к $P_{0\text{ пот}}$ в формулу (15.10), получим

$$Q_0 = \frac{\omega_0\mu_a \int_V H_m^2 dV}{R_s \int_S H_{m\tau}^2 dS} = \frac{2}{\delta} \cdot \frac{\int_V H_m^2 dV}{\int_S H_{m\tau}^2 dS}. \quad (15.12)$$

В сантиметровом диапазоне волн соотношение интегралов составляет единицы сантиметров, а глубина проникновения – тысячные доли миллиметров. Поэтому собственная добротность резонаторов сантиметрового диапазона составляет десятки тысяч.

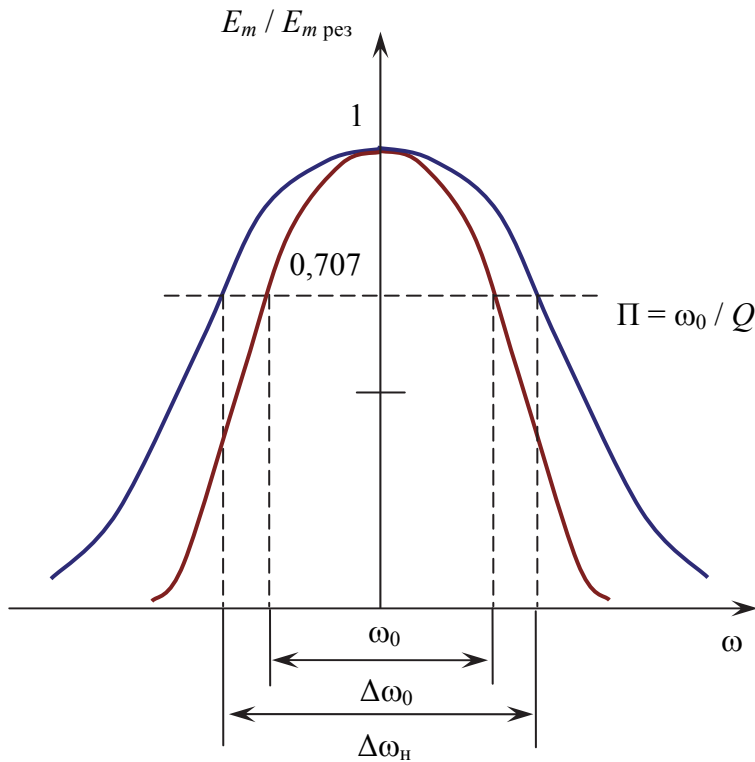


Рис. 15.8. Полоса пропускания: $\Delta\omega_n$ – нагруженного и $\Delta\omega_0$ – ненагруженного резонатора

Из выражения (15.12) следует, что добротность зависит от типа колебаний. При работе на колебаниях, у которых магнитное поле в основном сосредоточено в центре резонатора, добротность больше, так как интеграл в знаменателе мал.

Рассмотрим добротность нагруженного резонатора Q_n .

Разделив $P_{\text{пот}} = P_{0\text{ пот}} + P_{\text{вн.пот}}$ на величину $\omega_0 W_0$, получим

$$\frac{1}{Q_{\text{н}}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{вн}}}, \quad (15.13)$$

где $Q_{\text{вн}} = \frac{\omega_0 W_0}{P_{\text{вн.пот}}}$ – внешняя добротность.

Отсюда нагруженная (эффективная) добротность

$$Q_{\text{н}} = \frac{Q_0 \cdot Q_{\text{вн}}}{Q_0 + Q_{\text{вн}}} \quad (15.14)$$

всегда меньше собственной.

Поэтому (рис. 15.8) полоса пропускания $\Delta\omega_{\text{н}}$ нагруженного резонатора шире, чем $\Delta\omega_0$ ненагруженного.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные направления развития электродинамики и техники СВЧ определяются возросшими требованиями, предъявляемыми к перспективным радиолокационным и радионавигационным системам и их элементам. Эти системы решают весьма сложные и важные задачи по обнаружению воздушных объектов, измерению их координат и параметров движения, распознаванию классов целей, определению местоположения и ориентации в пространстве по данным глобальных спутниковых радионавигационных систем.

Радиолокационные и радионавигационные системы и их элементы должны обеспечивать существенное улучшение точности измеряемых параметров, стабильность и надежность радиоэлектронных средств при одновременном уменьшении их массы, габаритов и трудоемкости их изготовления. Необходимо увеличивать энергетический потенциал приемо-передающих устройств, осваивать новые диапазоны радиоволн: миллиметровые, субмиллиметровые и оптические; переходить на новую элементную базу, увеличивать уровни интеграции аппаратуры, создавать новые принципы построения радиоэлектронных устройств и систем.

В книге рассмотрены различные типы линий передач диапазона СВЧ, прямоугольные волноводы, широко использующиеся в сантиметровом и миллиметровом диапазонах волн. В этих диапазонах работают станции наведения зенитных ракет, бортовые РЛС истребителей, значительная часть РЛС РТВ.

Круглые волноводы применяются во вращающихся сочленениях, в качестве основы элементов фазированных антенных решеток, возбудителей антенн с круговой поляризацией.

Коаксиальные волноводы широко используются в качестве линий передачи дециметрового и метрового диапазонов, а микрополосковые волноводы – в миниатюрных приемных и маломощных передающих устройствах.

Математические представления рассматриваемых явлений приведены в той лишь мере, в которой они необходимы для понимания и оценки физических процессов. Для определения степени усвоения курсантом изучаемого материала (самоконтроля) в конце учебника в прил. 3 даны контрольные вопросы и задачи.

Умение правильно отвечать на поставленные вопросы в значительной степени гарантирует студенту приобретение базовых знаний в области распространения радиоволн и получение положительной оценки на решение конкретных практических задач по распространению радиоволн в ре-

альных условиях, что является исключительно сложной, многопараметрической задачей, строгое представление которой возможно лишь в очень ограниченном числе случаев.

Учебник предназначен для курсантов (студентов) учебных военных центров (военных кафедр, факультетов военного обучения) при высших учебных заведениях Министерства образования и науки Российской Федерации, обучающихся по специальностям: 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»; 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»; 11.05.03 «Применение и эксплуатация средств и систем специального мониторинга».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Баскаков, С.И. Электродинамика и распространение радиоволн : учеб. пособие для вузов / С.И. Баскаков. – М. : Радиотехника, 2012.
2. Воропаев, Ю.П. Электродинамика и техника СВЧ. Часть 2. Техника сверхвысоких частот / Ю.П. Воропаев, О.А. Юрцев. – М. : Воениздат, 1985.
3. Гальперович, Д.Я. Радиочастотные кабели / Д.Я. Гальперович, А.А. Павлов, И.И. Хренков. – М. : Энергоиздат, 1990.
4. Григорьев, А.Д. Электродинамика и техника СВЧ : учеб. пособие для вузов / А.Д. Григорьев. – М. : Высш. шк., 1990.
5. Левин, Л. Теория волноводов / Л. Левин. – М. : Радио и связь, 1981.
6. Никольский, В.В. Электродинамика и распространение радиоволн : учеб. пособие для вузов / В.В. Никольский, Т.И. Никольская. – М. : Наука, 1989.
7. Петров, Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн : учеб. для вузов / Б.М. Петров. – М. : Радио и связь, 2000
8. Петушинский, Б.Б. Электродинамика и распространение радиоволн. Ч. 1. Теория электромагнитного поля : конспект лекций / Б.Б. Петушинский. – Даугавпилс : ВВАИУ им. Я. Фабрициуса, 1984.
9. Специальные разделы физики. Электродинамика. Часть 1. Теория электромагнитного поля : учеб. пособие / под ред. В.А. Борисенка. – Нижний Новгород : ВЗРКУ ПВО, 1998.
10. Справочник по волноводам : пер. с англ. Я.Н. Фельда. – М. : Сов. радио, 1952.
11. Теория электромагнитного поля и техника сверхвысоких частот : учеб. для вузов / под ред. Б.И. Штительмана. – Харьков : ВИРТА им. Л.А. Говорова, 1974.
12. Пименов, Ю.В. Техническая электродинамика : учеб. пособие для вузов / Ю.В. Пименов, В.И. Вольман, А.Д. А.Д. Муравцов ; под ред. Ю.В. Пименова. – М. : Радио и связь, 2000.
13. Фельдштейн, А.Л. Справочник по элементам волноводной техники / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич, В.П. Смирнов. – М. : Сов. радио, 1967.
14. Электродинамика и техника СВЧ. Часть 1. Теория электромагнитного поля : учеб. / под ред. Б.И. Курилина. – М. : Воениздат, 1983.
15. Общая теория радиолокации и радионавигации. Теория электромагнитного поля : учеб. / А.А. Филонов, А.Н. Фомин, В.Н. Тяпкин [и др.] ; под общ. ред. А.А. Филонова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2015. – 218 с.
16. Устройства СВЧ и антенны : учеб. / А.А. Филонов, А.Н. Фомин, Д.Д. Дмитриев [и др.] ; ред. А.А. Филонов. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2014. – 492 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица П1

Размеры стандартных прямоугольных волноводов
для различных диапазонов волн

Тип волновода	$\Delta\lambda$, см	$a \times b$, мм	Толщина стенок, мм	$P_{\text{пред}}$, МВт	$\alpha_{\text{п.м}}$, дБ/м
МЭК-8	33...46,8	292,1×146,1	3,18	200	0,0027
МЭК-12	20,5...31,2	195,58×97,79	3,18	85	0,005
МЭК-22	11,45...17,45	109,22×54,61	2,03	27	0,012
МЭК-32	7,6...11,55	72,14×34,04	2,03	10,5	0,0199
МЭК-48	5,01...7,62	47,55×22,149	1,63	4,86	0,031
МЭК-70	3,67...5,58	34,85×15,799	1,63	2,29	0,0633
МЭК-81	4,56...9	28,499×12,624	1,63	1,56	0,0725
МЭК-100	2,5...3,66	22,86×10,16	1,27	0,99	0,117
МЭК-220	1,125...1,7	10,668×1,318	1,02	0,22	0,346
МЭК-320	0,75...1,135	7,112×3,556	1,02	–	–

Таблица П2

Характеристики диэлектриков, применяемых при изготовлении полосковых
и микрополосковых волноводов

Марка диэлектрика	Характеристика диэлектрика			
	ϵ	$\text{tg}\delta \cdot 10^4$	Пробивное напряжение, мВ/м	Плотность, г/см ³
Органические диэлектрики				
СТ-10	10±0,5	20	15	1,85...2,1
ПКТ-10	10±0,5	45	12	2,2
СТ-16	16±0,8	30	10	2,4...2,76
ФЛАН-16	16±0,8	15	8	2,5...2,7
Неорганические диэлектрики				
Сапфир	9,4...11,7	1	–	3,98
ТМ-15	15±1	1	8	–
ТМ-25	25±1,5	5	8	–
ТЛ/25	25±1,5	–	–	–
ТЛ/75	50±2	6	8	–
МГ-60	58,7±1,8	2	15	3,9
ТЛ/470	80±2	8	8	–
ТЛ/750	100±10	2	8	–
ТЛ/250	250±30	30	5	–

Таблица П3

Значения корней функций Бесселя

n	m				
1	2,405	3,832	5,136	6,379	7,588
2	5,52	7,016	8,417	9,761	11,06
3	8,65	10,17	11,62	13,02	14,37
4	11,79	13,32	14,8	16,22	17,62

Таблица П4

Значения корней производной функций Бесселя

n	m				
1	3,832	1,841	3,054	4,201	5,317
2	7,016	5,332	6,706	8,015	9,282
3	10,17	8,536	9,965	11,85	12,682
4	13,32	11,71	13,17	–	–

Таблица П5

Удельная проводимость некоторых веществ при 20 °С

Вещество	σ , См/м	Вещество	σ , См/м
Серебро	$6,2 \cdot 10^7$	Стекло	$1 \cdot 10^{-12}$
Медь	$5,7 \cdot 10^7$	Фарфор	$3 \cdot 10^{-13}$
Золото	$4,1 \cdot 10^7$	Слюда	$1 \cdot 10^{-13}$
Алюминий	$3,6 \cdot 10^7$	Стеатит СК-1	$1 \cdot 10^{-15}$
Железо	$1 \cdot 10^7$	Фторопласт-4	$1 \cdot 10^{-16}$
Сталь	$1,7 \cdot 10^7$	Кварц плавленный	$2 \cdot 10^{-17}$
Латунь	$0,8 \cdot 10^7$	Полиэтилен	$1 \cdot 10^{-17}$

Таблица П6

Характеристики гибких стандартных коаксиальных фидеров

Марка фидера	$2a_2$, мм	$2a_1$, мм	ρ , Ом	Затухание, дБ/м,		$U_{\text{раб доп}}$, кВ
				200 МГц	3 ГГц	
РК-50-2-13	$2,2 \pm 0,1$	0,68	50 ± 2	0,3	2,0	1,0
РК-50-4-13	$4,6 \pm 0,2$	1,37	50 ± 2	1,4	3,5	1,5
РК-50-7-15	$7,3 \pm 0,3$	2,28	50 ± 2	0,17	1,25	1,0
РК-50-9-12	$9 \pm 0,5$	2,7	50 ± 2	0,2	0,85	4,6
РК-75-4-15	$4,6 \pm 0,2$	0,72	75 ± 3	0,18	1,3	3,0
РК-75-4-16	$4,6 \pm 0,2$	0,78	75 ± 3	0,2	1,5	2,0
РК-75-9-12	$9 \pm 0,3$	1,35	75 ± 3	0,12	0,8	5,5
РК-100-7-13	$7,3 \pm 0,3$	0,6	100 ± 5	0,12	1,0	4,5

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Основные формулы векторного анализа

1. **Скалярное произведение двух векторов \vec{A} и \vec{B} есть скаляр C , определяемый равенством:**

$$C = (\vec{A}, \vec{B}) = AB \cdot \cos \varphi = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z,$$

где φ – угол между векторами \vec{A} и \vec{B} .

2. **Векторное произведение двух векторов \vec{A} и \vec{B} есть вектор \vec{C} , перпендикулярный векторам \vec{A} и \vec{B} и составляющий с ними правую тройку, определяемый равенством:**

$$C = [\vec{A}, \vec{B}] = \vec{c}^0 \cdot AB \cdot \sin \varphi = \begin{vmatrix} \vec{x}^0 & \vec{y}^0 & \vec{z}^0 \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix},$$

где \vec{c}^0 – орт нормали к плоскости, в которой лежат оба вектора,

$$[\vec{A}, \vec{B}] = -[\vec{B}, \vec{A}].$$

3. **Смешанное произведение трех векторов \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} есть скаляр, равный объему параллелепипеда, построенного на векторах \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} , и взятый со знаком «+», если эти векторы образуют правую тройку, и «-», если наоборот:**

$$[\vec{A}, \vec{B}] \vec{C} = \vec{A} [\vec{B}, \vec{C}] = [\vec{B}, \vec{C}] \vec{A} = [\vec{C}, \vec{A}] \vec{B} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}.$$

4. **Двойное векторное произведение есть вектор, который может быть вычислен по формуле**

$$[\vec{A} [\vec{B}, \vec{C}]] = \vec{B} (\vec{A}, \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A}, \vec{B}).$$

5. **Градиент скалярной функции – вектор, определенный в каждой точке поля, имеющий направление нормали к поверхности уровня (в сторону возрастания):**

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \vec{n}^0.$$

Выражение градиента в различных системах координат:

- прямоугольные координаты ($\vec{z}^0 = [\vec{x}^0, \vec{y}^0]$):

$$\text{grad } \varphi = \vec{x}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{y}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{z}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial z};$$

- цилиндрические координаты ($\vec{z}^0 = [\vec{r}^0, \vec{\varphi}^0]$):

$$\text{grad } \varphi = \vec{r}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \vec{\varphi}^0 \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} + \vec{z}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial z};$$

- сферические координаты ($\vec{r}^0 = [\vec{\theta}^0, \vec{\varphi}^0]$):

$$\text{grad } \varphi = \vec{r}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \vec{\theta}^0 \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \vec{\varphi}^0 \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi}.$$

$\text{grad } (C) = 0$, где $C = \text{const}$;

$\text{grad } (C \cdot a) = C \cdot \text{grad } (a)$;

$\text{grad } (a + b) = \text{grad } (a) + \text{grad } (b)$;

$\text{grad } (a \cdot b) = b \text{ grad } (a) + a \text{ grad } (b)$;

$\text{grad } \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{b \text{ grad } (a) - a \text{ grad } (b)}{b^2}$;

$\text{grad } (f(u)) = f'(u) \text{ grad } (u)$.

6. Оператор Гамильтона (набла) вводится для упрощения вычислений в векторном анализе. Он заменяет символы градиента, дивергенции, ротора. Символическая запись градиента функции:

$$\text{grad } \varphi = \nabla \varphi.$$

Формально эту запись можно рассматривать, как произведение вектора ∇ на скаляр φ .

7. Оператор Лапласа. Вводится для удобства вычисления, когда требуется двукратное применение оператора Гамильтона:

- прямоугольные координаты:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

- цилиндрические координаты:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

- сферические координаты:

$$\nabla^2 = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

8. **Дивергенция вектора – скаляр**, определенный в каждой точке поля и являющийся объемной производной этого вектора:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\int \vec{D} d\vec{s}}{V} = \nabla \vec{D};$$

- прямоугольные координаты:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z};$$

- цилиндрические координаты:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{D_r}{r} + \frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial D_z}{\partial z};$$

- сферические координаты:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta D_\theta).$$

$$\operatorname{div} \vec{C} = 0, \text{ где } \vec{C} = \text{const};$$

$$\operatorname{div} (\vec{C}, \varphi) = \vec{C} \operatorname{grad} (\varphi);$$

$$\operatorname{div} (C, \vec{a}) = C \operatorname{div} (\vec{a});$$

$$\operatorname{div} (\vec{a} + \vec{b}) = \operatorname{div} (\vec{a}) + \operatorname{div} (\vec{b});$$

$$\operatorname{div} (\varphi, \vec{a}) = \varphi \operatorname{div} (\vec{a}) + \vec{a} \operatorname{grad} (\varphi);$$

$$\operatorname{div} [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{b} \operatorname{rot} (\vec{a}) - \vec{a} \operatorname{rot} (\vec{b}).$$

9. **Ротор вектора – вектор**, определенный в каждой точке поля и являющийся объемной производной этого вектора, взятой с обратным знаком:

$$\operatorname{rot} \vec{D} = - \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\int [\vec{D}, d\vec{s}]}{V} = [\nabla, \vec{D}];$$

- прямоугольные координаты:

$$\operatorname{rot} \vec{D} = \begin{vmatrix} \vec{x}^0 & \vec{y}^0 & \vec{z}^0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix};$$

- цилиндрические координаты:

$$\operatorname{rot} \vec{D} = \begin{vmatrix} \vec{r}^0 & \vec{\varphi}^0 & \vec{z}^0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_r & D_\varphi & D_z \end{vmatrix};$$

- сферические координаты:

$$\operatorname{rot} \vec{D} = \begin{vmatrix} \frac{\vec{r}^0}{r^2 \sin \theta} & \frac{\vec{\theta}^0}{r \sin \theta} & \frac{\vec{\varphi}^0}{r} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ D_r & D_\theta & r \sin \theta D_\varphi \end{vmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{C} &= 0, \text{ где } \vec{C} = \text{const}; \\ \operatorname{rot} (C, \vec{a}) &= C \operatorname{rot} (\vec{a}); \\ \operatorname{rot} (\varphi, \vec{a}) &= \varphi \operatorname{rot} (\vec{a}) + [\operatorname{grad} \varphi, \vec{a}]; \\ \operatorname{rot} (\varphi, \vec{C}) &= [\operatorname{grad} \varphi, \vec{C}]; \\ \operatorname{rot} (\vec{a} + \vec{b}) &= \operatorname{rot} (\vec{a}) + \operatorname{rot} (\vec{b}). \end{aligned}$$

10. Символическая запись некоторых операций:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \operatorname{grad} (\varphi) &= \nabla^2 \varphi; \\ \operatorname{rot} (\operatorname{rot} \vec{a}) &= \operatorname{grad} (\operatorname{div} \vec{a}) - \nabla^2 \vec{a}; \\ \operatorname{rot} \operatorname{grad} (\varphi) &= 0; \\ \operatorname{div} \operatorname{rot} (\vec{a}) &= 0; \\ \operatorname{grad} \operatorname{div} (\vec{a}) &= \operatorname{rot} \operatorname{rot} (\vec{a}) + \nabla^2 \vec{a}; \end{aligned}$$

11. Поток вектора \vec{a} через поверхность S :

$$\Phi = \int_S \vec{a} d\vec{s} = \int_S a_n ds,$$

где $d\vec{s} = \vec{n}^0 ds$;

\vec{n}^0 – нормаль к поверхности S .

12. **Циркуляция вектора \vec{a} по контуру l :**

$$\text{Ц} = \oint_l \vec{a} d\vec{l} = \int_s a_1 dl,$$

где dl – элемент замкнутого контура l ;

a_1 – проекция вектора \vec{a} на элемент контура l .

13. **Теорема Остроградского – Гаусса:**

$$\oint_s \vec{a} d\vec{s} = \int_V \text{div} \vec{a} dv.$$

14. **Теорема Стокса:**

$$\oint_L \vec{a} d\vec{l} = \int_s \text{rot} \vec{a} d\vec{s}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Контрольные вопросы и задачи для самоконтроля

К главе 1

Вопрос 1. Анализ влияния и основные закономерности РРВ над земной поверхностью.

Задача 1. Излучатель – элементарный электрический вибратор, расположенный в свободном пространстве горизонтально, излучает мощность $P = 5$ кВт. Точка наблюдения находится на расстоянии 20 км от излучателя, направление на точку наблюдения характеризуется углом места $\theta = 30^\circ$ и азимутом $\psi = 30^\circ$. Рассчитать амплитуду напряженности электрического поля в точке наблюдения.

Решение.

Амплитуда напряженности электрического поля ЭЭВ в свободном пространстве определяется в соответствии с выражением

$$E_{m0} = \frac{\sqrt{60P_{\Sigma}D_m}}{r} F(\theta),$$

где $D_m = 1,5$ – максимальное значение КНД для ЭЭВ.

Подставив исходные значения, получим

$$E_{m0} = \frac{\sqrt{90P_{\Sigma}}}{r} \sin \theta = \frac{\sqrt{90 \cdot 5 \cdot 10^3}}{20 \cdot 10^3} \cdot 0,5 = 0,017 \text{ В/м.}$$

Вывод. Амплитуда поля ЭЭВ в свободном пространстве определяется исключительно излучаемой мощностью, характеристикой направленности и расстоянием до точки наблюдения.

Задача 2. Определить модуль и фазу коэффициента отражения для горизонтально поляризованной ЭМВ с длиной волны $\lambda = 1$ м, падающей под углом $\theta = 30^\circ$ на почву, характеризуемой параметрами:

$$\varepsilon_2 = 10, \sigma_2 = 10^{-4} \text{ См/м.}$$

Решение.

Поскольку вторая среда (почва) – среда с потерями ($\sigma_2 = 10^{-4}$ См/м), то коэффициент отражения определим в соответствии с выражением

$$\dot{R}_r = R_r \cdot e^{j\beta_r} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cdot \cos \theta - \sqrt{\dot{\varepsilon}_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \theta}}{\sqrt{\varepsilon_1} \cdot \cos \theta + \sqrt{\dot{\varepsilon}_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \theta}},$$

где $\dot{\varepsilon} = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$ – комплексная относительная диэлектрическая проницаемость.

Подставим значения параметров среды и вибратора, получим

$$\dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - j \frac{\sigma_2}{\omega} = \varepsilon_2 - j \frac{\sigma_2 \lambda}{2\pi c} = 10 - j \frac{10^{-12}}{6\pi}.$$

Поскольку второе слагаемое представляет собой бесконечно малую величину, то выражение для коэффициента отражения можно записать в виде

$$\dot{R}_r = R_r \cdot e^{j\beta r} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cdot \cos \alpha - \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \alpha}}{\sqrt{\varepsilon_1} \cdot \cos \alpha + \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \alpha}}.$$

Подставив значения ε_2 , σ_2 и θ , получим

$$\dot{R}_r = -0,178 = 0,178 \cdot e^{j\pi}$$

Вывод. Модуль и фаза коэффициентов Френеля зависят от параметров почвы и угла скольжения.

Задача 3. Излучатель – элементарный вибратор, расположенный горизонтально над поверхностью земли на высоте $h = 2$ м, излучаемая мощность $P = 5$ кВт, длина волны $\lambda = 1$ м. Точка наблюдения находится на расстоянии 20 км от излучателя. Направление на точку наблюдения характеризуется углом места $\theta = 30^\circ$ и азимутом $\psi = 30^\circ$, параметры почвы: $\varepsilon = 10$, $\sigma = 10^{-4}$ См/м.

Рассчитать амплитуду напряженности электрического поля в точке наблюдения, сравнить ее с амплитудой поля такого же излучателя, находящегося в свободном пространстве.

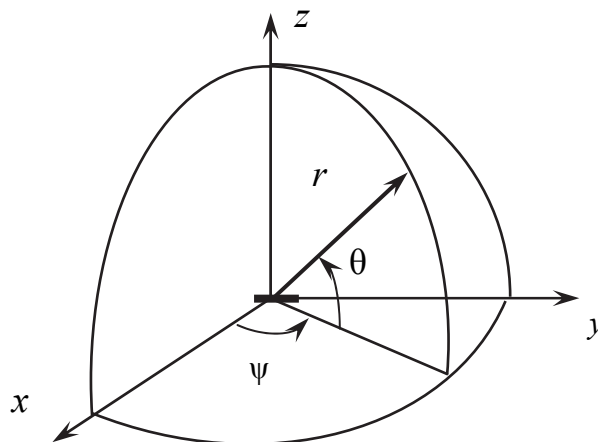


Рис. 3.1

Решение.

Амплитуду напряженности электрического поля ЭЭВ в точке наблюдения с учетом влияния поверхности земли определим в соответствии с выражением

$$E_m(\theta) = \Phi_3(\theta) \cdot E_{m0}(\theta).$$

Рассчитаем интерференционный множитель Земли в заданном направлении, для чего воспользуемся результатами решения задачи 2:

$$\begin{aligned} \Phi_3(\theta) &= \sqrt{1 + 2R_r(\theta) \cdot \cos\left[\frac{4\pi}{\lambda} h \cdot \sin\theta + \beta_r(\theta)\right] + R_r^2(\theta)} = \\ &= \sqrt{1 + (0,718)^2 + 2 \cdot 0,718 \cdot \cos(4\pi \cdot 2 \cdot 0,5 + \pi)} = 0,282. \end{aligned}$$

Подставим в полученное выражение значения амплитуды поля $E_{m0}(\theta)$, найденные в результате решения задачи 1:

$$E_m(\theta) = \Phi_3(\theta) \cdot E_{m0}(\theta) = 0,282 \cdot 0,017 = 0,004794 \text{ В/м.}$$

Вывод. Амплитуда напряженности электрического поля ЭЭВ с учетом влияния поверхности земли в точке наблюдения зависит от угла возвышения и может быть как больше, так и меньше амплитуды поля, создаваемого ЭЭВ, находящимся в свободном пространстве.

К главе 2

Вопрос 1. Расчет направленных свойств РЭС с учетом влияния поверхности земли.

Задача 1. Рассчитать и построить графики интерференционного множителя Земли при горизонтальной и вертикальной поляризации антенны, поднятой над идеально проводящей поверхностью на высоту: а) $h' = \lambda$, б) $h' = 1,5\lambda$, в) $h' = 2\lambda$, г) $h' = 3\lambda$.

Решение.

1. Расчет интерференционного множителя земли сводится к расчету направлений, в которых ИМЗ имеет максимальные и минимальные значения:

$$\Phi(\theta) = \sqrt{1 + 2R_{r,b}(\theta) \cdot \cos\left[\frac{4\pi}{\lambda} h' \cdot \sin\theta + \beta_{r,b}(\theta)\right] + R_{r,b}^2(\theta)}.$$

2. Максимальные значения ИМЗ $\Phi_m = 1 + R_{r,b}(\theta)$ принимает, если

$$\cos\left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin\theta_m + \beta_{r,b}(\theta_m)\right) = 1.$$

3. Минимальные значения ИМЗ $\Phi_0 = 1 - R_{в.г}(\theta)$ принимает, если

$$\cos\left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_0 + \beta_{в.г}(\theta_0)\right) = -1.$$

4. Рассмотрим горизонтальную поляризацию.

Поскольку поверхность является идеально проводящей, то для всех значений угла падения θ $R_r = 1$, $\beta_r = \pi$, а следовательно, $\Phi_m = 2$, $\Phi_0 = 0$.

Направления θ_m максимумов можно определить, решив следующие уравнения:

$$\cos\left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_m + \beta_r(\theta_m)\right) = 1,$$

$$\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_m + \pi = 2\pi n.$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{mг}$;

$$N_{mг} \leq \frac{2h'}{\lambda} - \frac{1}{2}, \text{ откуда } \theta_{mг} = \arcsin\left[\frac{(2n+1) \cdot \lambda}{4 \cdot h'}\right].$$

Аналогично, направления θ_0 минимумов определим, решив следующие уравнения:

$$\cos\left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_0 + \beta_r(\theta_0)\right) = -1,$$

$$\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_0 + \pi = (2n+1) \pi,$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{0г}$;

$$N_{0г} \leq \frac{2h'}{\lambda}, \text{ откуда } \theta_{0г} = \arcsin\left[\frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot h'}\right].$$

5. Рассчитаем направления минимумов и максимумов интерференционного множителя Земли при горизонтальной поляризации антенны и результаты расчета сведем в таблицу:

h'	Минимумы							Максимумы					
	θ_{00}	θ_{01}	θ_{02}	θ_{03}	θ_{04}	θ_{05}	θ_{06}	θ_{m1}	θ_{m2}	θ_{m3}	θ_{m4}	θ_{m5}	θ_{m6}
λ	0	30	90					14,5	48,5				
$1,5 \lambda$	0	19,5	41,8	90				9,5	30	56,4			
2λ	0	14,5	30	48,5	90			7,2	22	38,7	61		
3λ	0	9,6	19,5	30	41,8	56,4	90	4,8	14,5	24,6	35,7	48,6	66,4

6. Построим в полярной системе координат изображение ИМЗ:

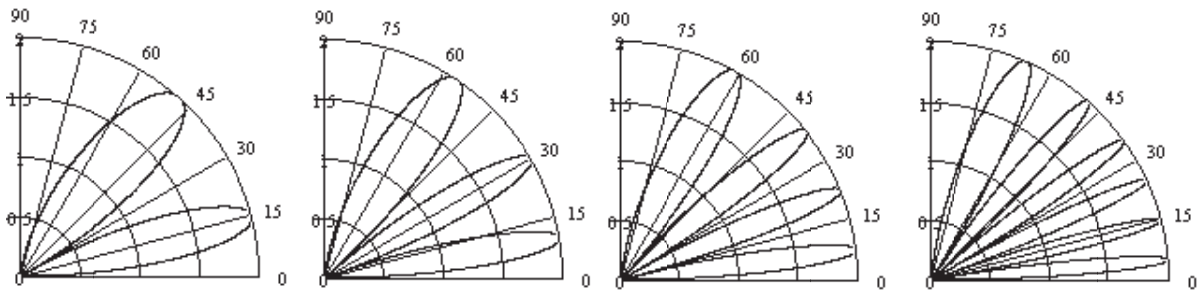


Рис. 1.1

7. Рассмотрим вертикальную поляризацию.

Поскольку поверхность является идеально проводящей, то для всех значений угла падения $\theta R_B = 1$, $\beta_B = 0$, а следовательно, $\Phi_m = 2$, $\Phi_0 = 0$.

Направления θ_m максимумов можно определить, решив уравнения:

$$\cos \left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_m + \beta_B(\theta_m) \right) = 1,$$

$$\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_m = 2\pi n,$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{mB}$;

$$N_{mB} \leq \frac{2h'}{\lambda}, \text{ откуда } \theta_{mB} = \arcsin \left[\frac{n}{2} \cdot \frac{\lambda}{h'} \right].$$

Аналогично, направления θ_0 минимумов находим, решая следующие уравнения:

$$\cos \left(\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_0 + \beta_B(\theta_0) \right) = -1,$$

$$\frac{4\pi h'}{\lambda} \sin \theta_0 = (2n + 1) \pi,$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{0B}$;

$$N_{0B} \leq \frac{2h'}{\lambda} - \frac{1}{2}, \text{ откуда } \theta_{0B} = \arcsin \left[\frac{(2n + 1)}{4} \cdot \frac{\lambda}{h'} \right].$$

8. Рассчитаем направления минимумов и максимумов интерференционного множителя Земли при горизонтальной поляризации антенны и результаты расчета сведем в таблицу:

h'	Минимумы						Максимумы						
	θ_{00}	θ_{01}	θ_{02}	θ_{03}	θ_{04}	θ_{05}	θ_{m0}	θ_{m1}	θ_{m2}	θ_{m3}	θ_{m4}	θ_{m5}	θ_{m6}
λ	14,5	48,5					0	30	90				
$1,5 \lambda$	9,5	30	56,4				0	19,5	41,8	90			
2λ	7,2	22	38,7	51			0	14,5	30	48,5	90		
3λ	4,9	14,5	24,6	35,7	48,6	66,5	0	9,6	19,5	30	41,8	56,4	90

9. Построим в полярной системе координат изображение ИМЗ:

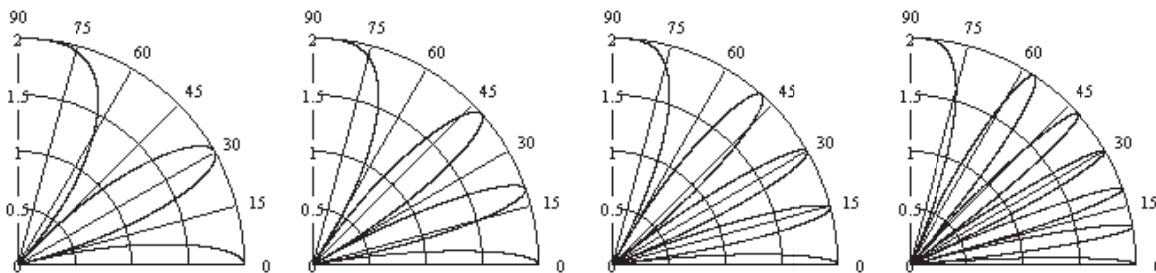


Рис. 1.2

Вывод. Направленные свойства РЭС, поднятого над земной поверхностью, определяются интерференционным множителем Земли, количество лепестков, угловое положение максимумов и минимумов которого зависит от высоты подъема антенны и длины волны излучаемых колебаний.

К главе 3

Вопрос 1. Методика учета неровностей земной поверхности.

Задача 1. Высоты передающей и приемной антенны одинаковы и равны 50 см, длина волны $\lambda = 3,2$ см, угол скольжения $\theta = 45^\circ$. Определить размеры для участка поверхности земли, существенного для отражения радиоволн, большую и малую оси первых четырех зон Френеля.

Решение.

1. Проиллюстрируем условие задачи на рисунке.
2. Для случая, когда $h' \approx z'$, имеем

$$x_{0n} \approx x_0; \quad b_n \approx a_n \sin(\theta);$$

$$a_n = \frac{1}{\sin(\theta)} \sqrt{\frac{n\lambda z' h'}{(z' + h') \sin(\theta)}}.$$

3. Определим расстояние x_0 :

$$\text{ctg } \theta = x_0 / h' \Rightarrow x_0 = h' \cdot \text{ctg } \theta = 50 \text{ см.}$$

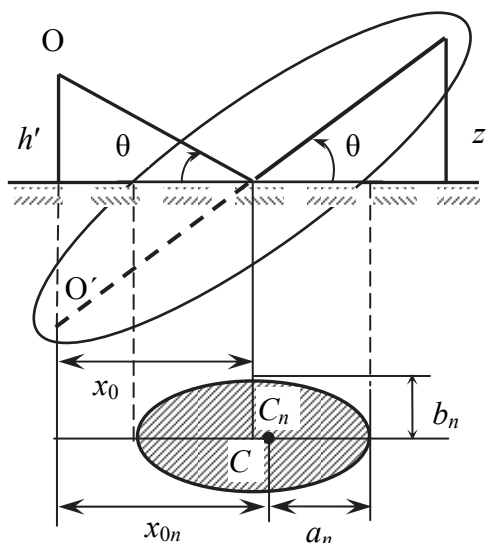


Рис. 1.1

4. Определим размеры большой и малой осей первых четырех зон Френеля:

Размеры полуосей	№ зоны			
	1	2	3	4
a , см	15	21,27	26,05	30,1
b , см	10,6	15	18,42	21,27

Вывод. Поскольку участок земной поверхности, существенный для отражения радиоволн, ограничивается первой зоной Френеля, то размеры этого участка составляют: $a_1 = 15$ см, $b_1 = 10,6$ см.

Задача 2. Определить влияние неровностей на позиции РЛС, если их высота не превышает 20 см. Рабочая частота РЛС $f = 900$ МГц, а угол скольжения $\theta = 4^\circ$.

Решение.

В соответствии с критерием Релея высота допустимых неровностей для зеркального отражения

$$h \leq \frac{\lambda}{16 \sin \theta} = \frac{c}{16 \cdot f \cdot \sin \theta} = \frac{3 \cdot 10^8}{900 \cdot 10^6 \cdot 16 \sin(4^\circ)} = 0,298 \text{ м,}$$

т. е. для указанных параметров РЛС высота допустимых неровностей не должна превышать 29,8 см.

Вывод. Поскольку высота неровностей на позиции РЛС (20 см) не превышает 29,8 см – допустимые неровности, то неровности *не оказывают влияния* на зону РЛО.

К главам 4, 5

Вопрос 1. Методика учета влияния тропосферы на зону радиолокационного обнаружения.

Задача 1. Определить дальность прямой видимости при наличии и отсутствии нормальной рефракции, если высота передающей антенны $h = 10$ м, а высота приемной антенны $H = 12$ м.

Решение.

1. Дальность прямой видимости без учета рефракции определим в соответствии с выражением

$$r_0 = 3,57 \left(\sqrt{h} + \sqrt{H} \right) = 3,57 \left(\sqrt{10} + \sqrt{12} \right) = 23,65 \text{ км}$$

2. Для учета тропосферной рефракции РВ при распространении над земной поверхностью истинный радиус Земли R_3 заменим на эквивалентный $R_{\text{ЭКВ}}$:

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_0}{1 - R_0/\rho} = \left| \begin{array}{l} \text{для нормальной рефракции} \\ \text{радиус кривизны луча} \\ \rho = 25 \cdot 10^3 \text{ км} \end{array} \right| = 8\,470 \text{ км.}$$

С учетом тропосферной рефракции РВ дальность прямой видимости

$$r_0 = \sqrt{2R_{\text{ЭКВ}}} \left(\sqrt{h} + \sqrt{H} \right) = 4,12 \left(\sqrt{10} + \sqrt{12} \right) = 27,4 \text{ км.}$$

Вывод. Тропосферная рефракция радиоволн увеличивает дальность прямой видимости.

Задача 2. Высота антенны РЛС $h = 20$ м, высота цели $H = 200$ м. Определить дальность прямой видимости r_0 , радиус кривизны луча ρ и эквивалентный радиус Земли при $dn/dz = -3 \cdot 10^{-8}$ 1/м.

Решение.

1. Радиус кривизны луча определим в соответствии с выражением

$$\rho = -\frac{1}{(dn/dz)\cos\theta}.$$

2. Для пологих углов, т. е. когда $\theta \approx 0^\circ$, имеем

$$\theta \approx 0^\circ \Rightarrow \cos \theta \approx 1 \Rightarrow$$

$$\rho = -\frac{1}{dn/dz} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-8}} = 3,33 \cdot 10^7 \text{ м.}$$

3. Эквивалентный радиус Земли

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_0}{1 - R_0/\rho} \quad |R_0 = 6\,370 \cdot 10^3| = 7\,876,7 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

4. Дальность прямой видимости с учетом тропосферной рефракции

$$r_0 = \sqrt{2R_{\text{экв}}} (\sqrt{h} + \sqrt{H}) = 73,87 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

Вывод. При увеличении эквивалентного радиуса Земли дальность прямой видимости с учетом тропосферной рефракции возрастает.

К главе 6

Вопрос 1. Анализ факторов, влияющих на зону радиолокационного обнаружения.

Задача 1. Рассчитать максимально возможную дальность обнаружения РЛС в свободном пространстве, если мощность передатчика $P = 100$ кВт, максимальная эффективная площадь антенны $A_{m \text{эфф}} = 32 \text{ м}^2$; эффективная площадь рассеяния цели $\sigma_{\text{ц}} = 1 \text{ м}^2$; чувствительность приемника $P_{\text{пр}} = 10^{-14}$ Вт; максимальное значение коэффициента усиления антенны $G_m = 10^2$.

Решение.

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{\sigma_{\text{ц}} \cdot P \cdot G_m \cdot A_{m\text{эфф}}}{(4\pi)^2 P_{\text{пр}}}} = 119,3 \text{ км.}$$

Вывод. Максимально возможная дальность обнаружения цели РЛС в свободном пространстве определяется параметрами ее трех основных устройств: передатчиком; антенной; приемником.

Вопрос 2. Расчет и построение зоны РЛО.

Задача 2. Рассчитать и построить зону обнаружения РЛС, технические данные которой приведены в задаче 1. Определить допустимые неровности на поверхности земли, если антенна РЛС поднята на высоту $h' = 6$ м, длина волны $\lambda = 2$ м. Поляризация горизонтальная. Значения нормированной ДН заданы функцией $F(\theta) = \cos\theta$. Почва – проводник.

Решение.

1. Согласно определению зона обнаружения РЛС описывается следующим выражением:

$$r_m(\theta) = r_{m0} \cdot F_p(\theta) = r_{m0} \cdot F(\theta) \cdot \Phi(\theta).$$

2. Рассчитать интерференционный множитель Земли – значит рассчитать направления, в которых ИМЗ имеет максимальные и минимальные значения.

3. Поскольку поверхность является идеально проводящей, то для всех значений угла θ падения горизонтально поляризованной ЭМВ $R_r = 1$, $\beta_r = \pi$, а следовательно, $\Phi_m = 2$, $\Phi_0 = 0$.

4. Направления θ_m максимумов определим в соответствии с выражением

$$\theta_m = \arcsin \left[\frac{(2n-1) \lambda}{4 h'} \right],$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, N_{mг}$;

$$N_{mг} \leq \frac{2h'}{\lambda} + \frac{1}{2}.$$

5. Направления θ_0 минимумов найдем в соответствии с выражением

$$\theta_0 = \arcsin \left[\frac{n \cdot \lambda}{2 h'} \right],$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N_{0г}$, $N_{0г} \leq \frac{2h'}{\lambda}$.

6. Рассчитаем направления минимумов и максимумов ИМЗ и результаты расчета занесем в таблицу:

	Минимумы ИМЗ							Максимумы ИМЗ					
	θ_{00}	θ_{01}	θ_{02}	θ_{03}	θ_{04}	θ_{05}	θ_{06}	θ_{m1}	θ_{m2}	θ_{m3}	θ_{m4}	θ_{m5}	θ_{m6}
θ_n	0	9,6	19,5	30	41,8	56,4	90	4,8	14,5	24,6	35,7	48,6	66,4
$\Phi(\theta_n)$	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2

7. Рассчитаем результирующую нормированную ДН с учетом ИМЗ по формуле $F_p(\theta) = \Phi(\theta) \cdot F(\theta) = \Phi(\theta) \cos\theta$ и результаты занесем в таблицу:

	Минимумы ИМЗ							Максимумы ИМЗ					
	θ_{00}	θ_{01}	θ_{02}	θ_{03}	θ_{04}	θ_{05}	θ_{06}	θ_{m1}	θ_{m2}	θ_{m3}	θ_{m4}	θ_{m5}	θ_{m6}
θ_n	0	9,6	19,5	30	41,8	56,4	90	4,8	14,5	24,6	35,7	48,6	66,4
$\Phi(\theta_n)$	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
$F(\theta_n)$	1	0,986	0,94	0,866	0,745	0,55	0	0,996	0,968	0,91	0,81	0,66	0,41
$F_p(\theta_n)$	0	0	0	0	0	0	0	1,99	1,936	1,82	1,62	1,32	0,82

8. Рассчитаем зону обнаружения РЛС при условии, что максимально возможная дальность r_{m0} обнаружения цели РЛС в свободном пространстве известна из задачи 1 и составляет 119,3 км:

$$r_m(\theta) = r_{m0} \cdot F_p(\theta).$$

Полученные результаты занесем в таблицу:

	Минимумы ИМЗ							Максимумы ИМЗ					
	θ_{00}	θ_{01}	θ_{02}	θ_{03}	θ_{04}	θ_{05}	θ_{06}	θ_{m1}	θ_{m2}	θ_{m3}	θ_{m4}	θ_{m5}	θ_{m6}
θ_n	0	9,6	19,5	30	41,8	56,4	90	4,8	14,5	24,6	35,7	48,6	66,4
$\Phi(\theta_n)$	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
$F(\theta_n)$	1	0,986	0,94	0,866	0,745	0,55	0	0,996	0,968	0,91	0,81	0,66	0,41
$F_p(\theta_n)$	0	0	0	0	0	0	0	1,99	1,936	1,82	1,62	1,32	0,82
$r_m(\theta_n)$	0	0	0	0	0	0	0	237,4	231	217,1	193,3	157,5	97,8

9. Построим зону обнаружения РЛС с учетом влияния поверхности земли в полярной системе координат:

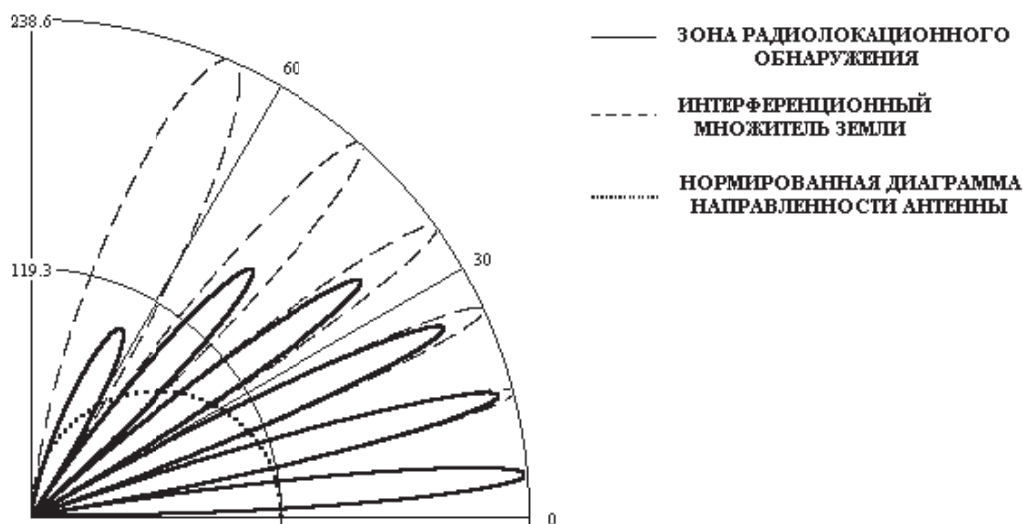


Рис. 2.1

10. Определим, согласно критерию Релея, высоту допустимых неровностей для направления $\theta_{m1} = 4,8^\circ$ первого максимума ИМЗ:

$$h \leq \frac{\lambda}{16 \sin \theta} = \frac{2}{16 \cdot 0,0836} = 1,49 \text{ м.}$$

Вывод. Дальность обнаружения воздушной цели РЛС, расположенной на идеально проводящей поверхности, в два раза больше максимально возможной дальности обнаружения цели этой же РЛС в свободном пространстве.

К главам 8, 9

Вопрос 1. Построение диаграммы типов волн и ее анализ.

Задача 1. Построить диаграмму типов волн для стандартного прямоугольного волновода с поперечными размерами 72,14×34,04 мм и провести ее анализ.

Решение.

1. Согласно известному определению, диаграммой типов волн называется график типов волн, построенный в порядке убывания их критических длин волн.

2. Задаваясь значениями индексов m и n , получим таблицу критических длин волн для прямоугольного волновода с поперечными размерами $a = 72,14$ мм, $b = 34,04$ мм:

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}.$$

Результаты расчетов занесем в таблицу:

Тип волны	H_{10}	H_{20}	H_{01}	H_{11}, E_{11}	H_{30}
m	1	2	0	1	3
n	0	0	1	1	0
$\lambda_{\text{кр}}, \text{ мм}$	144,28	72,14	68,08	61,57	48,09

3. Построим диаграмму типов волн для стандартного прямоугольного волновода.

4. Проведем анализ диаграммы типов волн:

в области I длина волны источника возбуждения $\lambda > \lambda_{\text{кр}H_{10}}$ – это область затухания ЭМВ;

в области II $\lambda_{\text{кр}H_{20}} < \lambda < \lambda_{\text{кр}H_{10}}$ – это одноволновая область;

в области III $\lambda < \lambda_{\text{кр}H_{20}}$ – передача энергии по волноводу может осуществляться множеством типов волн одновременно. При этом возникает сложное неустойчивое интерференционное поле, что приводит к резкому ухудшению оптимального использования волноводного тракта.

Вывод. Для передачи энергии по стандартному прямоугольному волноводу с поперечными размерами: 72,14×34,04 мм на основном типе колебаний необходимо, чтобы значение длины λ волны источника возбуждения находилось в пределах интервала $72,14 < \lambda < 144,8$ мм.

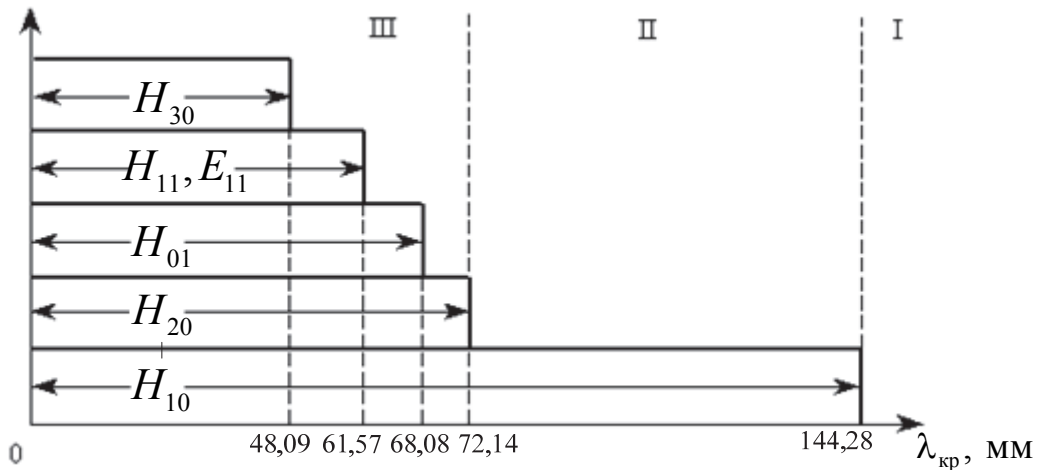


Рис. 1.1

Вопрос 2. Построение структуры ЭМП различных типов волн в прямоугольном волноводе

Задача 2. Построить картину поля волны H_{20} .

Решение.

1. Воспользуемся методикой построения структуры поля в прямоугольном волноводе для волны типа H_{20} с индексами $m = 2, n = 0$.

2. Используя аналитические выражения для компонент полей для волн типа H_{mn} , запишем математические выражения при $m = 2$ и $n = 0$:

$$E_z = 0; E_x = 0; H_y = 0;$$

$$E_y = D \cdot \rho_n \cdot \frac{\beta}{k_s^2} \cdot \frac{2\pi}{a} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \cdot \sin(\omega t - \beta z);$$

$$H_x = -D \cdot \frac{\beta}{k_s^2} \cdot \frac{2\pi}{a} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \cdot \sin(\omega t - \beta z);$$

$$H_z = D \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \cdot \cos(\omega t - \beta z).$$

3. Построим распределение составляющих электрического поля по координатам x, y, z .

4. Построим структуру электрических силовых линий в поперечном (XOZ или YOZ) сечении волновода.

5. Сдвинув структуру электрических силовых линий в сторону положительных значений оси z на величину $\lambda_b/4$, построим структуру токов смещения (рис. 2.1).

6. Построим магнитные силовые линии, замыкая их вокруг токов смещения по правилу правого буравчика.

7. Построим структуру поверхностных токов проводимости, замыкая ими токи смещения. Цепь тока всегда замкнута. Векторы \vec{E} и \vec{H} всегда ортогональны.

8. Структура электрического и магнитного полей в плоскостях изображена на рис. 2.1.

Объемная структура ЭМП волны H_{20} приведена на рис. 2.2.

В цепях возбуждения заданной волны волновод связывают с источником энергии. В качестве элементов связи используются погружаемые в волновод штыри (прямолинейный проводник), петля (плоская рамка), а также прорезанные в стенках волновода щель или отверстие.

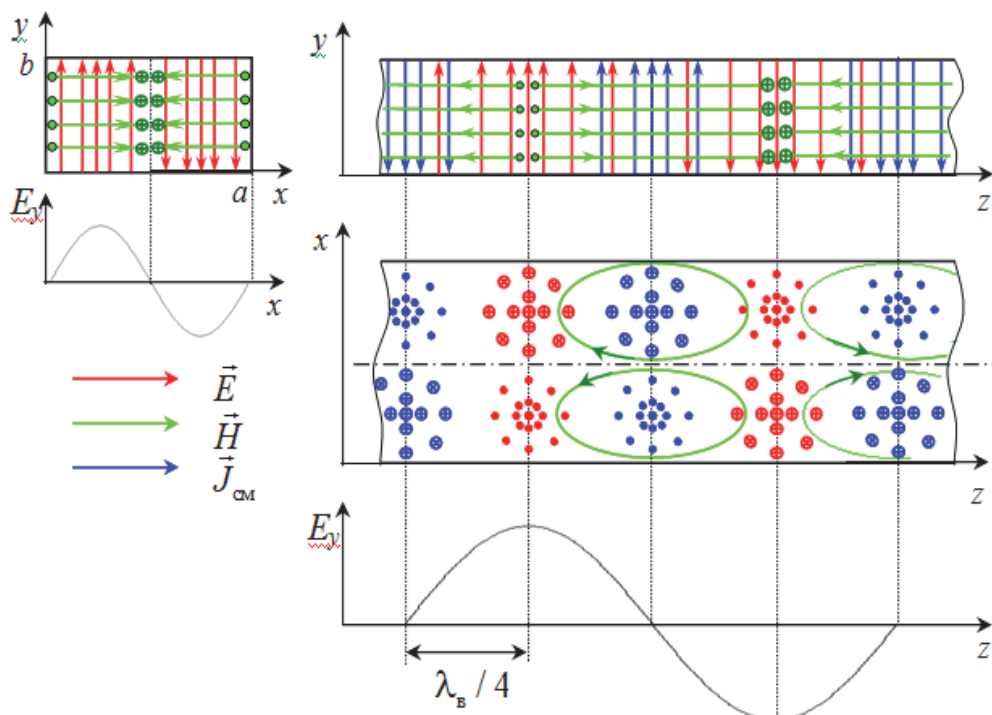


Рис. 2.1

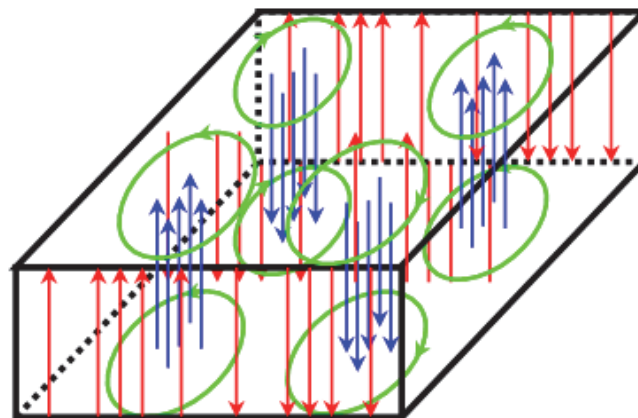


Рис. 2.2

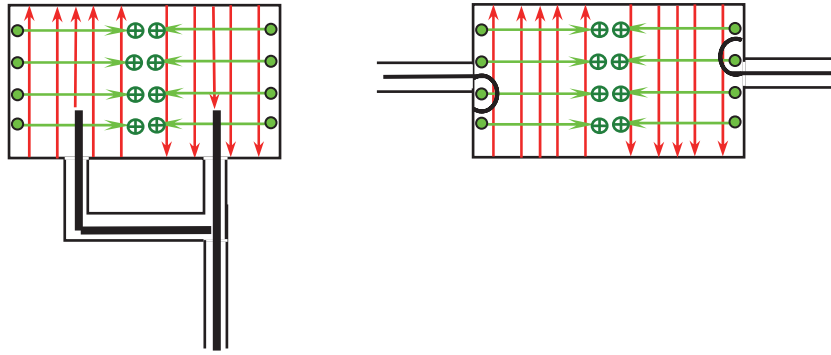


Рис. 2.3

Способы возбуждения волны H_{20} в волноводе определяются ее структурой. Возможные варианты возбуждения представлены на рис. 2.3.

Конструктивно штырь и петля обычно выполняются как продолжение внутреннего проводника коаксиальной линии (кабеля). При этом наружный проводник кабеля присоединяется к стенке волновода.

Наводимую в штыре ЭДС вычислим по формуле

$$e = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

где \vec{E} – вектор напряженности поля вблизи штыря;
 $d\vec{l}$ – элемент его длины.

Как следует из формулы, в штыре будет наводиться ЭДС, если он находится в месте, где $\vec{E} \neq 0$, и если он не перпендикулярен силовым линиям вектора \vec{E} .

Наводимую в петле ЭДС вычислим по формуле

$$e = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = -j \cdot \omega \cdot \mu_a \int_s \vec{H} \cdot d\vec{s}.$$

Как видно из формулы, в петле будет наводиться ЭДС, если она расположена в месте, где $\vec{H} \neq 0$, и если ее плоскость не параллельна силовым линиям вектора \vec{H} .

Узкая щель, прорезанная в стенке волновода, в зависимости от ее расположения, может быть излучающей или неизлучающей. В первом случае щель должна пересекать (прерывать) линии поверхностного тока волновода. Тогда на краях щели возникают быстропеременные во времени заряды, а внутри щели – электрическое (поперек щели) и магнитное (вдоль щели) поле. В каждой точке щели вектор Пойнтинга Π_z перпендикулярен поверхности щели и направлен во внешнюю область.

Указанные на рисунке штыри и петли необходимо запитывать в противофазе.

Вывод. Способы возбуждения волны H_{20} в волноводе определяются ее структурой.

К главе 10

Вопрос 1. Выбор и расчет волноводного тракта.

Задача 1. По волноводному тракту длиной $l = 6$ м распространяется волна типа H_{10} с длиной волны $\lambda = 10$ см. Тракт содержит 5 фланцев ($n = 5$). Величина затухания в каждом фланце $L_1 = 0,02$ дБ. Материал волновода – медь с $\sigma_m = 5,48 \cdot 10^7$ См/м. Определить размеры волновода a и b и выбрать ближайший стандартный волновод по таблицам МЭК.

Решение.

1. Определим размеры волновода:

$$a = \frac{\lambda}{1,4} = \frac{10}{1,4} = 7,15 \text{ см};$$

$$b = (0,4 \dots 0,5) a = 0,5 \cdot 7,15 = 3,57 \text{ см}.$$

2. По таблице МЭК находим ближайший по размерам волновод. Ближайший по размерам волновод – тип МЭК – 32 (72,14×34,04) мм.

Задача 2. Решить задачу на расчет волноводного тракта с данными, аналогичными задаче № 1, но при $\lambda = 3$ см.

Решение.

1. Определим размеры волновода:

$$a = \frac{\lambda}{1,4} = \frac{3}{1,4} = 2,14 \text{ см};$$

$$b = (0,4 \dots 0,5) a = 0,45 \cdot 2,14 = 0,963 \text{ см}.$$

2. По таблице МЭК найдем ближайший по размерам волновод. Ближайший по размерам волновод – тип МЭК – 100 (22,86×10,16) мм.

Вывод. Размер широкой и узкой стенок прямоугольного волновода выбирается, исходя из следующих условий:

$$a = \frac{\lambda}{1,4}; \quad b = (0,4 \dots 0,5) a.$$

Вопрос 2. Анализ распространения волн в волноводе.

Задача 3. Для условий задачи 1 определить:

1) затухание в волноводном тракте с учетом дополнительных потерь в 5 фланцевых соединениях;

- 2) КПД волноводного тракта η ;
- 3) предельную $P_{\text{пред}}$ и допустимую $P_{\text{доп}}$ мощности волновода;
- 4) мощность потерь $P_{\text{пот}}$ при передаче допустимой $P_{\text{доп}}$ мощности.

Решение.

1. Определим результирующее затухание волноводного тракта L , дБ:

$$L = n \cdot L_1 + \alpha_{\text{пм}} \cdot l.$$

2. Найдем погонное затухание $\alpha_{\text{пм}}$:

$$\alpha_{\text{пм}} = \frac{\frac{a}{b} + 2 \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}{\sqrt{240 \cdot \sigma_{\text{м}} \cdot a^3} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2a} - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^3}}.$$

3. Подставим полученные значения в формулу и определим $\alpha_{\text{пм}}$:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{пм}} &= \frac{2,1 + 2 \cdot 0,49}{\sqrt{240 \cdot 5,48 \cdot 10^7 \left(7,2 \cdot 10^{-2} \right)^3} \cdot \sqrt{0,7 - 0,34}} = 0,0023 \text{ Нп/м} = \\ &= 0,0023 \cdot 8,7 = 0,02 \text{ дБ/м}. \end{aligned}$$

4. Найдем результирующее затухание волноводного тракта:

$$L = 5 \cdot 0,02 + 6 \cdot 0,02 = 0,22 \text{ дБ};$$

$$L = \frac{0,22}{8,7} = 0,025 \text{ Нп}.$$

5. Согласно определению КПД волноводного тракта

$$\eta = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}}, \text{ где } P_{\text{вых}} = P_{\text{вх}} \cdot e^{-2L}.$$

Тогда

$$\eta = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \cdot e^{-2L} = e^{-2L} = e^{-2 \cdot 0,025} = 0,95.$$

6. Определим $P_{\text{пред}}$ и $P_{\text{доп}}$:

$$P_{\text{пред}} = \frac{a \cdot b \cdot E_{\text{пр}}^2}{4\rho_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2},$$

где $E_{\text{кр}} = 30 \text{ кВ/см}$ – для воздуха;

$$P_{\text{пред}} = \frac{0,07214 \cdot 0,03404 \cdot 9 \cdot 10^{12}}{4 \cdot 377} \cdot 0,72 = 10,552 \text{ МВт};$$

$$P_{\text{доп}} = 0,25 P_{\text{пред}} = 2,638 \text{ МВт}.$$

7. Определим $P_{\text{потерь}}$:

$$P_{\text{потерь}} = P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}} = P_{\text{вх}} \left(1 - \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} \right) = P_{\text{вх}} (1 - \eta).$$

8. Поскольку по волноводу передается допустимая мощность $P_{\text{доп}}$, то в формуле можно записать $P_{\text{вх}} = P_{\text{доп}}$.

9. Следовательно, мощность потерь

$$P_{\text{потерь}} = P_{\text{доп}} (1 - \eta) = 2,638 (1 - 0,95) = 0,132 \text{ МВт}.$$

Вывод. Во избежание электрического пробоя при передаче энергии по стандартному прямоугольному волноводу на основном типе колебаний необходимо, чтобы допустимая мощность ЭМВ была в четыре раза меньше предельно допустимой для данного волновода мощности.

К главе 11

Вопрос 1. Анализ распространения ЭМВ в круглом волноводе.

Задача 1. Определить все типы волн, которые могут распространяться в круглом волноводе размером $a = 5$ см при $f = 6\,000$ МГц. Построить диаграмму типов волн.

Решение.

1. Условие распространения ЭМВ в круглом волноводе $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$, где

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^9} = 0,05 \text{ м};$$

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi a}{U_{mn}} \text{ — для волн типа } E_{mn};$$

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi a}{U'_{mn}} \text{ — для волн типа } H_{mn}.$$

2. Задавшись значениями индексов m и n , получим таблицу $\lambda_{\text{кр}}$ для волн типа E_{mn}^0 в круглом волноводе размером $a = 5$ см:

E_{mn}	U_{mn}	$\lambda_{\text{кр}}, a$	$\lambda_{\text{кр}}, \text{см}$	$\lambda < \lambda_{\text{кр}}$
E_{01}	2,405	2,61	13,1	+
E_{02}	5,52	1,14	5,6	+

E_{mn}	U_{mn}	$\lambda_{кр}, a$	$\lambda_{кр}, \text{см}$	$\lambda < \lambda_{кр}$
E_{11}	3,832	1,64	8,2	+
E_{12}	7,016	0,898	4,45	-
E_{21}	5,136	1,22	6,1	+
E_{22}	8,417	0,747	3,75	-

3. Задавшись значениями индексов m и n , получим таблицу $\lambda_{кр}$ для волн типа H_{mn}^0 в круглом волноводе размером $a = 5$ см:

H_{mn}	U'_{mn}	$\lambda_{кр}, a$	$\lambda_{кр}, \text{см}$	$\lambda < \lambda_{кр}$
H_{01}	3,832	1,64	8,2	+
H_{02}	7,016	0,898	4,5	-
H_{11}	1,841	3,41	17	+
H_{12}	5,332	1,18	5,9	+
H_{21}	3,054	2,06	10,5	+
H_{22}	6,706	0,94	4,7	-

4. По результатам решения построим диаграмму типов волн. Согласно определению, диаграммой типов волн называется график типов волн, построенный в порядке убывания их критических длин волн.

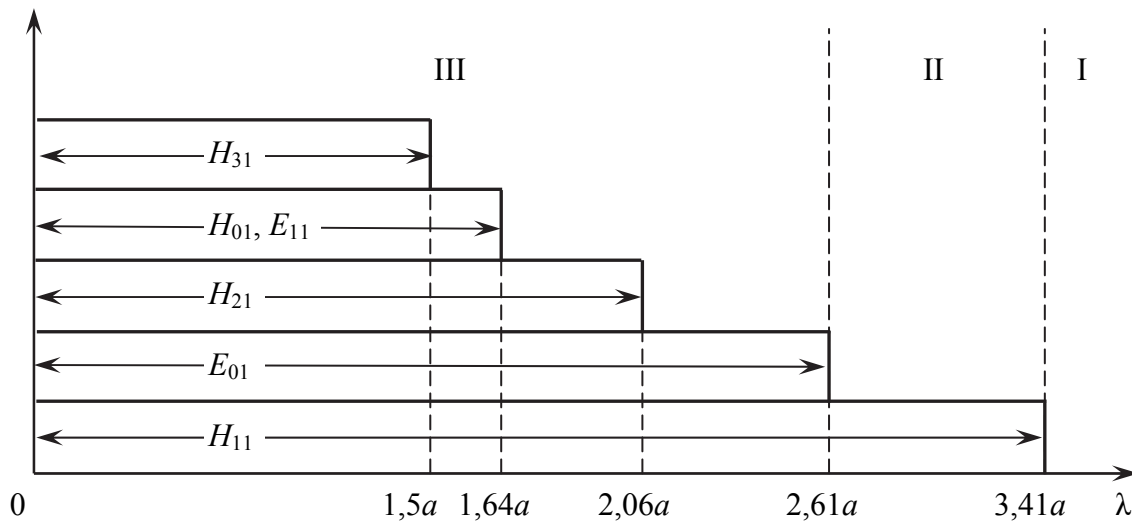


Рис. 1.1

Вывод. Область I, где $\lambda > \lambda_{крH_{11}}$, – это область затухания ЭМВ.

Области II, где $\lambda_{крE_{01}} < \lambda < \lambda_{крH_{11}}$, – это одноволновая область.

В области III, где $\lambda < \lambda_{крE_{01}}$, передача энергии по волноводу может осуществляться множеством типов волн одновременно. При этом возника-

ет сложное неустойчивое интерференционное поле, что приводит к резкому ухудшению оптимального использования волноводного тракта.

Вопрос 2. Построение структуры ЭМП различных типов в прямоугольном волноводе.

Задача 2. Построить структуру ЭМП в поперечной и продольной плоскостях для волны типа E_{01} .

Решение.

1. Воспользуемся методикой построения структуры поля в волноводе. Для волны типа E_{01} индекс $m = 0$ и $n = 1$.

2. Используя выражения компонент полей для волн типа E_{mn} , запишем математические выражения при $m = 0$ и $n = 1$:

$$E_z = D J_0(k_s r) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_r = \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J'_0(k_s r) \sin(\omega t - \beta z);$$

$$H_\varphi = \frac{1}{\rho_{E_{01}}} \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J'_0(k_s r) \sin(\omega t - \beta z),$$

где $k_s = \frac{U_{01}}{a} = \frac{2,405}{a}$.

3. Используя известное равенство $I'_0(U) = -I_1(U)$, перепишем полученные выражения в следующем виде:

$$E_z = D J_0\left(\frac{2,405}{a} r\right) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_r = -\frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J_1\left(\frac{2,405}{a} r\right) \sin(\omega t - \beta z);$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{\rho_{E_{01}}} \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J_1\left(\frac{2,405}{a} r\right) \sin(\omega t - \beta z).$$

4. Волна E_{01} имеет три отличные от нуля и не зависящие от φ компоненты поля (две составляющие электрического и одну составляющую магнитного поля). Зависимость компонент от координаты r определим функциями Бесселя $J_0(k_s r)$ и $J_1(k_s r)$.

5. Поскольку магнитное поле имеет одну составляющую, то целесообразно структуру поля строить в следующем порядке:

- построим распределение составляющих магнитного поля по координатам r, φ, z ;

- построим структуру магнитных силовых линий в поперечном и продольном сечениях волновода;
- построим силовые линии токов смещения, поскольку магнитное поле замыкается вокруг них по правилу правого буравчика;
- сдвинув структуру токов смещения в сторону отрицательных значений оси z на величину $\lambda_{\text{в}}/4$, построим структуру электрических силовых линий.

6. Магнитное поле имеет одну компоненту H_{ϕ} . Поскольку H_{ϕ} не зависит от координаты ϕ , то магнитные линии представляют собой замкнутые кольца (концентрические окружности), расположенные в поперечной плоскости (рис. 2.1), а густота их распределения вдоль координаты r определяется функцией $J_1(k_s r)$.

7. В продольной плоскости распределение компоненты H_{ϕ} вдоль координаты z определим функцией $\sin(\omega t - \beta z)$ (рис. 2.2).

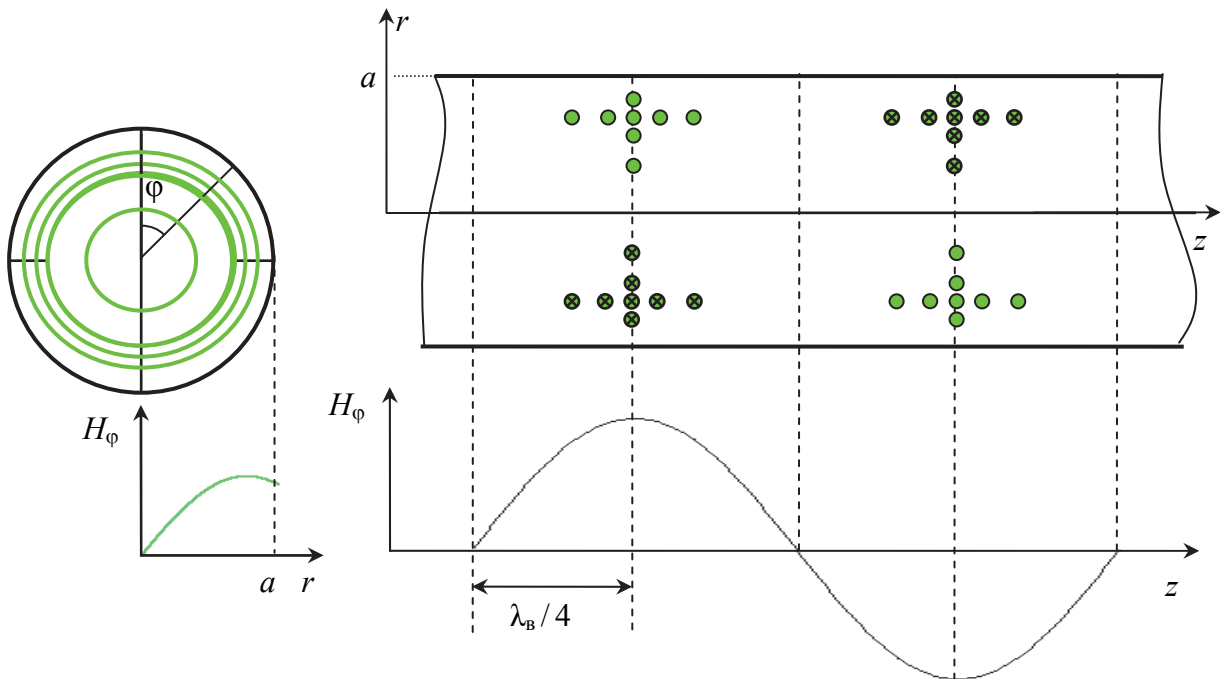


Рис. 2.1

Рис. 2.2

8. Построим силовые линии токов смещения, поскольку магнитное поле замыкается вокруг них по правилу правого буравчика.

9. Сдвинув структуру токов смещения в сторону отрицательных значений оси z на величину $\lambda_{\text{в}}/4$, построим структуру электрических силовых линий.

10. На рис. 2.3 представлена структура электромагнитного поля волны типа E_{01} в поперечной и продольной плоскостях соответственно.

11. Поле волны E_{01} можно получать за счет трансформации волны E_{11} в прямоугольном волноводе при плавном переходе от одного волновода к другому.

12. При передаче энергии на волне E_{01} необходимо предусмотреть подавление волны основного типа H_{11} . Это связано с тем, что волна H_{11} может существовать одновременно с волной E_{01} , что нежелательно.

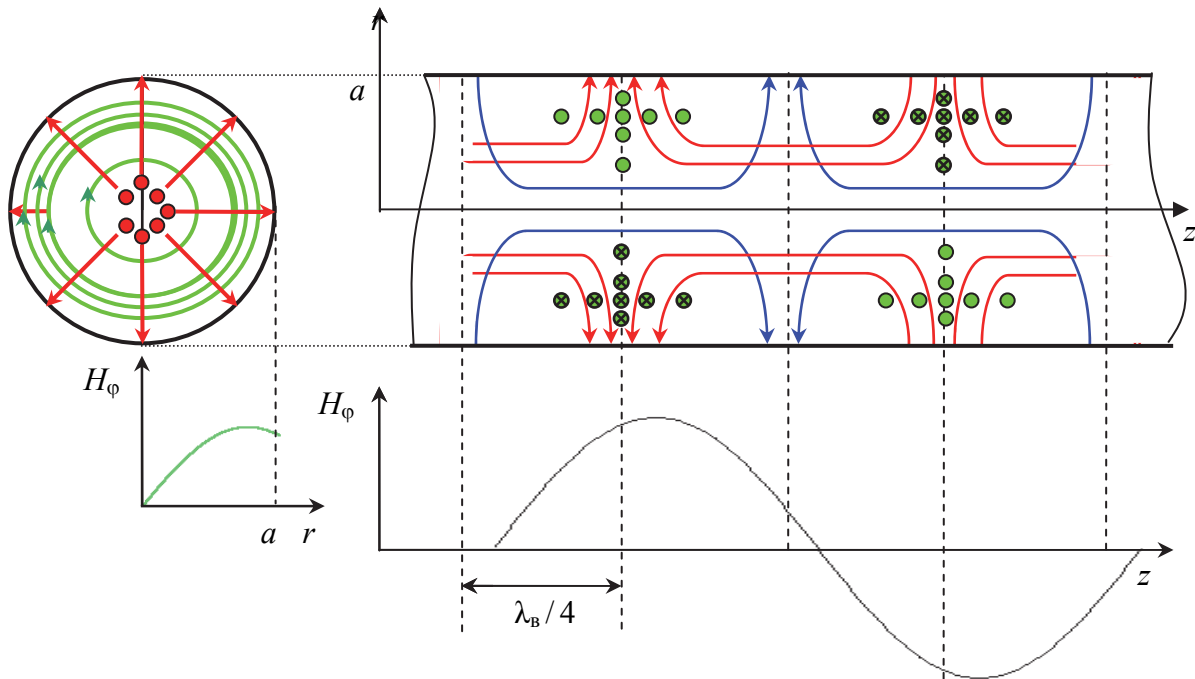


Рис. 2.3

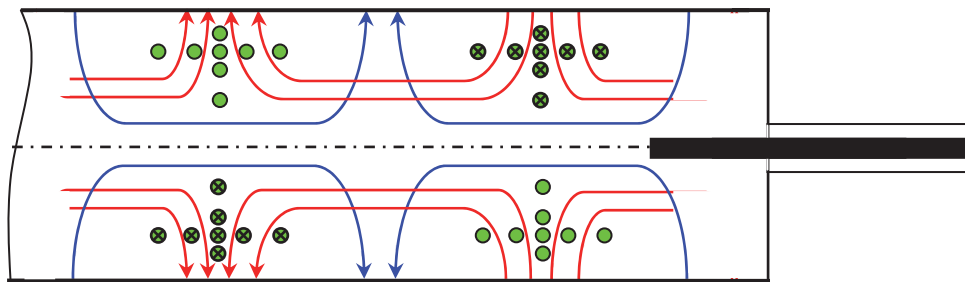


Рис. 2.4

Вывод. Поскольку структура ЭМП волны E_{01} обладает осевой симметрией, то возбуждение и отбор энергии проще всего осуществить посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля через торцевую стенку (рис. 2.4).

Задача 3. Построить структуру ЭМП в поперечной и продольной плоскостях для волны типа H_{01} .

Решение.

1. Воспользуемся методикой построения структуры поля в волноводе. Для волны типа H_{01} индекс $m = 0$ и $n = 1$.

2. Используя выражения компонент полей для волн типа H_{mn} , запишем математические выражения при $m = 0, n = 1$ и $k_s = \frac{U'_{01}}{a} = \frac{3,83}{a}$:

$$H_z = \Delta J_0\left(\frac{3,83}{a}r\right) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$H_r = -\frac{\lambda_{кр}}{\lambda_B} \Delta J_1\left(\frac{3,83}{a}r\right) \sin(\omega t - \beta z);$$

$$E_\varphi = \rho_{H_{01}^0} \frac{\lambda_{кр}}{\lambda_B} \Delta J_1\left(\frac{3,83}{a}r\right) \sin(\omega t - \beta z).$$

3. Как видно из полученных выражений, волна H_{01} имеет одну компоненту E_φ , не зависящую от φ . Следовательно, электрические силовые линии расположены в поперечной плоскости и имеют вид концентрических окружностей (рис. 3.1), а густота их распределения вдоль координаты r определяется функцией $J_1(k_s r)$.

4. В продольной плоскости распределение компоненты E_φ вдоль координаты z определяется функцией $\sin(\omega t - \beta z)$ (рис. 3.2).

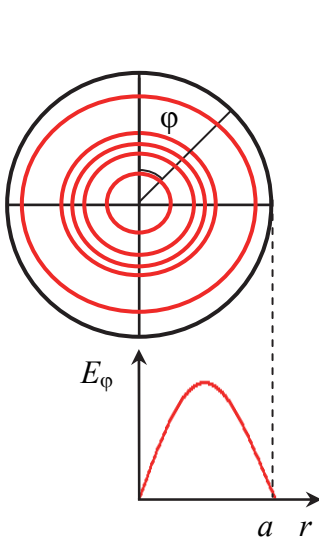


Рис. 3.1

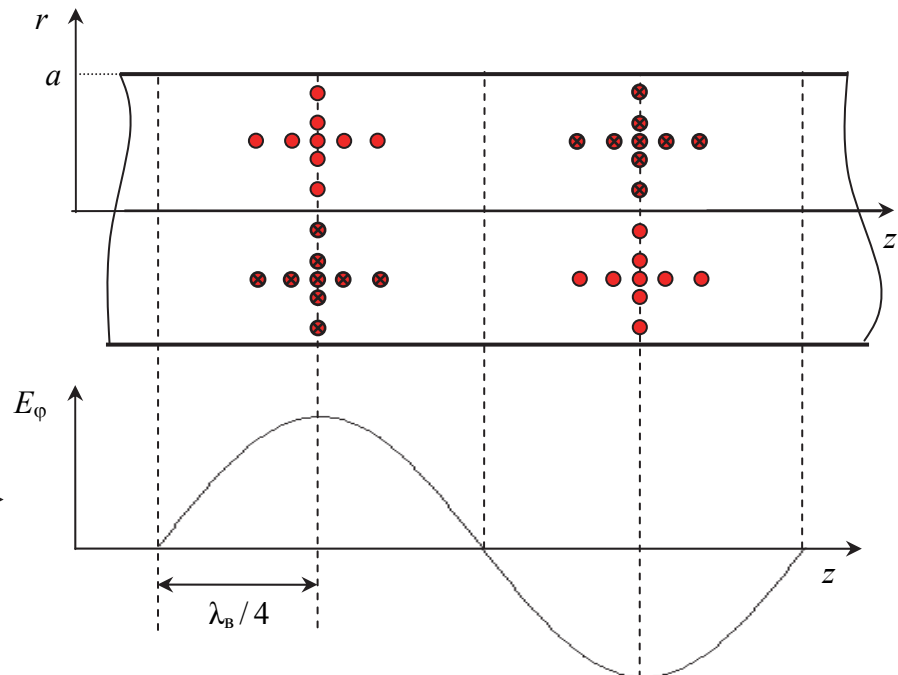


Рис. 3.2

5. Структура токов смещения повторяет структуру электрического поля, опережая его вдоль направления распространения на $\lambda_b/4$, а магнитные силовые линии замыкаются вокруг тока смещения.

6. Картина электромагнитного поля волны H_{01} в поперечной и продольной плоскостях представлена на рис. 3.2.

7. Так как волна H_{01} имеет вблизи стенок волновода только продольную составляющую поля ($\vec{H}_z = \vec{z}^0 H_z$), то линии поверхностного тока проводимости ($\delta_{\text{пов}} = [\vec{n}^0, \vec{H}_z] = \vec{\varphi}^0 H_z$) представляют из себя кольца радиуса a . Применение волны типа H_{01} вызывает немалые трудности, обусловленные необходимостью подавления волн H_{11} , E_{01} , H_{21} и E_{11} , которые являются низшими (см. диаграмму типов волн) волнами по отношению к H_{01} и могут существовать вместе с последней.

Вывод. Поскольку линии поверхностного тока проводимости представляют из себя кольца радиуса a , то при поперечном разрезе круглого волновода с волной H_{01} линии поверхностного тока не будут пересекаться. Следовательно, очевидно преимущество применения этой волны во вращающихся сочленениях, предназначенных для канализации ЭМЭ от передатчика к вращающейся в азимутальной плоскости антенне.

Задача 4 (резерв). Построить структуру ЭМП волны типа H_{11} в продольном и поперечном сечениях.

Решение.

1. Воспользуемся методикой построения структуры поля в волноводе. Для волны типа H_{11} индекс $m = 1$ и $n = 1$.

2. Используя выражения компонент полей для волн типа H_{mn} , запишем математические выражения при $m = 1$, $n = 1$ и $k_s = \frac{U'_{11}}{a} = \frac{1,84}{a}$:

$$H_z = D J_1 \left(\frac{1,84}{a} r \right) \cos \varphi \cdot \cos (\omega t - \beta z);$$

$$H_r = \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_b} D J_1' \left(\frac{1,84}{a} r \right) \cos \varphi \cdot \sin (\omega t - \beta z);$$

$$H_\varphi = -\frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_b} D \frac{J_1 \left(\frac{1,84}{a} r \right)}{\frac{1,84}{a} r} \cos \varphi \cdot \sin (\omega t - \beta z);$$

$$E_r = \rho_H \cdot H_\varphi;$$

$$E_\varphi = -\rho_H \cdot H_r.$$

3. Электрическое поле волны H_{11} имеет поперечные компоненты E_r и E_ϕ . Электрические силовые линии в соответствии с граничными условиями, перпендикулярны стенкам волновода. Магнитные линии перпендикулярны электрическим силовым линиям и замыкаются вокруг токов смещения.

4. Структура электрического поля в поперечной плоскости представлена на рис. 4.1, а в продольной плоскости – на рис. 4.2.

5. Поле основной волны H_{11} в круглом волноводе сходно с полем основной волны H_{10} . Поэтому, если прямоугольный волновод плавно переходит в круглый, то структура электромагнитного поля волны H_{10} будет плавно трансформироваться в структуру поля волны H_{11} . Такой плавный переход называют трансформатором типов волн $H_{10} \leftrightarrow H_{11}$.

6. Структура электрического поля в поперечной плоскости представлена на рис. 4.1, а в продольной плоскости – на рис. 4.2.

7. Возбуждение основной волны H_{11} круглого волновода проще всего осуществить посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля (рис. 4.3).

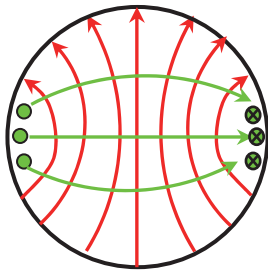


Рис. 4.1

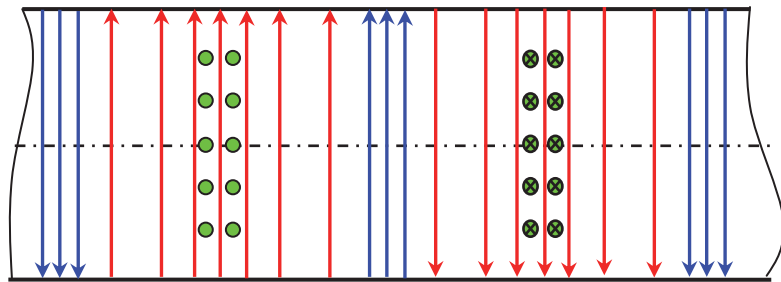


Рис. 4.2

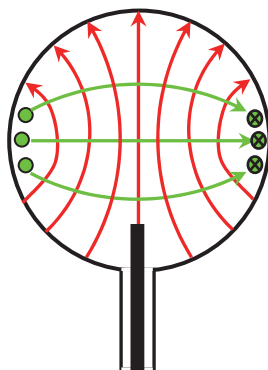


Рис. 4.3

Вывод. Волна типа H_{11}^0 является основной волной круглого волновода, поскольку обладает наибольшей критической длиной волны.

К главам 12, 13

Вопрос 1. Анализ режимов работы длинных линий.

Задача 1. Дана двухпроводная воздушная симметричная линия, нагруженная на сопротивление $Z_k = \rho$. Размеры линии $2a = 4$ мм; $d = 10$ см. Мощность сигнала, передаваемого по линии, $P = 100$ кВт. Оценить режим работы длинной линии. Определить амплитуды тока и напряжения и построить графики зависимости $Z(y)$, $U_m(y)$, $I_m(y)$.

Решение.

1. Поскольку длинная линия нагружена на сопротивление Z_k нагрузки, равное волновому сопротивлению ρ линии, то в линии устанавливается режим бегущей волны. Законы распределения $U_m(y)$, $I_m(y)$, $Z(y)$ – равномерные.

2. Определим амплитуду напряжения в линии, для чего представим передаваемую по линии мощность через амплитуды напряжения и тока:

$$P = UI = \frac{1}{2} U_m I_m = \frac{U_m^2}{2Z_k} = \frac{U_m^2}{2\rho},$$

Следовательно, $U_m = \sqrt{2P\rho}$.

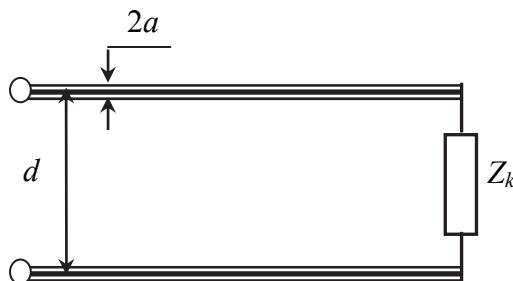


Рис. 1.1

3. Определим волновое сопротивление линии:

$$\begin{aligned} \rho &= 276 \cdot \lg \frac{d-a}{a} = 276 \cdot \lg \frac{10-0,2}{0,2} = \\ &= 276 \cdot \lg 49 = 276 \cdot 1,69 = 466,5 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

4. Определим амплитуду напряжения:

$$U_m = \sqrt{2P\rho} = \sqrt{2 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 466,5} = 9,66 \text{ кВ.}$$

5. Определим амплитуду тока, согласно закону Ома, для участка цепи:

$$I_m = \frac{U_m}{Z_k} = \frac{U_m}{\rho} = \frac{9,66 \cdot 10^3}{466,5} = 20,7 \text{ А.}$$

Вывод. Режим работы линии передачи определяется ее нагрузкой. Если $Z_k = \rho$, то в линии устанавливается режим бегущей волны.

Вопрос 2. Расчет режимов работы аналитически и по круговой диаграмме.

Задача 2. Разомкнутая линия без потерь на расстоянии $y_1 = 0,8$ м при длине волны $\lambda = 4$ м имеет входное сопротивление $|Z(y_1)| = 32$ Ом. Показать законы распределения $Z(y)$ и $U_m(y)$ и по ним определить характер входного сопротивления. Рассчитать величину волнового сопротивления линии.

Решение.

1. Режим работы линии передачи определяется ее нагрузкой. Если $Z_k = \infty$, то в линии устанавливается режим стоячих волн, для которого характерной особенностью является чисто реактивное входное сопротивление линии.

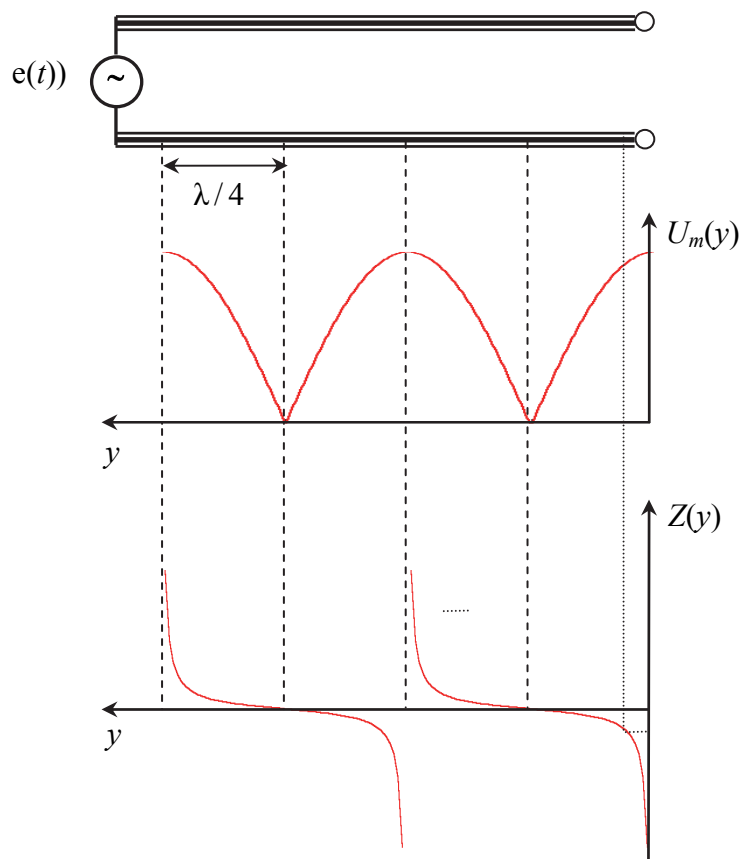


Рис. 2.1

2. Входное сопротивление линии по величине и характеру зависит от электрической длины $l = \beta \cdot y$ линии и измеряется в соответствии с выражением

$$Z(y) = -j\rho \operatorname{ctg}(\beta y).$$

3. В пределах каждой нечетной четверти длины волны (отсчет начинается с конца линии) сопротивление меньше 0, т. е. имеет емкостный характер, а в каждой четной четверти – индуктивный.

4. В характерных сечениях – узлах и пучностях напряжения – сопротивление равно 0 и ∞ соответственно.

5. Поскольку линия разомкнута, то на ее конце имеет место пучность напряжения U_m , а следовательно, входное сопротивление равно $-\infty$. Графики изменения $U_m(y)$ и $Z(y)$ представлены на рис. 2.1.

6. Определим величину ρ волнового сопротивления линии:

$$\rho = \frac{|Z(y_1)|}{\operatorname{ctg}(\beta y_1)} = \frac{|Z(y_1)|}{\operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} y_1\right)} = \frac{32}{\operatorname{ctg}\left(0,8 \cdot \frac{2\pi}{4}\right)} = 98,48 \text{ Ом.}$$

Вывод. Режим работы линии передачи определяется ее нагрузкой. Если $Z_k = \infty$, то в линии устанавливается режим стоячих волн.

Задача 3. Задана линия передачи энергии с параметрами: $l = 40$ м, $\rho = 200$ Ом, $\lambda = 47$ м; сопротивление на входе $Z(l) = (300 - j520)$ Ом. Определить сопротивление нагрузки Z_k , проводимость нагрузки и режим работы линии.

Решение.

1. Определим приведенные значения длины линии l' и сопротивления на входе $Z'(l')$:

$$l' = \frac{l}{\lambda} = \frac{40}{47} = 0,85;$$

$$Z' = \frac{Z}{\rho} = \frac{300 - j520}{200} = 1,5 - j2,6.$$

2. Нанесем $Z'(l')$ на круговую диаграмму и определим коэффициенты бегущей $K_b = 0,16$ и стоячей волн $K_c = 6,25$.

3. Через точку $Z'(l')$ проведем радиальную прямую (линию постоянной фазы) и определим по шкале «к нагрузке» входное сечение: $y'(l') = 0,296$.

4. Отложим расстояние l' от сечения $y'(l')$ по шкале «к нагрузке» и определим сечение нагрузки:

$$y'_k = 0,296 + 0,85 = 1,146.$$

5. Через сечение y'_k проведем радиальную прямую и найдем точку пересечения линии постоянной фазы с окружностью $K_6 = 0,16$. Найденная точка пересечения имеет значение приведенного сопротивления нагрузки:

$$Z'_k = 0,18 - j0,38.$$

6. Определим истинное значение сопротивления нагрузки:

$$Z_k = Z'_k \cdot \rho = 36 - j76 \text{ Ом.}$$

7. Найдем точку приведенной проводимости нагрузки Y'_k как центрально симметричную Z'_k . При этом, $Y'_k = 1,1 + j2,3$.

8. Найдем истинное значение проводимости нагрузки:

$$Y_k = \frac{Y'_k}{\rho} = 0,0055 + jY_k = \frac{Y'_k}{\rho} \text{ См.}$$

9. В линии устанавливается режим смешанных волн.

Вывод. Режим работы линии передачи определяется ее нагрузкой. Если $Z_k = X \pm jY$, то в линии устанавливается режим смешанных волн.

Задача 4 (резерв). Определить длину короткозамкнутой линии, входная проводимость которой равнялась бы $Y = j0,012 \text{ См}$, если $\rho = 100 \text{ Ом}$, $\lambda = 10 \text{ м}$.

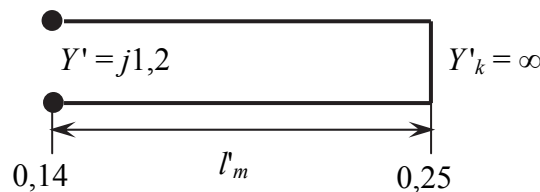


Рис. 4.1

Решение.

Определим приведенную проводимость:

$$Y' = Y \cdot \rho = j0,012 \cdot 100 = j1,2.$$

1. Нанесем величину Y' на круговую диаграмму и определим по шкале «к генератору» входное сечение:

$$y'(l') = 0,14.$$

2. Поскольку линия короткозамкнута, то истинная и приведенная проводимости нагрузки такой линии $Y = Y' = \infty$.

3. Сечение нагрузки в этом случае определим по шкале «к генератору»:

$$y'(l') = 0,25.$$

4. Определим приведенную и истинную длину короткозамкнутой линии:

$$l'_m = 0,25 - 0,14 = 0,11;$$

$$l_m = l'_m \cdot l = 0,11 \cdot 10 = 1,1 \text{ м.}$$

Вывод. Режим работы линии передачи определяется ее нагрузкой. Если $Z_k = 0$, то в линии устанавливается режим стоячих волн.

Задача 5. Какой длины необходимо выбрать отрезок короткозамкнутой длинной линии, чтобы его входное сопротивление было равно $Z(l) = j150 \text{ Ом}$, если волновое сопротивление линии $\rho = 450 \text{ Ом}$, длина волны $\lambda = 2,4 \text{ м}$.

Решение.

1. Аналитическое решение:

$$Z(y_1) = j\rho \operatorname{tg} \beta y_1 \Rightarrow y_1 = \frac{\operatorname{arctg} \left[\frac{Z(y_1)}{j\rho} \right]}{\beta} = \frac{\operatorname{arctg} 0,33 \cdot 2,4}{2\pi} = 0,12 \text{ м.}$$

2. Решение с использованием круговой диаграммы:

$$Z'(l) = \frac{Z(l)}{\rho} = j0,33 \Rightarrow l' = 0,05;$$

$$l = l' \cdot \lambda = 0,05 \cdot 2,4 = 0,12 \text{ м.}$$

Вопрос 3. Расчет параметров режима стоячих волн.

Задача 6. Линия нагружена на индуктивное сопротивление $Z_k = j23,5 \text{ Ом}$, волновое сопротивление линии $\rho = 50 \text{ Ом}$, амплитуда падающей волны $U_{\text{пад } m} = 100 \text{ В}$, длина волны $\lambda = 2 \text{ м}$. Определить:

1. Модуль и фазу коэффициента отражения по напряжению и току $|P_k|, \psi_k, |P_k^i|, \psi_k^i$.

2. Проводимость нагрузки Y_k .

3. Амплитуду U_{mk} напряжения и I_{mk} тока на конце линии.

4. Расстояние от нагрузки до ближайшего минимума напряжения l_0 .

5. Изобразить график распределения амплитуды напряжения и входного сопротивления $U_m(y), Z(y)$.

Решение.

Определим модуль и фазу коэффициента отражения по напряжению и току:

1. Коэффициент отражения по напряжению и по току

$$P_k = |P_k^i| \cdot e^{j\psi_k}, \quad P_k^i = |P_k^i| \cdot e^{j\psi_k^i},$$

где $\psi_k^i = \psi_k + \pi$.

2. Определим приведенное значение сопротивления нагрузки:

$$Z'_k = \frac{Z_k}{\rho} = \frac{j23,5}{50} = j0,47.$$

3. Нанесем точку Z'_k на круговую диаграмму.

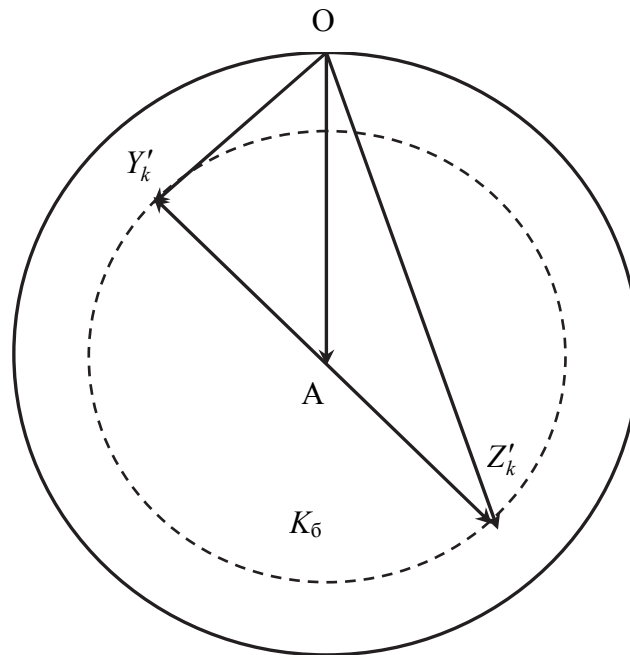


Рис. 6.1

4. Через точку Z'_k проведем радиальную прямую (линию постоянной фазы) и определим по шкале «к генератору» сечение нагрузки $y'_k = 0,07$.

5. Определим коэффициент K_0 бегущей волны $K_0 = 0$, т. е. в линии передачи установился режим стоячих волн, для которого модуль коэффициента P_k отражения по напряжению и модуль коэффициента P_k^i по току соответственно равны:

$$|P_k| = |P_k^i| = 1.$$

6. Фазовые углы коэффициентов отражения определим с помощью семейства радиальных прямых, оцифрованных в значениях фаз:

$$\psi_k = 130^\circ \Rightarrow \psi_k^i = 130^\circ + \pi = 310^\circ = -50^\circ.$$

7. С учетом полученных значений коэффициенты отражения по напряжению и току имеют следующий вид:

$$P_k = 1 \cdot e^{j130^\circ}, \quad P_k^i = 1 \cdot e^{-j50^\circ}.$$

Определим проводимость нагрузки.

8. Найдем приведенную проводимость нагрузки Y'_k как диаметрально противоположную точке Z'_k . При этом, $Y'_k = -j2,18$.

9. Найдем истинное значение проводимости нагрузки:

$$Y_k = \frac{Y'_k}{\rho} = -j0,0436 \text{ См.}$$

Определим амплитуду напряжения и тока на конце линии, для чего:

10. Проведем линии, соединяющие «0» круговой диаграммы с точками Z'_k и Y'_k .

11. Измерим длины отрезков OZ'_k и OY'_k , которые пропорциональны амплитудам U_{mk} напряжения и I_{mk} тока на сопротивлении нагрузки соответственно:

$$l_{OZ'_k} =$$

$$l_{OY'_k} =$$

12. Определим амплитуду U_{mk} напряжения, для чего составим пропорцию:

$$\begin{aligned} l_{OA} \rightarrow U_m^{\text{пад}} = 100 \text{ В} \\ l_{OZ'_k} \rightarrow U_{mk} \end{aligned} \Rightarrow U_{mk} = \frac{100 \cdot l_{OZ'_k}}{l_{OA}}.$$

13. Определим амплитуду I_{mk} тока, для чего составим пропорцию:

$$\begin{aligned} l_{AB} \rightarrow I_m^{\text{пад}} = \frac{U_m^{\text{пад}}}{\rho} \\ l_{OY'_k} \rightarrow I_{mk} \end{aligned} \Rightarrow I_{mk} = \frac{U_m^{\text{пад}} \cdot l_{OY'_k}}{l_{OA} \cdot \rho}.$$

Определим расстояние от нагрузки до ближайшего минимума напряжения следующим образом:

14. Согласно рис. 6.2, в сечении, в котором наблюдается минимум напряжения, входное сопротивление равно нулю, т. е. $Z_{\text{вх}} = 0$.

15. Нанесем точку $Z'_{\text{вх}}$ на круговую диаграмму, проведем линию постоянной фазы и определим по шкале «к генератору» сечение входа: $y'_{\text{вх}} = 0,5$.

16. Определим расстояние от нагрузки до ближайшего минимума напряжения:

$$l'_0 = y'_{\text{вх}} - y'_k = 0,5 - 0,07 = 0,43;$$

$$l_0 = l'_0 \cdot \lambda = 0,43 \cdot 2 = 0,86 \text{ м.}$$

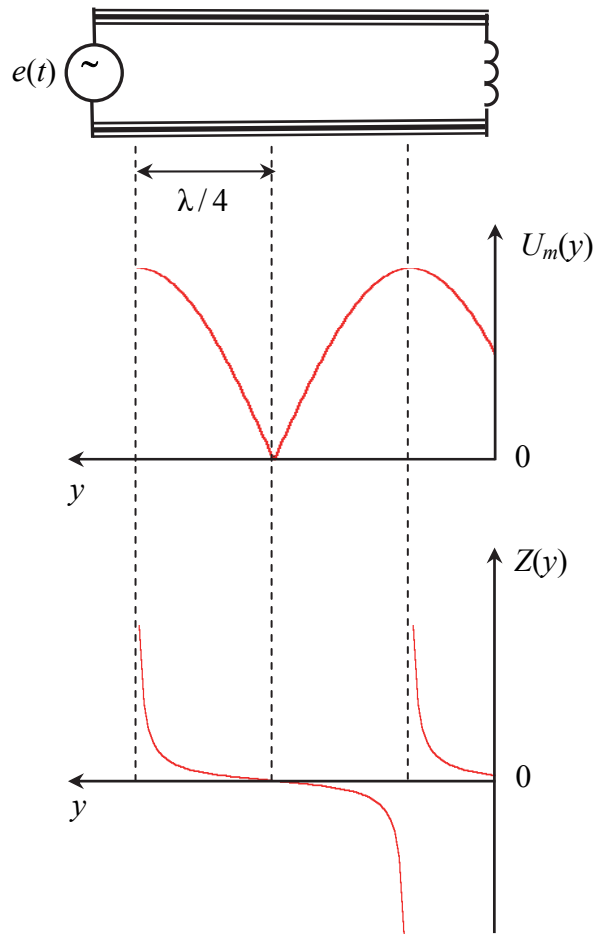


Рис. 6.2

Вывод. Режим работы линии передачи определяется ее нагрузкой. Если $Z_k = jX$, то в линии устанавливается режим стоячей волны.

Вопрос 4. Расчет параметров режима смешанных волн.

Задача 7. Линия длиной $l = 3,5$ м нагружена на сопротивление $Z_k = (24 - j20)$ Ом, длина волны $\lambda = 5$ м, амплитуда падающей волны $U_m^{\text{пад}} = 100$ В, $\rho = 40$ Ом.

Определить:

1. Входное сопротивление $Z(l)$.
2. Значения K_c , K_b .
3. Входную проводимость $Y(l)$.
4. Амплитуду напряжения на входе линии $U_m(l)$ и амплитуду отраженной волны $U_m^{\text{отр}}$.
5. Расстояние от нагрузки до ближайшего минимума напряжения l_0 .
6. Построить графики распределения $U_m(y)$ и $Z(y)$.

Решение.

1. Определим приведенные значения длины линии l' и сопротивления нагрузки Z'_k :

$$Z'_k = \frac{Z_k}{\rho} = \frac{24 - j20}{40} = 0,6 - j0,5;$$

$$l' = \frac{l}{\lambda} = \frac{3,5}{0,5} = 0,7.$$

2. Нанесем Z'_k на диаграмму и определим $K_c = 2,2$; $K_6 = 0,45$.

3. Через точку Z'_k проведем радиальную прямую (линию постоянной фазы) и определим по шкале «к генератору» сечение нагрузки:

$$y'_k = 0,404.$$

4. Отложим величину l' от сечения нагрузки по шкале «к генератору» и определим входное сечение:

$$y'_{\text{вх}} = y'_k + l' = 0,404 + 0,7 = 1,104.$$

5. Через сечение $y'_{\text{вх}}$ проведем радиальную прямую и найдем $Z'_{\text{вх}}$ как точку пересечения линии постоянной фазы с окружностью $K_6 = 0,45$:

$$Z'_{\text{вх}} = 0,65 + j0,55 \Rightarrow Z_{\text{вх}} = Z'_{\text{вх}} \rho = 26 + j22 \text{ Ом.}$$

6. Найдем приведенную входную проводимость $Y'_{\text{вх}}$ как диаметрально противоположную точке $Z'_{\text{вх}}$. При этом

$$Y'_{\text{вх}} = 0,91 - j0,75 \Rightarrow Y_{\text{вх}} = \frac{Y'_{\text{вх}}}{\rho} = 0,0255 - j0,187 \text{ См.}$$

7. Проведем линию, соединяющую «0» круговой диаграммы с точкой $Z'_{\text{вх}}$.

8. Измерим длину отрезка $OZ'_{\text{вх}}$, который пропорционален амплитуде U_{mk} напряжения на входе линии: $l_{OZ'_{\text{вх}}} =$

9. Определим амплитуду U_m напряжения, для чего составим пропорцию:

$$\begin{aligned} l_{OA} \rightarrow U_m^{\text{пад}} = 100 \text{ В} \\ l_{OZ'_{\text{вх}}} \rightarrow U_{mk} \end{aligned} \Rightarrow U_{mk} = \frac{100 \cdot l_{OZ'_{\text{вх}}}}{l_{OA}}.$$

10. Проведем линию, соединяющую центр круговой диаграммы с точкой $Z'_{\text{вх}}$.

11. Измерим длину отрезка $AZ'_{\text{вх}}$, который пропорционален амплитуде $U_m^{\text{отр}}$ напряжения отраженной волны на входе линии: $l_{AZ'_{\text{вх}}} =$

12. Определим амплитуду $U_m^{\text{отр}}$ напряжения отраженной волны, для чего составим пропорцию:

$$\begin{array}{l} l_{\text{AB}} \rightarrow U_m^{\text{пад}} \\ l_{\text{AZ}'_{\text{BX}}} \rightarrow U_m^{\text{отр}} \end{array} \Rightarrow U_m^{\text{отр}} = \frac{U_m^{\text{пад}} \cdot l_{\text{AZ}'_{\text{BX}}}}{l_{\text{AB}}}.$$

13. Согласно графикам распределения амплитуды U_m напряжения и входного сопротивления $Z_{\text{вх}}$, в сечении, где наблюдается минимум напряжения, реактивная составляющая входного сопротивления равна нулю, т. е. $Z_{\text{вх min}} = r_{\text{min}} + j0$.

14. Сечение, в котором лежит точка $Z'_{\text{вх min}}$ на круговой диаграмме, определяется по шкале «к генератору» и равно $y'_{\text{вх min}} = 0,5$.

15. Определим расстояние от нагрузки до ближайшего минимума напряжения:

$$l'_0 = 0,5 - 0,404 = 0,096;$$

$$l_0 = l'_0 \cdot \lambda = 0,48 \text{ м.}$$

Вывод. Режим работы линии передачи определяется ее нагрузкой. Если $Z_k = Y + jX$, то в линии устанавливается режим смешанных волн.

К главе 14

Вопрос 1. Расчет четвертьволнового трансформатора по круговой диаграмме.

Задача 1. Сопротивление нагрузки двухпроводной линии $Z_k = (50 + j60)$ Ом, волновое сопротивление $\rho = 100$ Ом, длина волны ЭМ колебаний $\lambda = 2$ м. Требуется произвести узкополосное согласование двухпроводной линии с помощью четвертьволнового трансформатора. Для этого необходимо определить:

1. Расстояние l_0 до места включения четвертьволнового трансформатора.

2. Волновое сопротивление $\rho_{\text{т}}$ четвертьволнового трансформатора.

3. Насколько радиус $a_{\text{т}}$ проводника четвертьволнового трансформатора больше радиуса a двухпроводной линии.

4. Построить графики распределения $U_m(y)$ до и после согласования.

Решение.

1. Вычертим схему двухпроводной длинной линии, исходя из условия задачи, и графики распределения амплитуды напряжения $U_m(y)$ и входного сопротивления $Z_{\text{вх}}$ до согласования.

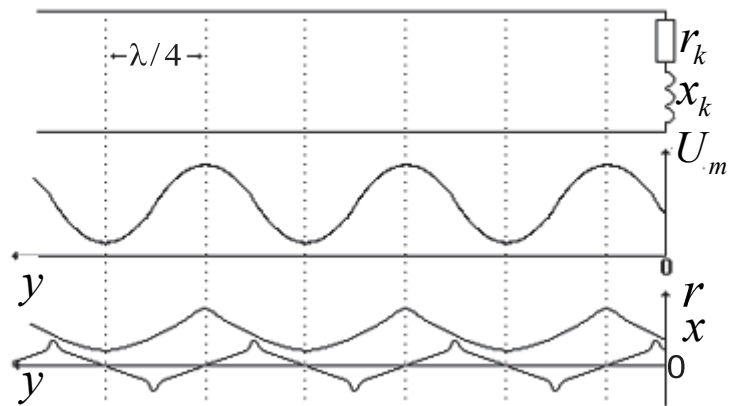


Рис. 1.1

2. Определим приведенное сопротивление нагрузки Z'_k :

$$Z'_k = \frac{Z_k}{\rho} = \frac{50 + j60}{100} = 0,5 + j0,6.$$

3. Нанесем точку Z'_k на круговую диаграмму и проведем через нее линию постоянной фазы: $y'_k = 0,1$.

4. Определим значение коэффициента бегущей волны: $K_6 = 0,37$.

5. Определим ближайшее характерное сечение длиной линии с минимальной амплитудой напряжения, в которое целесообразно включать четвертьволновый трансформатор. Входное сопротивление в этом сечении

$$Z_{\text{вх min}} = r_{\text{min}} + j0 = \rho K_6 + j0.$$

Приведенное входное сопротивление:

$$Z'_{\text{вх min}} = \frac{Z_{\text{вх min}}}{\rho} = K_6 + j0.$$

6. Нанесем точку $Z'_{\text{вх min}}$ на круговую диаграмму и проведем через нее линию постоянной фазы $y'_{\text{min}} = 0,5$.

7. Определим расстояние l_0 до места включения четвертьволнового трансформатора:

$$l'_0 = y'_{\text{min}} - y'_k = 0,5 - 0,1 = 0,4;$$

$$l_0 = l'_0 \cdot \lambda = 0,4 \cdot 2 = 0,8 \text{ м.}$$

8. Определим волновое сопротивление ρ_T четвертьволнового трансформатора:

$$\rho_T = \rho \sqrt{K_6} = 100 \cdot \sqrt{0,37} = 61 \text{ Ом.}$$

9. Чтобы определить, насколько радиус a_T проводника четвертьволнового трансформатора больше радиуса a двухпроводной линии, необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \rho_T = 276 \lg \frac{d - a_T}{a_T}, \\ \rho = 276 \lg \frac{d - a}{a}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d - a_T}{a_T} = 10^{\frac{\rho_T}{276}}, \\ \frac{d - a}{a} = 10^{\frac{\rho}{276}}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = a_T \left(10^{\frac{\rho_T}{276}} + 1 \right), \\ d = a \left(10^{\frac{\rho}{276}} + 1 \right). \end{cases} \Rightarrow$$

$$l = \frac{a_T \frac{10^{\frac{\rho_T}{276}} + 1}{10^{\frac{\rho}{276}} + 1}}{a} \Rightarrow \frac{a_T}{a} = \frac{10^{\frac{\rho}{276}} + 1}{10^{\frac{\rho_T}{276}} + 1} = \frac{100}{61} = 1,24.$$

10. Вычертим схему двухпроводной длинной линии, исходя из результатов решения задачи, и графики распределения амплитуды напряжения $U_m(y)$ и входного сопротивления $Z_{вх}$ после согласования.

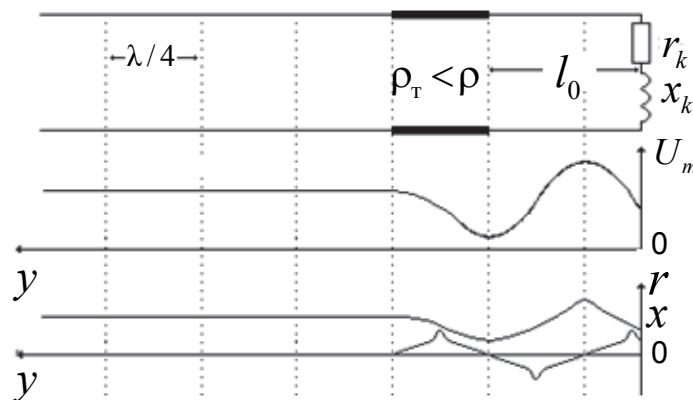


Рис. 1.2

Вывод. Узкополосное согласование двухпроводной линии с помощью четвертьволнового трансформатора целесообразно производить, подключая его концы в ближайшем от нагрузки характерном сечении длинной линии с минимальной амплитудой напряжения, при этом волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора меньше волнового сопротивления линии, что эквивалентно увеличению радиуса двухпроводной линии.

Вопрос 2. Расчет шлейфа Татаринова по круговой диаграмме.

Задача 2. В результате экспериментальных исследований двухпроводной линии передачи получены следующие данные:

- расстояние l_0 от конца линии до ближайшего сечения, в котором наблюдается минимум напряжения $l_0 = 0,6$ м;

- коэффициент бегущей волны $K_6 = 0,5$;
- длина волны ЭМ колебаний $\lambda = 3$ м.

Требуется произвести узкополосное согласование с помощью шлейфа Татаринова, для чего необходимо определить:

1. Расстояние l_1 до места включения шлейфа.
2. Длину шлейфа $l_{ш1}$.

Решение

1. Вычертим схему двухпроводной длинной линии, исходя из условия задачи, и графики распределения амплитуды напряжения $U_m(y)$ и входного сопротивления $Z_{вх}$ до согласования.

В линии установился режим смешанных волн, так как $K_6 = 0,5$.

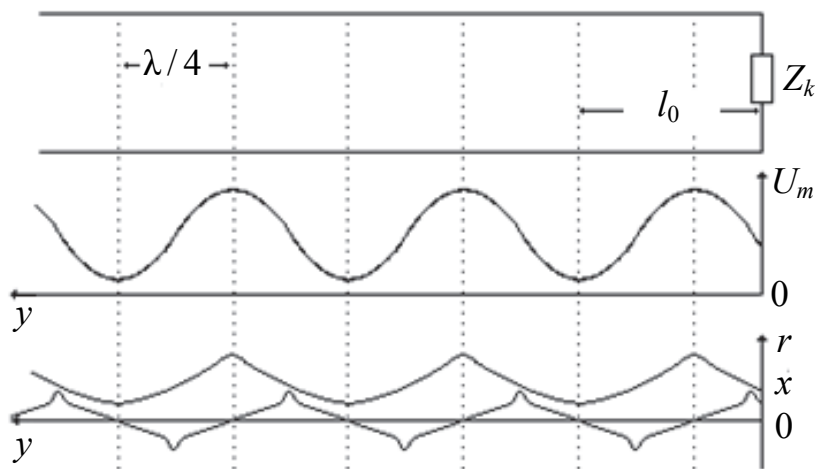


Рис. 2.1

2. Определим приведенное расстояние l'_0 от конца линии до ближайшего сечения, в котором наблюдается минимум напряжения:

$$l'_0 = \frac{l_0}{\lambda} = \frac{0,6}{3} = 0,2.$$

3. Определим ближайшее характерное сечение длинной линии с минимальной амплитудой напряжения. Входное сопротивление в этом сечении

$$Z_{вх \min} = r_{\min} + j0 = \rho K_6 + j0.$$

Приведенное входное сопротивление

$$Z'_{вх \min} = \frac{Z_{вх \min}}{\rho} = K_6 + j0 = 0,5.$$

4. Нанесем точку $Z'_{вх \min}$ на круговую диаграмму и проведем через нее линию постоянной фазы $y'_{\min} = 0$.

5. Определим сечение линии передачи, в котором находится нагрузка, для чего отложим l'_0 от $y'_{\min} = 0$ «к нагрузке» и через полученное сечение y'_k проведем линию постоянной фазы.

6. Определим Z'_k как точку пересечения радиальной прямой y'_k с окружностью $K_6 = 0,5$; $Z'_k = 0,5 - j0,61$.

7. Определим проводимость нагрузки Y'_k как точку, диаметрально противоположную точке Z'_k , и проведем через нее линию постоянной фазы $y'_{Y_k} = 0,05$.

8. Найдем на круговой диаграмме точку, соответствующую приведенной проводимости $Y'_1 = 1 + jb'_1$, как пересечение двух окружностей: эксцентрической, соответствующей приведенной активной составляющей 1, и концентрической $K_6 = 0,5$. В этой точке приведенная входная проводимость линии $Y'_1 = 1 + j0,7$.

9. Проведем через эту точку линию постоянной фазы $y'_1 = 0,152$ и определим сечение, в котором необходимо включать шлейф.

10. Определим расстояние l_1 от нагрузки до места включения шлейфа:

$$l'_1 = y'_1 - y'_{Y_k} = 0,152 - 0,05 = 0,102;$$

$$l_1 = l'_1 \cdot \lambda = 0,102 \cdot 3 = 0,306 \text{ м.}$$

11. Определим величину приведенной проводимости $Y'_{\text{ш}}$ шлейфа, как равную по величине, но противоположную по знаку реактивной составляющей проводимости Y'_1 линии в месте включения шлейфа: $Y'_{\text{ш}} = -j0,7$.

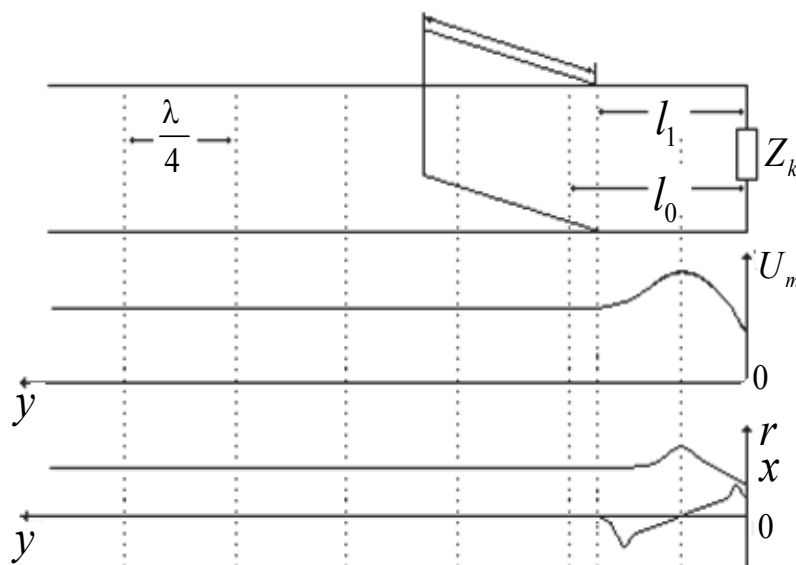


Рис. 2.2

12. Нанесем точку $Y'_{ш} = -j0,7$ на круговую диаграмму и проведем через нее линию постоянной фазы $y'_{швх} = 0,402$ по шкале «к генератору».

13. Определим длину $l_{ш1}$ шлейфа, двигаясь от сечения $y'_{шк} = \infty$ по шкале «к генератору» до сечения $y'_{швх} = 0,402$:

$$l'_{ш1} = y'_{швх} - y'_{шк} = 0,402 - 0,25 = 0,152;$$

$$l_{ш1} = l'_{ш1} \cdot \lambda = 0,152 \cdot 3 = 0,456 \text{ м.}$$

Вывод. Узкополосное согласование двухпроводной линии с помощью шлейфа Татарина производится путем подключения его параллельно нагрузке в сечении длинной линии, где активная составляющая входной проводимости равна величине волновой проводимости, а входная проводимость шлейфа должна быть чисто реактивной, равной по величине и обратной по знаку реактивной входной проводимости линии в точке подключения шлейфа.

К главе 15

Вопрос 1. Расчет основных параметров и выбор резонаторов.

Задача 1. Рассчитать резонансные длины ($l_{рез}$) цилиндрического объемного резонатора радиусом $a = 7,5$ см при $\lambda_{рез} = 9,7$ см для типов волн $H_{111}, H_{112}, H_{211}, E_{011}$.

Решение.

1. Резонансные длины цилиндрического объемного резонатора радиуса a определим в соответствии с выражением

$$l_{рез} = \frac{p}{2} \cdot \frac{\lambda_{рез}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{рез}}{\lambda_{кр E,H}}\right)^2}},$$

где $\lambda_{кр E} = 2\pi a / U_{mn}$; $\lambda_{кр H} = 2\pi a / U'_{mn}$.

2. Задавшись значениями индексов m, n и p , получим таблицу значений $l_{рез}$ для волн типа $H_{111}, H_{112}, H_{211}, E_{011}$ в цилиндрическом объемном резонаторе радиусом $a = 7,5$ см при $\lambda_{рез} = 9,7$ см.

Тип волн	Параметр		
	$U_{mn} U'_{mn}$	$\lambda_{кр E,H}$, см	$l_{рез}$, см
H_{111}	1,84	25,6	5,25
H_{112}	1,84	25,6	10,5
H_{211}	3,054	15,45	6,2
E_{011}	2,405	19,63	5,55

Вывод. Изменяя длину цилиндрического объемного резонатора при неизменной резонансной длине волны, получаем множественный резонанс.

Вопрос 2. Построение структуры ЭМП в объемных резонаторах.

Задача 2. Построить структуру поля волны H_{111} и H_{112} в цилиндрическом резонаторе.

Решение.

1. Воспользуемся методикой построения структуры поля в волноводе. Для волны типа H_{111} индекс $m = 1, n = 1, p = 1$.

2. Используя выражения компонент полей для волн типа H_{mn} , запишем математические выражения при $m = 1, n = 1$ и $k_s = \frac{U'_{11}}{a} = \frac{1,84}{a}$:

$$H_z = DJ_1\left(\frac{1,84}{a}r\right) \cos\varphi \cdot \cos(\omega t - \beta z);$$

$$H_r = \frac{\lambda_{кр}}{\lambda_в} DJ'_1\left(\frac{1,84}{a}r\right) \cos\varphi \cdot \sin(\omega t - \beta z);$$

$$H_\varphi = -\frac{\lambda_{кр}}{\lambda_в} D \frac{J'_1\left(\frac{1,84}{a}r\right)}{\frac{1,84}{a}r} \sin\varphi \cdot \sin(\omega t - \beta z);$$

$$E_r = \rho_H \cdot H_\varphi;$$

$$E_\varphi = -\rho_H \cdot H_r.$$

3. Построим структуру электрических силовых линий, структуру токов смещения и магнитных силовых линий в поперечном и продольном сечениях волновода (рис. 2.1).

4. Определим левую границу в ближайшем сечении, где электрические силовые линии имеют максимум.

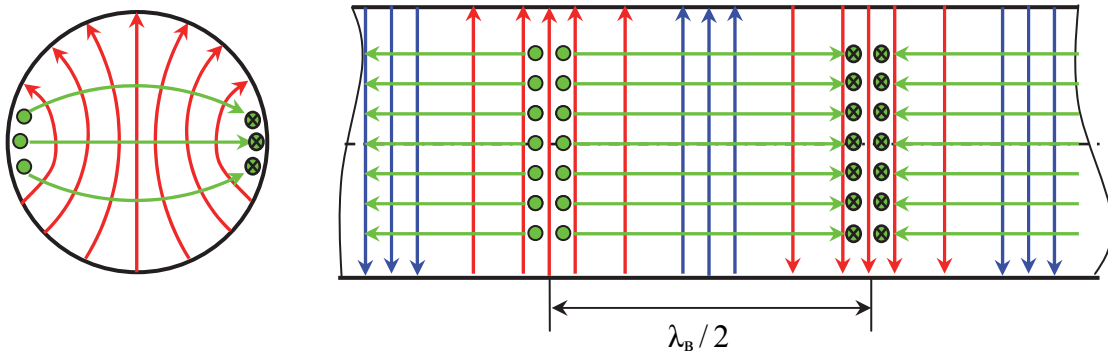


Рис. 2.1

5. Правую стенку объемного резонатора расположим на расстоянии $p \cdot (\lambda_B / 2)$ от левой границы. Для волны типа H_{111} индекс $p = 1$.

6. Совместим электрические силовые линии со структурой токов смещения, для чего сдвинем их в сторону положительных значений оси z на величину $\lambda_B / 4$.

7. Структура поля волны типа H_{111} в объемном резонаторе показана на рис. 2.2.

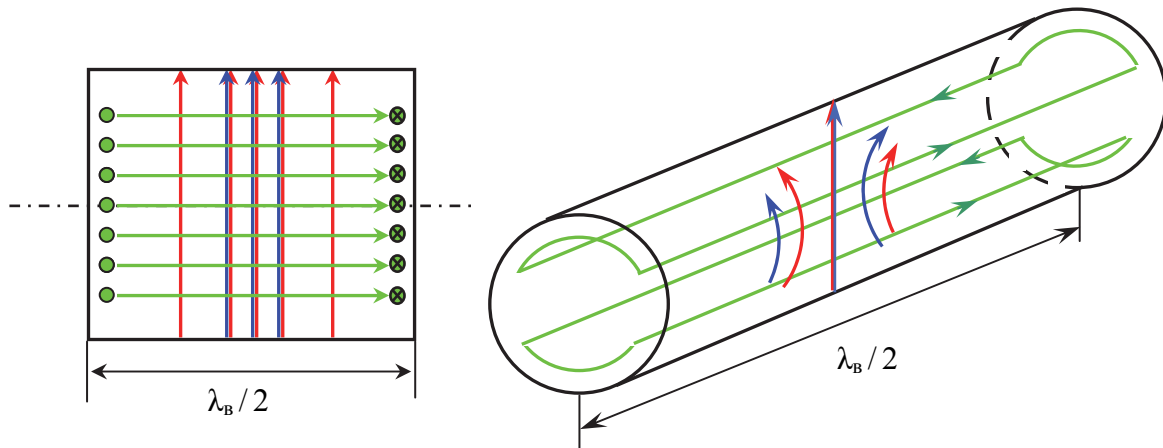


Рис. 2.2

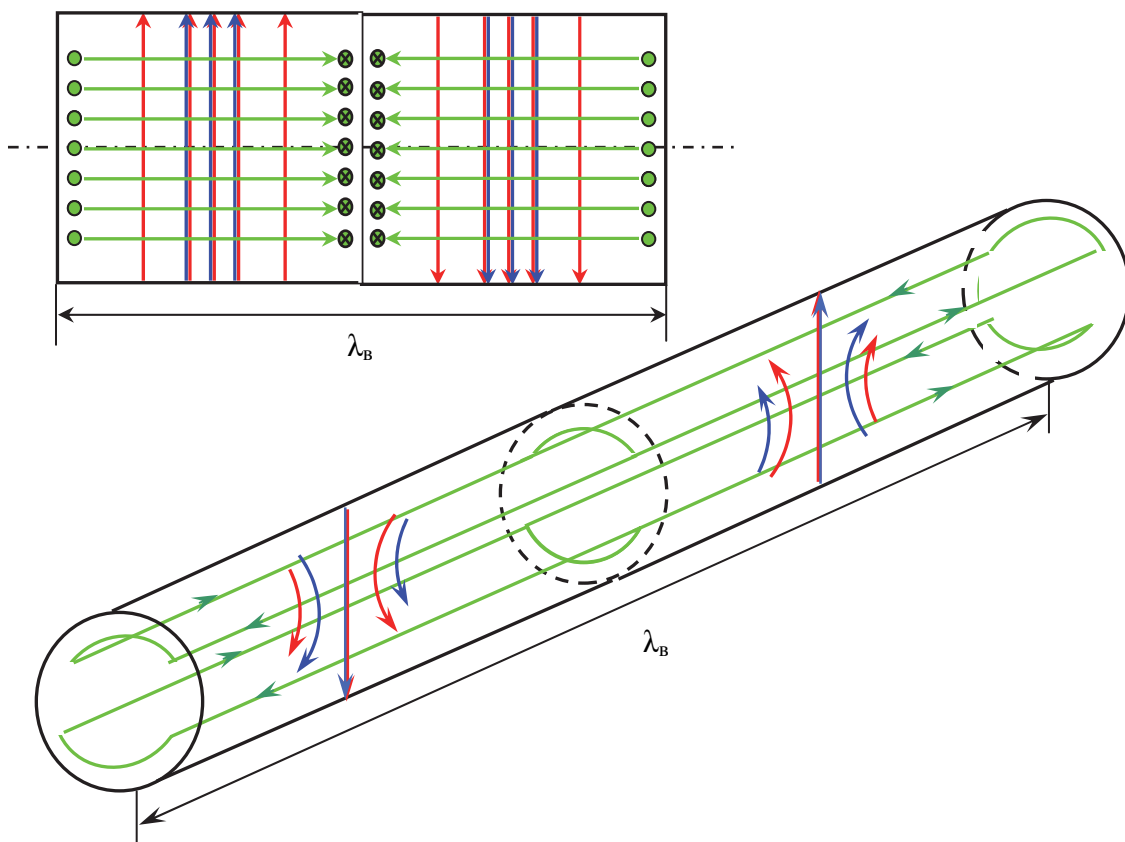


Рис. 2.3

8. От картины колебания волны H_{111} легко перейти к картине колебания волны H_{112} . В этом случае вдоль резонатора будут укладываться не одна, а две полуволновых структурных ячеек.

9. Структура поля волны типа H_{112} в объемного резонаторе приведена на рис. 2.3.

Вывод. В целях поддержания колебаний в объемном резонаторе его связывают с источником энергии. В качестве элементов связи используются штырь, располагаемый в пучности электрического поля, или петля – в пучности магнитного поля.

Задача 3. Построить структуру поля волны E_{011} в цилиндрическом объемном резонаторе.

Решение.

1. Воспользуемся методикой построения структуры поля в волноводе. Для волны типа E_{011} индекс $m = 0, n = 1, p = 1$.

2. Используя выражения компонент полей для волн типа E_{mn} , запишем математические выражения при $m = 0$ и $n = 1$:

$$E_z = D J_0 \left(\frac{2,405}{a} r \right) \cos (\omega t - \beta z);$$

$$E_r = -\frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J_1 \left(\frac{2,405}{a} r \right) \sin (\omega t - \beta z);$$

$$H_{\varphi} = -\frac{1}{\rho_{E_{01}}} \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{в}}} D J_1 \left(\frac{2,405}{a} r \right) \sin (\omega t - \beta z).$$

3. Построим структуру электрических силовых линий, структуру токов смещения и магнитных силовых линий в поперечном и продольном сечениях волновода (рис. 3.1).

4. Определим левую границу в ближайшем сечении, где электрические силовые линии имеют максимум.

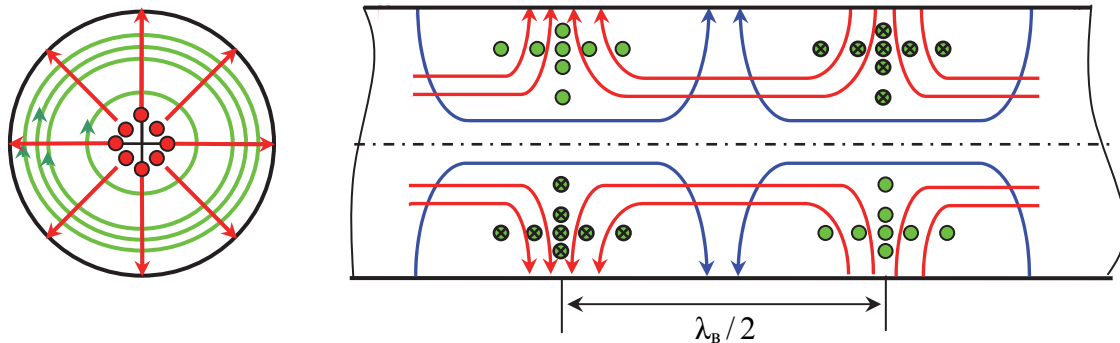


Рис. 3.1

5. Правую стенку объемного резонатора расположим на расстоянии $p \cdot (\lambda_B / 2)$ от левой границы. Для волны типа E_{011} индекс $p = 1$.

6. Совместим электрические силовые линии со структурой токов смещения, для чего сдвинем их в сторону положительных значений оси z на величину $\lambda_B / 4$.

7. Структура поля волны типа E_{011} в объемном резонаторе приведена на рис. 3.2.

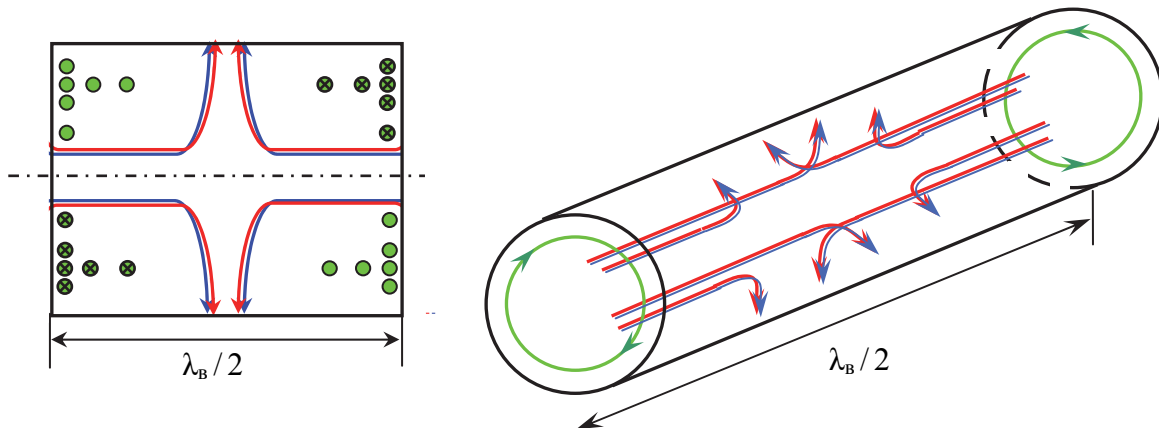


Рис. 3.2

Вывод. В целях поддержания колебаний в объемном резонаторе его связывают с источником энергии. Поскольку структура ЭМП волны E_{011} обладает осевой симметрией, то возбуждение и отбор энергии проще всего осуществить посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля через торцевую стенку.

Задача 4 (резерв). Исследовать поле волны H_{211} в цилиндрическом резонаторе.

Решение.

1. Воспользуемся методикой построения структуры поля в волноводе. Для волны типа H_{211} индекс $m = 2, n = 1, p = 1$.

2. Магнитное поле имеет следующие компоненты: $H_\varphi \sim \sin 2\varphi$ и $H_r \sim \cos 2\varphi$ (рис. 4.1).

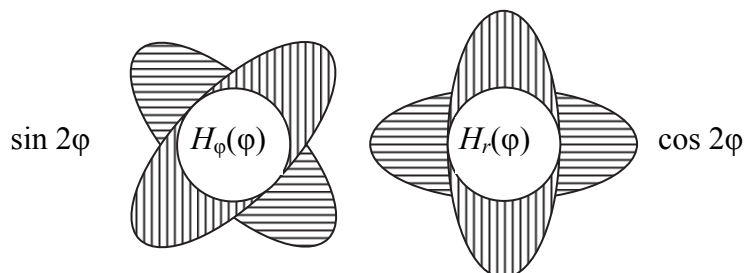


Рис. 4.1

3. Электрическое поле имеет поперечные компоненты E_r и E_ϕ . Электрические силовые линии перпендикулярны стенкам волновода.

4. Структура поля волны типа H_{211} в объемном резонаторе показана на рис. 4.2.

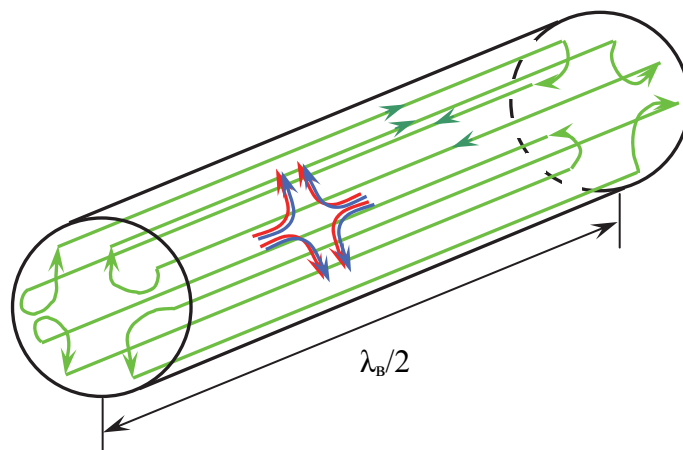


Рис. 4.2

Вывод. В целях поддержания колебаний в объемном резонаторе его связывают с источником энергии. Возбуждение и отбор энергии проще всего осуществить посредством петли, вводимой в пучность магнитного поля через торцевую стенку.

Учебное издание

Фомин Алексей Николаевич
Копылов Владимир Алексеевич
Филонов Андрей Александрович
Андронов Андрей Викторович

**ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РАДИОЛОКАЦИИ
И РАДИОНАВИГАЦИИ.
РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

Учебник

Под общей редакцией А.Н. Фомина

Редактор *Л.И. Вейсова*
Компьютерная верстка *О.А. Кравченко*

Подписано в печать 24.08.2017. Печать плоская. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 19,9. Тираж 500 экз. Заказ № 2310

Библиотечно-издательский комплекс
Сибирского федерального университета
660041, Красноярск, пр. Свободный, 82а
Тел. (391) 206-26-67; <http://bik.sfu-kras.ru>
E-mail: publishing_house@sfu-kras.ru